粒子物理与核物理讲座

高崇寿　曾谨言　著



高等教育出版社

粒子物理与核物理讲座

高崇寿　曾谨言　著



内 容 简 介

本书着重介绍粒子物理学和核物理学新的重要进展及其发展动向，反映了作者分别在这些前沿领域长期从事研究和教学工作的经验、体会和成果．全书着重对粒子物理学和核物理学中新的物理机理、物理概念、物理规律作出直观而准确的讲解，避免用较深的数学工具或繁琐的数学推导以及某些与实验联系甚微的理论，着力启发读者从物理上思考问题；在叙述上则力求深入浅出，注意切合大学生的需要．

粒子物理学部分主要讲授粒子的运动和动力性质，对称性和守恒定律，强子的对称性和强子结构，电弱统一理论，超高能和极高能物理，高能多粒子产生现象．相对论性重离子碰撞．核物理学部分则主要讲授原子核的粗块性质，核力的特征，原子核中的单粒子运动与壳结构，核形变与集体运动，对关联与超导性，高自旋态和超变形核态．

本书可作为高等学校物理系高年级学生和研究生的教学用书，同时也是有关教师更新教学内容的重要参考书，对有关的理论与实验物理工作者及广大物理学爱好者，亦是一本很有益的参考读物．

责任编辑：李松岩

粒子物理与核物理讲座

高崇寿　曾谨言　著

*

高等教育出版社出版

新华书店总店北京科技发行所发行

河北省香河县印刷厂印装

*

开本 850×1168 1/32　印张 14.375　字数 340 000

1990 年10月第1版　1990 年10月第1次印刷

印数 0001—1 220

ISBN 7-01-003153-1/O·970

定价 3.60 元

目 录

第一篇 粒子物理学

第二篇　原子核物理学

第一篇　粒子物理学

引　言

§0.1　探索物质微观结构的前沿学科

人类在探索自然奥秘的过程中，一个重要的基本问题是探索物质微观结构的规律．例如当把一把铁尺分割成两块时，每一块仍表现出铁的性质，除了数量上减少外，别的并没有什么不同．这样的分割原则上可以一直继续下去，问题在于是不是可以这样地无限分割下去，是不是分割到一定程度就不能再分了．上一世纪物性学和物理化学的研究发展表明物质的微观结构并不是物质宏观结构简单地缩小，各种物质都是由分子构成的，分子的性质是物质物理性质和化学性质的基础．如果把单个分子再加以分割，物质的物理性质和化学性质就会明显地变化．这表明物质微观结构与宏观结构不同，不能从宏观世界规律直接推广到微观来认识微观世界的规律性．这样，在十九世纪，物性学和物理化学就成为当时人类探索物质微观结构规律的前沿学科．

二十世纪以来，物理学在探索物质微观结构基本规律方面不断地取得进展．本世纪初，研究原子的相互作用和原子的内部结构，产生了原子物理学．从本世纪初到三十年代，探索物质微观结构的前沿学科是原子物理学；三十年代到四十年代是原子核物理学；五十年代到八十年代是粒子物理学．这三个学科反映了物质微观结构的不同层次，每一层次，物质运动规律有其特有的特点．

另外，从这个发展过程来看，探索物质微观结构的前沿学科还和微观粒子能量变化尺度有关. 原子物理学的能量变化尺度是电子伏(eV)，原子核物理学的能量变化尺度是兆电子伏 ($MeV=10^6$ eV)，粒子物理学的能量变化尺度是京电子伏($GeV=10^9$ eV)，现在粒子物理学中能量变化已接近太电子伏($TeV=10^{12}$ eV)，是否又要出现一个新学科作为新的探索物质微观结构的前沿学科？从过去的发展过程来看，这个新学科应该从粒子物理学中孕育和发展出来. 但是这个新学科是什么？它将在甚么时候出现？它所反映的新物理的新特点是什么？这些问题都是物理学家，特别是粒子物理学家密切注视的重要问题.

上面所讲的探索物质微观结构前沿学科的发展演变过程可以用下面的表来说明：

物理化学 / 物性学 ↘↗	原子物理 →	原子核物理 →	粒子物理 →	??物理
10^{-2}eV	1eV	10^6eV	10^9eV	$10^{??}$eV
19世纪	0—30年代	30—40年代	50—80年代	??年代

§0.2 探索物质微观结构前沿学科发展的特点

探索物质微观结构前沿学科的发展有一些共同的特点. 它们研究的对象都是当时人类认识的微观最小客体，研究的内容包括互相联系的两个方面：

(1) 微观最小客体的性质、运动、相互作用、相互转化的规律；

(2) 微观最小客体内部结构规律.

原子物理学从一开始就是从研究原子结构问题展开的，也就是说，上述两个方面紧密联系同时开展起来；原子核物理学也是从一开

始就从研究原子核结构问题展开的．粒子物理学则不一样．

粒子物理学是研究场和粒子的性质、运动、相互作用、相互转化规律的学科，是研究粒子内部结构规律的学科．粒子物理学是四十年代开始从原子核物理学中分出来的，前期的发展大体上到五十年代．粒子物理学在六十年代取得了两个重大的突破性进展．一个进展是强子结构理论的确立．六十年代以前，粒子物理学中并没有得到显示粒子有内部结构的直接实验证据，理论上对粒子的处理是把粒子看作一个“点”来处理的，并且取得很大的成功．这样粒子物理学在当时研究的主要是场和粒子的性质、运动、相互作用、相互转化规律．六十年代中，高能物理实验的进展给出了能够直接参与强相互作用的粒子即强子是有内部结构的直接证据，理论上建立了强子结构理论，并且得到实验的验证．另一个进展是电磁相互作用和弱相互作用统一理论的成功．在物理学的发展过程中，一直在探讨从实验的研究中认识的各种相互作用之间的联系，是否可以把它们统一起来．在这个方向上的第一次突破是在经典物理范围内实现的，把电相互作用和磁相互作用统一起来成为电磁相互作用．六十年代中实现了第二次突破，实现了把电磁相互作用和弱相互作用统一起来成为电弱相互作用．由于电磁相互作用和弱相互作用的强度不同，力程不同，实验行为不同，把它们统一起来所遇到的困难和问题要比把电相互作用和磁相互作用统一起来成为电磁相互作用复杂得多．这两个进展标志着粒子物理学的发展成熟．从整个发展过程来看，粒子物理学从一开始就作为研究场和粒子的性质、运动、相互作用、相互转化规律的学科而出现，但作为研究粒子内部结构规律的学科则实际上到了六十年代才充分发展起来．

第一章　粒子的运动和动力性质

§1.1　粒子世界的尺度特征

1. 什么是粒子

本世纪初，物理学的发展弄清楚了原子的直径大体上是 10^{-10} m的量级，原子是由原子核和在原子核周围运动的电子组成的. 进一步的发展中又认识到原子核的直径是 10^{-14} m 的量级，原子核又是由若干个质子和中子组成的. 电子、光子、质子、中子就是人们最早认识的一批基本粒子. 对基本粒子性质的实验研究主要是观察基本粒子在相互碰撞时的行为，碰撞能量愈高，能够辨认的空间距离愈小. 在当时，由于实验上没能测出这些基本粒子的大小，被认为可能是物质微观结构的最小单元，因此被称为基本粒子. 在这之后，凡是和这些粒子可以相互作用和相互转化并在当时的实验认识水平上被认为同属于物质微观结构最小层次的粒子，统称为基本粒子. 随着实验能量的不断提高，实验和理论研究的发展，测出质子的电磁半径（也就是电荷分布半径）为 0.8×10^{-15} m. 以后又定出 π 介子的电磁半径也是同一量级，比质子略小. 这些结果显示，某些基本粒子肯定不能被看作是点粒子，它们有一定的大小并有内部结构. 加速电子的高能碰撞实验却表明，尽管能量不断提高，如现在已经提高到 10^2 GeV 的量级，但仍然完全可以把电子当作点粒子来对待. 这表明如果电子的半径不为零的话，其值应小于 10^{-18} m. 这些进展显示，已有的基本粒子并不属于同一层次. 因此，现在已经把基本粒子改称粒子，基本粒子物理学改称粒子物理学.

原子———————原子核———————(基本)粒子			
$\sim 10^{-10}$m	$\sim 10^{-14}$m	$\sim 10^{-15}$m	有结构
		$\ll 10^{-18}$m	"点粒子"

2. 粒子运动的特点

粒子物理学是研究场和粒子的性质、运动、相互作用、相互转化规律的学科，是研究粒子内部结构规律的学科. 粒子的运动性质有其特有的特点，主要表现在三点上:

(1) 所有的粒子都是微观尺度的客体，都具有量子性;

(2) 粒子运动时，速度的变化常达到可以和光速相比拟的量级，相应能量的变化常达到相当于甚至远大于粒子静止能量的量级，运动是相对论性的;

(3) 粒子运动时，常表现出粒子之间的相互转化，粒子数目是可变的，反映出自由度数是可变的.

粒子物理学中所研究的物理规律必然是既能反映微观粒子的量子性，又能反映高速运动的相对论性，还能体现粒子可以产生或湮没的过程. 量子性和相对论性要求对粒子运动规律的理论描述必须在量子力学和相对论的基础上. 自由度数可变要求理论描述应该以具有无穷多自由度的系统即"场"的理论为基础. 能同时体现上述三方面特点的是相对论性量子场论:

微观	高速	粒子数可变
量子性～$\hbar$	相对论性～c	无穷多自由度
量子力学	相对论	场论
理论描述上的基础：相对论性量子场论		

3. 自然单位制

粒子物理研究中所遇到的物理量，都是有直接微观含义的物理量，或者是通过统计性质和微观含义相联系的物理量. 这些量都可以通过几个基本的物理量表达出来，基本物理量及其单位的不同选取，就构成了不同的单位制. 粒子物理学中常常采用自然单位制.

微观物理学中涉及的基本物理量原来有长度、时间、质量、电荷、温度等五种. 为了减少独立的基本物理量的数目，规定以真空的介电常数为无量纲的数 1 或 $1/4\pi$ 来定义电荷，从而使电荷不再是基本的物理量.

利用 Boltzmann 常数

$$k=(1.380658\pm0.000012)\times10^{-23}\,\mathrm{JK^{-1}}$$
$$=(8.617385\pm0.000073)\times10^{-5}\mathrm{eVK^{-1}}$$

规定其值为无量纲的 1. 这样温度和能量将具有相同的量纲，可以用同一单位来度量，这时原有的温度和能量的换算关系为

$$1\,\mathrm{eV}=(11604.45\pm0.10)\mathrm{K}$$

利用真空光速

$$c=2.99792458\times10^{8}\,\mathrm{ms^{-1}}$$

规定其值为无量纲的 1. 这样时间和长度将具有相同的量纲，可以用同一单位来度量，这时原有的时间和长度的换算关系为

$$1\,\mathrm{s}=2.99792458\times10^{8}\,\mathrm{m}$$

利用 Planck 常数

$$\hbar=(1.05457266\pm0.00000063)\times10^{-34}\,\mathrm{Js}$$
$$=(6.5821220\pm0.0000020)\times10^{-22}\,\mathrm{MeVs}$$

规定其值为无量纲的 1. 这样时间和能量的倒数将具有相同的量纲，可以用同一单位来度量，这时原有的时间和能量单位的关系为

$$1(\mathrm{MeV})^{-1}=(6.5821220\pm0.0000020)\times10^{-22}\,\mathrm{s}$$

在这些规定下，只剩下一种独立的量纲，它可以由长度、时间、能量或其它任何一种有量纲的物理量中选取．这就是粒子物理学中采用的自然单位制．在粒子物理学中通常选质量（或能量）为基本量纲，质量和能量的单位用 GeV 或MeV．在自然单位制中各物理量的量纲如下表所示：

量纲＝1	速度，角动量，电荷，…
量纲＝M	质量，能量，动量，温度，…
量纲＝M^{-1}	长度，时间，…
量纲＝M^{-2}	截面，…

在自然单位制中，有时又采用费米（fm）作为长度的单位，它与 GeV 的关系为：

$$1\,\mathrm{fm}=(5.0677289\pm0.0000015)\,\mathrm{GeV}^{-1}$$

精细结构常数 α 为无量纲量，其值为

$$\alpha^{-1}=(137.0359895\pm0.0000061)$$

α 的表达式对应于两种定义电荷的方式，分别为 $\alpha=e^2/4\pi$ 和 $\alpha=e^2$.

采用了自然单位制后，理论表述时就不再出现普适常量 $k, c, \hbar$，这样处理时就可以大大简化．仍然保留的普适常量只剩下牛顿引力常量 G_N．从牛顿引力常量可以给出一个质量量纲的量

$$M_P=G_N^{-1/2}=(1.221047\pm0.000079)\times10^{19}\,\mathrm{GeV}$$
$$=(2.17671\pm0.00014)\times10^{-8}\mathrm{kg}$$

称为 Planck 质量，这大约等于 1.3×10^{19}个质子的质量，是一个很大的量．

还可以采用一种普遍的自然单位制，其中规定四个普适常量

均为无量纲的1：

$$\hbar=c=k=G_N=1$$

这时所有的物理量都成为无量纲的了．这实际上相当于在前面所说的自然单位制中进一步取 Planck 质量作为质量的单位．由于 Planck 质量的值很大，所有粒子的质量都将成为很小的数，例如质子的质量为 7.684162×10^{-20}．正因为这样，除了特殊的需要，一般情况下粒子物理中常采用自然单位制，而很少采用普遍的自然单位制．

§1.2 粒子的运动性质

微观粒子的一个普遍性质是全同性．各种粒子分别有各自的内禀属性，这些内禀属性不随粒子产生的来源和运动状态而变化．一切内禀属性的总和是判别粒子种类的依据．属于同一种粒子的内禀属性完全相同，它们互相不可分辨．

粒子的内禀属性很多，下面先讲几个最重要的属性．

1. 粒子的质量

考虑自由运动的粒子，具有能量 E，动量 p，静止质量 m，按相对论，对以速度 v 运动的粒子，有

$$E=\frac{m}{\sqrt{1-v^2}},\ p=\frac{mv}{\sqrt{1-v^2}},\ E^2-p^2=m^2$$

最后一个等式称为质壳条件．采用这个名称是因为考虑由能量和动量组成的四维相空间里，这个等式给出了一个四维空间中的三维曲面的方程，称为“壳”也正是形象地表示“曲面”．

粒子的质量都是指静止质量，实验上测得的质量值都翻算到静止质量再予以报道．

实验上测量不稳定粒子的质量得到的不是确定的值，而是有

一定分布．这个分布可以用两个参数即m和Γ来描写，实验观测到的质量为M，粒子质量取值在m附近的概率密度为

$$\rho(M)=\frac{\Gamma}{2\pi\left[(M-m)^2+\frac{\Gamma^2}{4}\right]}$$

如果实验上观测到一个粒子的质量值为M，并不能直接给出两个参数m和Γ的值．但当实验上观测到许多粒子的质量值M时，就可以在图上画出粒子数对质量测量值M的分布图（图1-1.1）．为了便于比较，纵坐标$\rho(M)$取$\frac{2}{\pi\Gamma}$为单位．

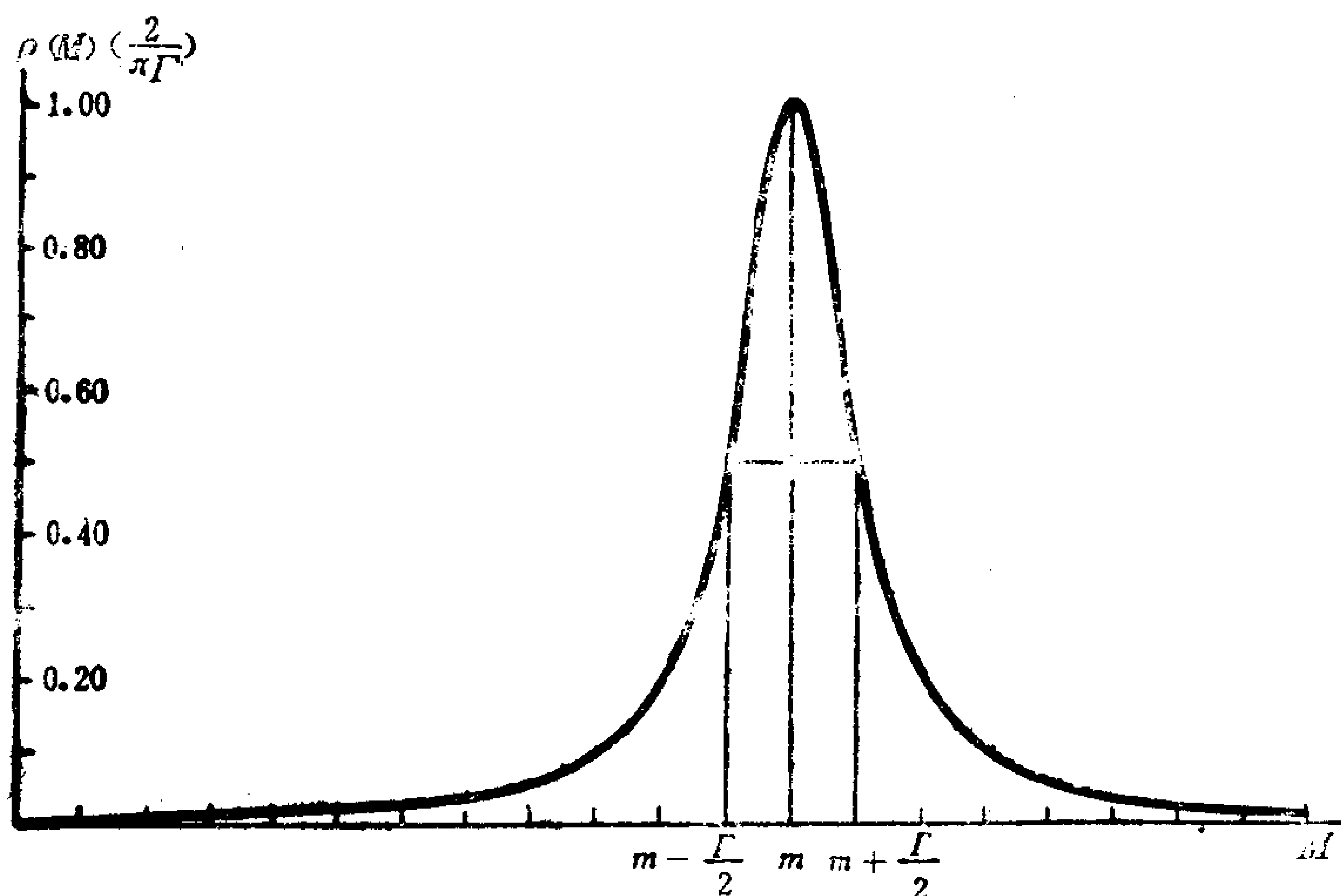


图 1-1.1

从图上可以看出，m的物理意义是粒子实测质量值的期待值，也就是最可几取值，m称为粒子的"质量"．Γ的物理意义是质量的概率密度减到一半处M的值为$m\pm\Gamma/2$，这两个值之差为Γ，因此Γ称为粒子的"宽度"．从图上还可以看出，对于一个质量为m，宽度为Γ的粒子，并不能说这粒子的质量测量值应该是m，也不能

说这粒子的质量测量值只能在 $m-\Gamma/2$ 和 $m+\Gamma/2$ 之间. 准确的说法是这粒子的质量测量值在 $m-\Gamma/2$ 和 $m+\Gamma/2$ 之间的概率为 50%，质量测量值小于 $m-\Gamma/2$ 和大于 $m+\Gamma/2$ 的概率各为 25%.

已发现粒子的质量分布在一个很大的范围里，几个最早发现的粒子，其质量如下:

光子：$m<3\times10^{-33}$ MeV(90% 置信水平)

电子：$m=(0.51099906\pm0.00000015)$ MeV

μ 子：$m=(105.65839\pm0.00006)$ MeV

质子：$m=(0.93827231\pm0.00000028)$ GeV

$=(938.27231\pm0.00028)$ MeV

按现有理论，光子的质量为零，实验对光子质量的测量值只给出上限. 这并不是说光子一定有质量，而是说实验中并没有观察到光子静止质量不为零的效应. 但考虑到实验精度的限制，如果光子有静止质量的话，其值小于 3×10^{-33} MeV 的概率为 90%. 现已发现最重粒子为W粒子和 Z 粒子， 他们的质量和宽度分别为

$m_W=(80.3\pm0.3)$ GeV, $\Gamma_W=(2.20\pm0.20)$ GeV

$m_Z=(91.163\pm0.031)$ GeV, $\Gamma_Z=(2.537\pm0.026)$ GeV

Z 粒子的质量大约是质子质量的 97.1 倍，电子质量的 17.8 万倍.

2. 粒子的寿命

绝大多数已经发现的粒子是不稳定的，即粒子自由存在经过一定时间后就衰变为其它粒子，粒子产生后到衰变前存在的时间就是该粒子的寿命，然而这样对于任何一种粒子每次测得的寿命值都不同. 粒子物理学中谈到粒子的寿命时都是指大量粒子寿命的平均值，并且都是指粒子静止时的寿命，亦即扣除了运动时钟的延缓效应的结果. 粒子的寿命就是粒子静止时的平均寿命.

不稳定粒子的宏观描写：令 $N(t)$ 为 t 时刻某种不稳定粒子的数目，在 t 到 $t+dt$ 的 dt 时间间隔中，由于衰变粒子数改变了 dN，则 dN 应正比于 N，还正比于 dt. 这样应有

$$dN=-\tau^{-1}N(t)dt$$

其中 τ 是一个反映该粒子不稳定性的参量. 这个方程的解为

$$N(t)=N(0)e^{-\frac{t}{\tau}}$$

由此可以看出，τ 的物理意义是该粒子的平均寿命，即寿命.

不稳定粒子衰变时可以有几种不同的衰变方式，每种衰变方式所占的比例称为该衰变方式的分支比，记作R_i，显然粒子所有衰变方式分支比之和为 1. 每种不稳定粒子只有唯一的平均寿命.

不稳定粒子的量子力学描写：考虑一个自由粒子，按照量子力学，描写其运动状态的波函数 ψ 满足薛定谔方程：

$$i\frac{\partial\psi(x,t)}{\partial t}=H\psi(x,t)$$

其中H是该自由粒子的哈密顿量，它的测量值的物理意义是该自由粒子的总能量. 如果是在相对该自由粒子静止的系统中来处理，哈密顿量测量值的物理意义就应是该自由粒子的质量.

这个薛定谔方程的解为

$$\psi(x,t)=e^{-im't}\psi(x)$$

其中 m' 是哈密顿量H的本征值，$\psi(x)$ 是哈密顿量H的本征值为 m 的本征函数. 波函数 $\psi(x,t)$满足归一化条件：

$$\int|\psi(x,t)|^2d^3x=1$$

由于波函数模的平方的物理意义是 t 时刻粒子在 x 点附近存在的概率密度，这个归一化条件实际上要求 t 时刻粒子在全空间中存在的总概率为 1，这表明粒子数不随时间而变化. 如果哈密顿量 H 的本征值 m' 是实数，则$|\psi(x,t)|^2=|\psi(x)|^2$. 这样从波函数

$\psi(x, t)$满足的归一化条件可以导出 $\psi(x)$满足的归一化条件:

$$\int |\psi(x)|^2 d^3x = 1$$

这个等式左边的变量已经全部被积掉了，这个等式只是要求积得的常数取值 1.

如果哈密顿量H的本征值 m' 是复数 $m'=m-i\Gamma/2$，薛定谔方程的解为:

$$\psi(x, t) = e^{-i\left(m-i\frac{\Gamma}{2}\right)t}\theta(t)\psi(x)$$

其中 $\theta(t)$是阶跃函数: 当 $t>0$ 时，$\theta(t)=1$; 当 $t<0$ 时，$\theta(t)=0$. 波函数 $\psi(x,t)$满足的归一化条件变为

$$\int |\psi(x,t)|^2 d^3x = e^{-\Gamma t}\theta(t)\int |\psi(x)|^2 d^3x = e^{-\Gamma t}\theta(t)$$

这里用了上面给出的 $\psi(x)$ 满足的归一化条件. 这个结果表明粒子在全空间存在的总概率在 $t<0$ 时为 0; $t>0$ 时为 $e^{-\Gamma t}$. 从这个行为来看,这正描写了一个在 $t=0$ 时产生的不稳定粒子，该粒子的寿命 τ 和哈密顿量H本征值 m' 的虚部 $\Gamma/2$ 满足关系

$$\Gamma\tau = 1$$

这个关系表明,对于不稳定粒子的寿命，可以直接测量,也可以通过测量参数Γ而间接得到.

如果哈密顿量H的本征值 m' 是实数,m' 就是粒子的质量，测量粒子的质量时测得的值M就是 m'. 但如果哈密顿量H的本征值 m' 是复数 $m'=m-i\Gamma/2$,所描写的粒子是一个不稳定粒子,这时测量粒子的质量时测得的M取什么值就需要从量子力学上进行考察. 从相对论的观点来看,时间和三维空间是对称的,统一为四维时空的分量,因此时间和空间类似,也是一种广义坐标，它所对应的广义动量是粒子的能量，在粒子静止系中即表现为实验上测量不稳定粒子的质量值M. 由上面给出的含时波函数对时间变量

作 Fourier 变换得到能量表象下的波函数为

$$\psi(x, M)=\sqrt{\frac{\Gamma}{2\pi}}\frac{i}{\left(M-m+i\frac{\Gamma}{2}\right)}\psi(x)$$

实验上测量到不稳定粒子质量取值M附近的概率密度为波函数模的平方. 把波函数模的平方对全空间积分,并对M值从$-\infty$到$+\infty$区域内归一,就得到实验上测量不稳定粒子的质量分布函数,这就是前面已经给出的不稳定粒子质量分布函数. 它表明实验上测量不稳定粒子的质量得到的不是确定的值,而是有可以用两个参数m和Γ来描写的一定分布,Γ的物理意义是粒子质量分布的宽度. 如果不稳定粒子的寿命很长,可以通过测量粒子衰变前所走径迹的长度来确定粒子的寿命. 如果粒子的寿命很短,在衰变前所走的距离只有相当于或小于原子直径的量级,就无法通过测量粒子衰变前所走径迹的长度来确定粒子的寿命,这时往往通过测量粒子的质量分布,量出宽度Γ,算出寿命τ. 显然粒子的宽度愈大,愈易测准. 因此,对于寿命很长(例如长于10^{-13} s)和寿命很短(例如短于10^{-21} s)的粒子,寿命都比较容易测量;对于寿命较短,但宽度又不够宽的粒子(例如$10^{-14}\text{ s}<\tau<10^{-20}\text{ s}$),寿命就较难测准.

粒子的宽度是粒子寿命的倒数,它的概率含义是单位时间内粒子衰变掉的概率. 单位时间内粒子衰变到第i衰变道的概率称为该衰变道的部分宽度Γ_i. 它和粒子的宽度Γ以及该衰变道的分支比R_i满足关系

$$\Gamma_i=\Gamma R_i, \quad \sum_i\Gamma_i=\Gamma$$

粒子的宽度Γ和各衰变道的分支比R_i是实验上可以直接测量的量,粒子各衰变道的部分宽度Γ_i则是理论可以直接计算的量. 理论上把所有各衰变道的部分宽度Γ_i都计算出来后,粒子的宽度

Γ 和各衰变道的分支比 R_i 也就可以推算出来了.

一个不稳定粒子可以有几种衰变道，有时某一衰变道的末态各粒子质量的总和大于该不稳定粒子的质量，即衰变道的阈高于该粒子的质量，这时可称为近阈共振态.

有一个粒子 $f_0(975)$，它的质量和宽度为

$$m=(976\pm3)\mathrm{MeV},\quad \Gamma=(34\pm6)\mathrm{MeV}$$

它可以衰变到一对正反 K 介子，分支比为$(22\pm3)\%$，而一对正反 K 介子的静止质量和分别为 987 MeV(K^+K^-) 和 995 MeV ($K^0\overline{K}^0$)，都大于 $f_0(975)$ 的质量 m，这是一个典型的近阈共振态. 尽管 $f_0(975)$ 的质量低于正反 K 介子的产生阈，衰变仍然可以发生，这主要靠质量的分布有一定宽度.

$f_0(975)$ 有两个主要的衰变道，它们的衰变分支比分别为

$$\pi\pi\text{ 道: } R=(78\pm3)\%,\ K\overline{K}\text{ 道: } R=(22\pm3)\%$$

$\pi\pi$ 道的产生阈为 270 MeV，远小于 $f_0(975)$ 的质量 m，因此 $f_0(975)$ 衰变到 $\pi\pi$ 道的相空间很大. 但只有质量值大于正反 K 介子产生阈的 $f_0(975)$ 粒子才能衰变到正反 K 介子，如图 1-1.2.

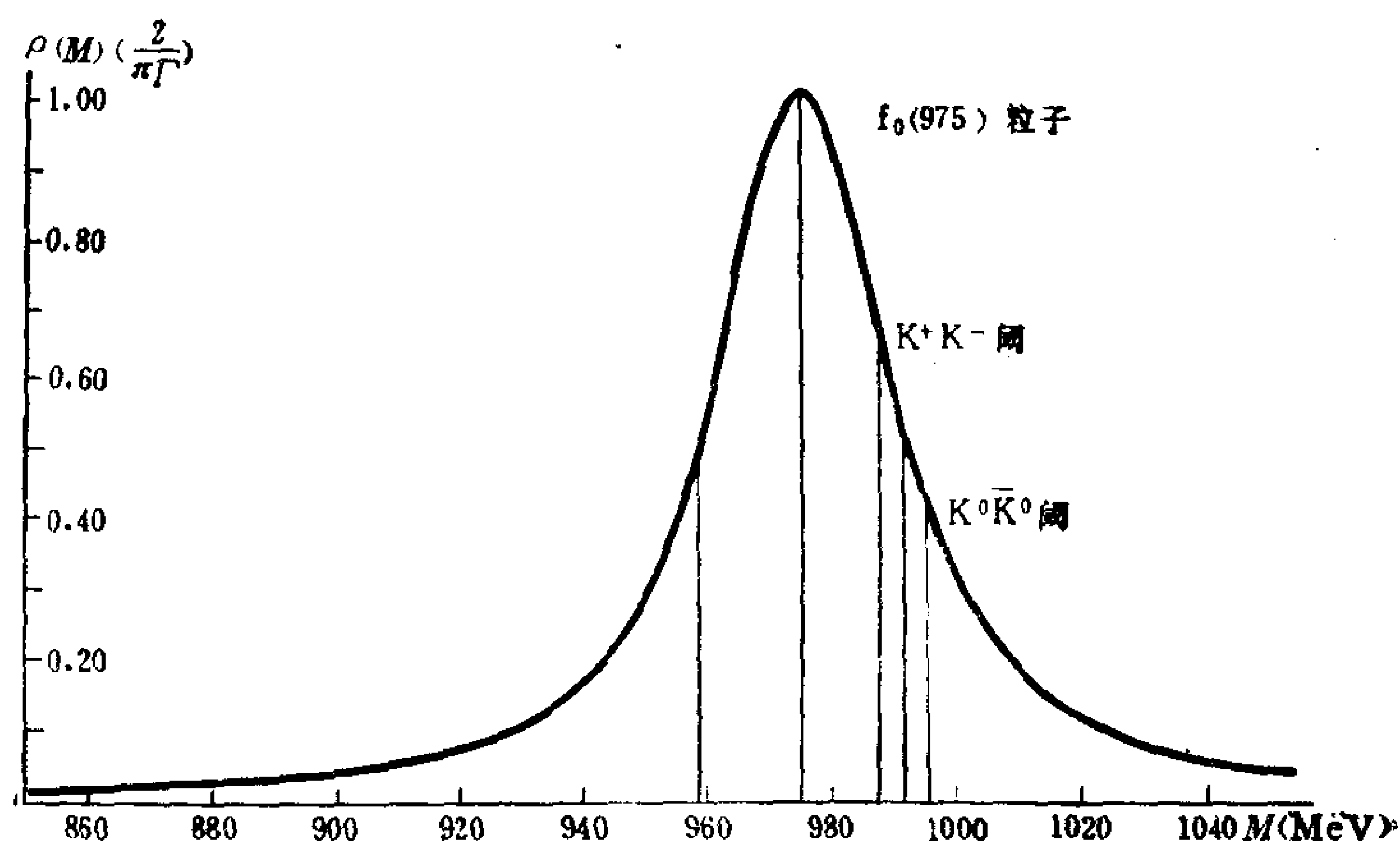


图 1-1.2

从图上看，这在 $f_0(975)$ 粒子的质量分布中只占很小的一部分．并且由于衰变动量很小，衰变相空间也很小．然而这个衰变道的分支比却达到 $(22\pm3)\%$，这表明如果把相空间等运动学效应的影响扣除之后，$f_0(975)$ 粒子和正反 K 介子的相互作用应比和两个 π 介子的相互作用强得多．

短寿命粒子的探测和对它的宽度的测量不能对个别粒子进行而必须通过对大量粒子的统计．以 ω 粒子的衰变为例，ω 粒子是一个短寿命粒子，质量和宽度为

$$m=(782.0\pm0.1)\mathrm{MeV},\ \Gamma=(8.5\pm0.1)\mathrm{MeV}$$

这表明它的寿命为 $\tau=7.7\times10^{-23}\,\mathrm{s}$．这样短寿命的粒子显然不可能在衰变前走出一段可测量的径迹，更何况作为中性粒子本来难以直接测量．ω 粒子的主要衰变道是 $\pi^+\pi^-\pi^0$．π^+ 和 π^- 是带电粒子，可以进行测量．通过适当的探测器，可以对 π^+ 和 π^- 进行辨认，并测定他们的能量和动量．π^0 介子很快就衰变为两个 γ 光子，也可以通过电磁作用进行探测和测量．例如在 $\mathrm{p\bar{p}}$ 湮没反应中，选取

$$\mathrm{p\bar{p}}\to\pi^+\pi^+\pi^-\pi^-\pi^0$$

反应的事例．对于每一事例选取末态中的一组 $\pi^+\pi^-\pi^0$，这样有 4 组选法．对于每一组 $\pi^+\pi^-\pi^0$，计算不变质量 m_{inv} 的平方值

$$m_{\mathrm{inv}}^2=(E^++E^-+E^0)^2-(\boldsymbol{p}^++\boldsymbol{p}^-+\boldsymbol{p}^0)^2$$

m_{inv} 的物理意义是：如果这一组 $\pi^+\pi^-\pi^0$ 是由一个不稳定粒子衰变而来的，则这个粒子的质量应该是 m_{inv}．对于 N 个事例共得到 $4N$ 个 m_{inv}^2 的值，作这 $4N$ 个不变质量的数目对不变质量的分布图．如果在反应的中间过程中并没有 ω 粒子出现，算出的这 $4N$ 个 m_{inv} 的分布将是弥散的，分布图上出现的将是平滑曲线．如果在反应的中间过程中有 ω 粒子出现，这些 ω 粒子衰变出的 $\pi^+\pi^-\pi^0$ 粒子所给出的 m_{inv} 值就应等于 ω 粒子的质量，这样在图

上就应看到在平滑曲线的本底上有一个峰. 峰的位置所对应的 m_{inv} 值就应等于 ω 粒子的质量，峰的宽度就应等于 ω 粒子的宽度. 在图上扣除平滑本底后峰下的面积若为 P，则这 N 个事例中共产生了 P 个 ω 粒子. 由于每一个事例中最多产生一个 ω 粒子，因此 P 也就是产生 ω 粒子的事例数. 考虑到曲线下的总面积为 $4N$，扣除平滑本底后峰下的面积占曲线下的总面积的份额为 $P/4N$. 即使所有的事例中都有 ω 粒子产生，$P=N$，峰下的面积也只占 1/4，还有 3/4 的不可消除的统计本底.

除了个别粒子外，可以衰变的粒子的寿命从宏观来看都是很短的. 但是衡量粒子寿命的长短不能用宏观的标准，要用粒子的自振动周期 T 来衡量. 粒子经过平均寿命的时间中振动次数为

$$\frac{\tau}{T}=\frac{m}{2\pi\Gamma}$$

只要粒子的质量远大于宽度，粒子就是比较稳定的.

对质子，$T=4.4\times10^{-24}$ s

由此可见，如果粒子的寿命长于 10^{-20} s，就是相当稳定的了. 下面举出几个常见粒子的寿命:

光子	$\tau=\infty$
电子	$\tau>2\times10^{22}$ a
μ 子	$\tau=(2.19703\pm0.00004)\times10^{-6}$ s
$\pi^{\pm}$ 介子	$\tau=(2.6029\pm0.0023)\times10^{-8}$ s
π^{0} 介子	$\tau=(8.4\pm0.6)\times10^{-17}$ s
中子	$\tau=(896\pm10)$ s
质子	$\tau>10^{31}-3\times10^{32}$ a

已发现粒子中寿命最短的粒子也就是最重的粒子 W 和 Z. W 的宽度还没有完全测准，但理论预言和现有实验都倾向于是 GeV 的量级; Z 的宽度相当于寿命为 $(2.59\pm0.03)\times10^{-25}$ s.

3. 粒子的电荷

粒子的电荷是量子化的，即粒子的电荷都是最小单位的整数倍，电荷的最小单位是质子的电荷，即

$$e=(1.60217733\pm0.00000049)\times10^{-19}\,\mathrm{C}$$

电荷量子化是一个实验规律. 可以通过测量质子和电子电荷数值上的差来进行实验检验，假定中子电荷等于质子和电子电荷的代数和，现有实验结果给出：

$$\frac{|q_p|-|q_e|}{|q_e|}<10^{-21},\ (|q_n|=|q_p|-|q_e|)$$

这表明电荷量子化已经在相当高的精度下得到了检验. 为什么会有电荷量子化？这是一个理论上需要回答的重要问题. 1931 年 Dirac 首先指出，现有理论允许存在磁单极，磁单极的磁荷 g 和任意一个粒子的电荷 q 满足关系

$$qg=n/2,\ 其中\ n=0,1,2,\cdots$$

这个结果表明，如果宇宙中存在磁单极，尽管只有一个，理论上就要求电荷一定量子化. 因此寻找磁单极的实验研究就有重要的理论意义，到目前为止还没有能从实验上确定磁单极确实存在.

电荷是在一切相互作用下都守恒的一个守恒量，同时又是一种相互作用荷. 因此对电荷的测量既可以利用它的守恒性，也可以利用它作为相互作用荷的动力效应.

现已发现粒子的电荷最大数值为 2，典型的例子是 Δ 重子，它的质量为 $m=(1232\pm2)\mathrm{MeV}$，有 4 种带电状态：

$$\Delta^{++},\Delta^{+},\Delta^{0},\Delta^{-}$$

4. 粒子的自旋

所有的粒子都有自旋，自旋是量子化的，可以用一个数 j 来代

表，$j=0,\ \frac{1}{2},1,\ \frac{3}{2},2,\cdots\cdots$. 自旋量子化表现为：粒子自旋角动量绝对值的平方 $j(j+1)$；粒子自旋角动量在任一方向的投影取值为 $j,j-1,j-2,\cdots,-j+1,-j$.

所有的粒子按自旋分为两类即费米子和玻色子：

$$j=\frac{1}{2},\ \frac{3}{2},\ \frac{5}{2},\ \frac{7}{2},\cdots,\qquad \text{费米子}$$

$$j=1,\ 2,\ 3,\ 4,\ \cdots,\qquad \text{玻色子}$$

粒子自旋角动量在粒子运动方向的投影称为螺旋度，螺旋度在研究粒子的运动性质和动力性质时特别重要. 如果有一个粒子在运动时自旋对运动方向是右旋的，如果换到另一个沿同一方向以更快速度运动的参考系上来看，粒子的运动方向就反过来了，自旋对运动方向变成是左旋的了，这样粒子的螺旋度在不同参考系里可以不同.

考虑无质量的粒子，它们只能以光速运动，这时不能找到一个参考系，其速度高于此粒子的运动速度，粒子的螺旋度就也不能随参考系的改变而变号，这是螺旋度的重要性质. 光子的自旋为1，一般说来，自旋为1的粒子，其自旋沿运动方向的投影可以有1，0，−1三个值. 但由于光子无质量，它只有两个极化，即1和−1，表现为右旋和左旋. 这个性质对更高自旋的粒子也对，例如引力子，它也是无质量的粒子，自旋为2，它也只有螺旋度为2和−2的两种极化.

几种熟知的已发现的粒子的自旋如下：

γ	e	μ	π	p	n	W	Z
1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	1	1

现在已发现并已确定存在的粒子的自旋最大为 $\frac{11}{2}$，典型的例子是

$\Delta(2420)$重子，它的质量为 $m=(2380-2450)$MeV，它有 4 种带电状态：

$$\Delta^{++}(2420), \Delta^{+}(2420), \Delta^{0}(2420), \Delta^{-}(2420)$$

现在已发现但还未确定存在的粒子自旋最大为15/2. 这些高自旋粒子和原子核的高自旋态不同. 原子核是由许多自旋$\frac{1}{2}$的粒子组成，即使轨道角动量很低，也有可能形成高自旋态. 而这些高自旋粒子没有迹象表明是由许多自旋$\frac{1}{2}$的粒子同向排列而造成的. 理论上更合理的解释是由于内部结构中轨道角动量高而造成的.

5. 粒子的磁矩

带电粒子的磁矩是指它的自旋磁矩 μ，它和粒子的自旋 S 满足如下的关系

$$\mu=g\frac{e}{2m}S$$

其中 e 是粒子的电荷，m是粒子的质量，g 是一个数量因子，称为 g 因子. 带电粒子的轨道磁矩和轨道角动量 L之间类似的关系中 g 因子等于 1，但对于带电粒子的自旋磁矩，g 因子随粒子自旋不同而不同. 对自旋 $s=\frac{1}{2}$的费米子，Dirac 方程给出 $g=2$，对于自旋 $s=1$ 的带电玻色子，如果它与电磁场的相互作用满足最小电磁作用原理，则有 $g=1$. 对于自旋 $s=\frac{3}{2}$的带电粒子，如果也要求它与电磁场的相互作用满足最小电磁作用原理，则理论上给出 $g=\frac{2}{3}$. 对于更高自旋的带电粒子，如果也要求它与电磁场的相互作用满足最小电磁作用原理，则理论上普遍给出

$$g=1/s$$

因此对于任意自旋 s 不为零的带电粒子，如果它与电磁场的相互作用满足最小电磁作用原理，则普遍有

$$sg=1$$

最小电磁作用原理要求带电粒子和电磁场的相互作用是通过在粒子的哈密顿量中作相应的代换 $p_\mu \to p_\mu - eA_\mu$ 给出的．这是一个确定的要求，但并不是必需的．如果放弃这个要求，$sg=1$ 的结论也就不再保持了．

电弱统一理论中给出的带电中间玻色子 $W^\pm$ 是自旋 $s=1$ 的带电粒子，这个理论给出 $W^\pm$ 与光子的相互作用并不满足最小电磁作用原理，$W^\pm$ 的 $g=2$．$W^\pm$ 粒子是第一个理论上给出并且实验上已经发现的可能是不符合最小电磁作用原理要求的粒子，因此实验上测定 $W^\pm$ 粒子的 g 因子是一个理论上很有意义的重要研究课题．

按最小电磁作用原理，要求带电粒子的磁矩在某特殊方向的投影最大值为 $e/2m$，亦即 $sg=1$ 给出的结果．但是实验精确测定粒子的磁矩并不与此完全相符，其间的差别，亦即 sg 与 1 的差别称为反常磁矩．几种常见的粒子的磁矩为

电子磁矩：$(1.001159652193 \pm 0.000000000010)e/2m_e$

μ 子磁矩：$(1.001165923 \pm 0.000000008)e/2m_\mu$

质子磁矩：$(2.792847386 \pm 0.000000063)e/2m_p$

中子磁矩：$(-1.91304275 \pm 0.00000045)e/2m_p$

中子不带电，它的磁矩全部是反常磁矩．从这四个粒子来看，虽然它们同是自旋为 $\frac{1}{2}$ 的费米子，但前两个的反常磁矩很小，而后两个的反常磁矩很大．这是因为反常磁矩可能的物理来源有两个：

(1) 粒子仍然是“点粒子”，带电粒子自己产生的电磁场对自己的相互作用使自旋磁矩有了微小的改变．这个改变可以严格地

用量子电动力学来精确计算，可以准到12位有效数字. 电子，μ子就属于这种情形；

(2) 由于粒子有内部结构. 现在的强子结构理论认为，质子和中子都是由三个夸克组成的，在研究静态性质时，每个夸克的质量大体上是质子质量的$\frac{1}{3}$，每个夸克的电荷是质子电荷的$\frac{2}{3}$或$-\frac{1}{3}$. 这样每一个夸克的正常磁矩都和质子的正常磁矩同量级，三个夸克的正常磁矩的矢量和构成质子或中子的磁矩，自然给出较大的反常磁矩. 由于反常磁矩与重子的内部结构有关，反过来也可以通过重子的反常磁矩来分析重子的内部结构.

§1.3 粒子的运动学描写

1. 粒子的能量和动量

质量为m的粒子的动量$\boldsymbol{p}$和能量E满足质壳条件

$$E^2-\boldsymbol{p}^2=m^2$$

粒子的速度矢量$\boldsymbol{v}$为

$$\boldsymbol{v}=\frac{\boldsymbol{p}}{E}=\frac{\boldsymbol{p}}{\sqrt{m^2+\boldsymbol{p}^2}}$$

显然如果粒子的质量为零，则速度一定等于光速.

如果把空间某一方向作为标准，可以把粒子的动量分解为纵动量p_L和横动量$\boldsymbol{p}_T$之和，横动量是一个二维矢量，纵动量是一维的，可以用动量在这方向的投影来描写. 如果沿这标准方向作Lorentz变换，粒子的能量E和纵动量p_L的变换关系是

$$p'_L=\gamma(p_L-\beta E),$$
$$E'=\gamma(E-\beta p_L).$$

其中β是两参考系之间的相对速度，

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}$$

横动量 p_T 则是不变的

$$p'_T = p_T$$

在粒子物理的实验研究中，常测量粒子的横能量．粒子的横能量 E_T 的定义为

$$E_T = E\sin\theta$$

其中 θ 是粒子运动方向对标准方向的夹角．为了考察同一个粒子在不同参考系中表现出的横能量值的不同，可把上式改写为

$$E_T = \sqrt{p_T^2 + m^2\sin^2\theta}$$

由于横动量在 Lorentz 变换下不变．不同参考系中表现出的横能量值随表现出的 $\sin^2\theta$ 值的增加而增加．要注意的是，不同参考系中表现出的能量值

$$E = \sqrt{m^2 + \frac{p_T^2}{\sin^2\theta}}$$

随表现出的 $\sin^2\theta$ 值的增加而减少，两者的变化趋势是相反的．

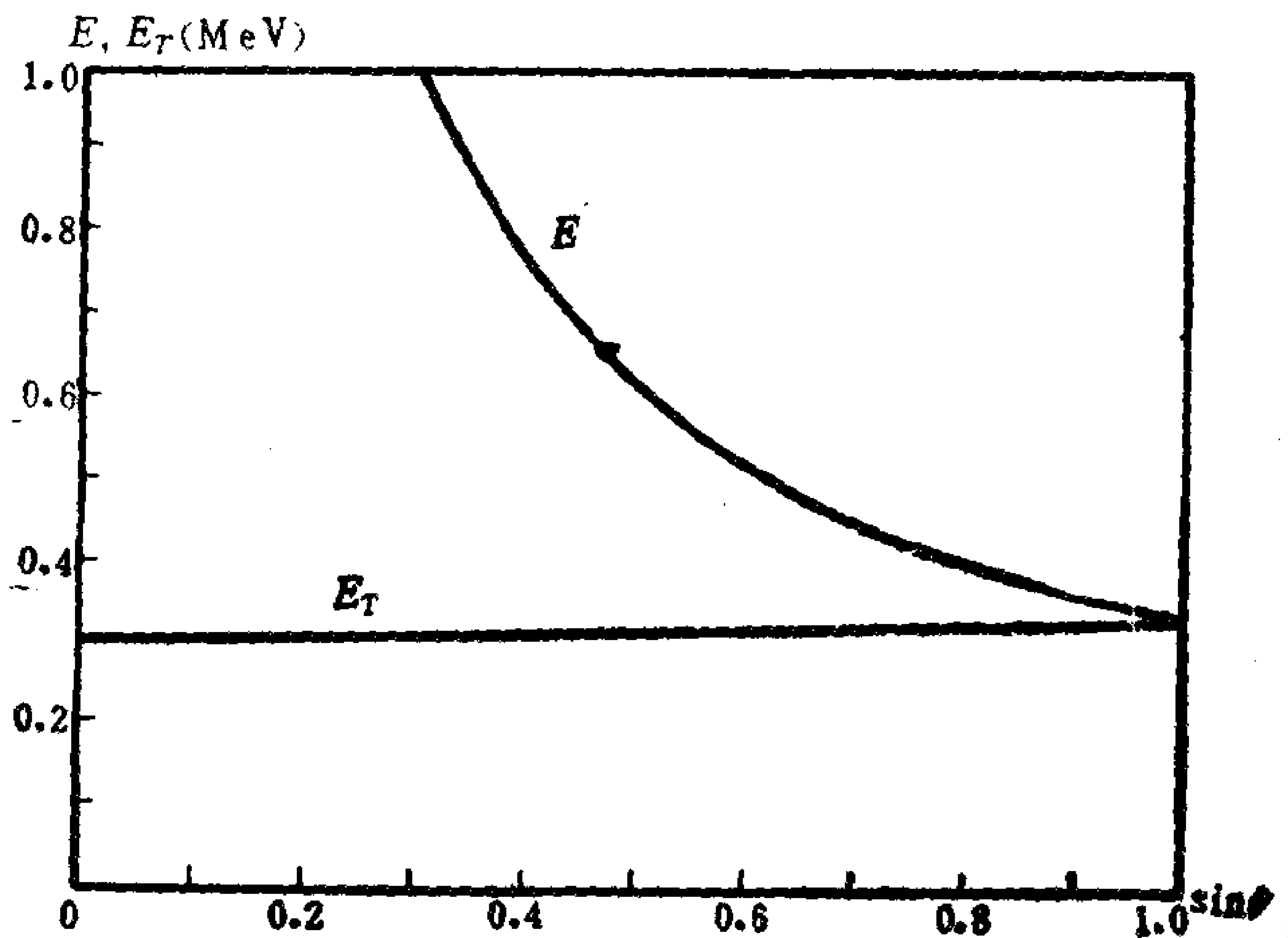


图 1-1.3

例如对于 π 介子，如果横动量 $p_T=0.3\text{GeV}$，则横能量 E_T 和能量 E 随 $\sin\theta$ 的变化如图 1-1.3 所示.

2. 粒子的快度和赝快度

粒子沿空间某一标准方向的快慢除了可以用速度沿该方向的投影 v_L 来描写外，也可以用快度 y 来描写. 快度 y 的定义为

$$\text{th}y=v_L$$

由此可以得到

$$\text{sh}y=\frac{v_L}{\sqrt{1-v_L^2}}$$

$$\text{ch}y=\frac{1}{\sqrt{1-v_L^2}}$$

粒子的快度是速度投影的单调函数，v_L 从 -1 增加到 0 再增加到 1 时，快度 y 相应地从 $-\infty$ 增加到 0 再增加到 ∞. 当速度绝对值很小时，

$$y=v_L$$

在Lorentz 变换下，粒子快度的变换规律为

$$y'=y-y_0$$

其中 y_0 是两个参考系之间的相对快度，这是快度的最重要的特点. 显然，在比较不同参考系中粒子的运动时，采用快度来描写比用速度来描写要方便得多.

粒子的快度可以通过粒子的能量和动量表达出来：

$$y=\frac{1}{2}\ln\frac{E+p_L}{E-p_L}$$

即

$$\text{th}y=\frac{p_L}{E}$$

纵动量 p_L 和能量 E 与快度的关系分别为

$$p_L = m_T \text{sh} y$$
$$E = m_T \text{ch} y$$

其中

$$m_T = \sqrt{m^2 + p_T^2},$$

称为横质量，它在沿纵向的 Lorentz 变换下是不变的.

实验分析中常用赝快度来代替快度，赝快度 η 定义为

$$\eta = -\ln \tan \frac{\theta}{2}$$

其中 θ 为粒子运动方向对标准方向的夹角. 赝快度的优点是直接可以测量，它和快度之间的关系为

$$y = \text{th}^{-1}\left[\frac{1}{\sqrt{1+\frac{m^2}{p^2}}}\text{th}\eta\right]$$

如果粒子的质量远小于它的横动量，即 $m \ll p_T$，近似有

$$y = \eta - \frac{m^2}{2p_T^2}\cos\theta$$

作为一例，对于 π 介子，如果横动量 $p_T = 0.300\text{GeV}/c$，赝快度和

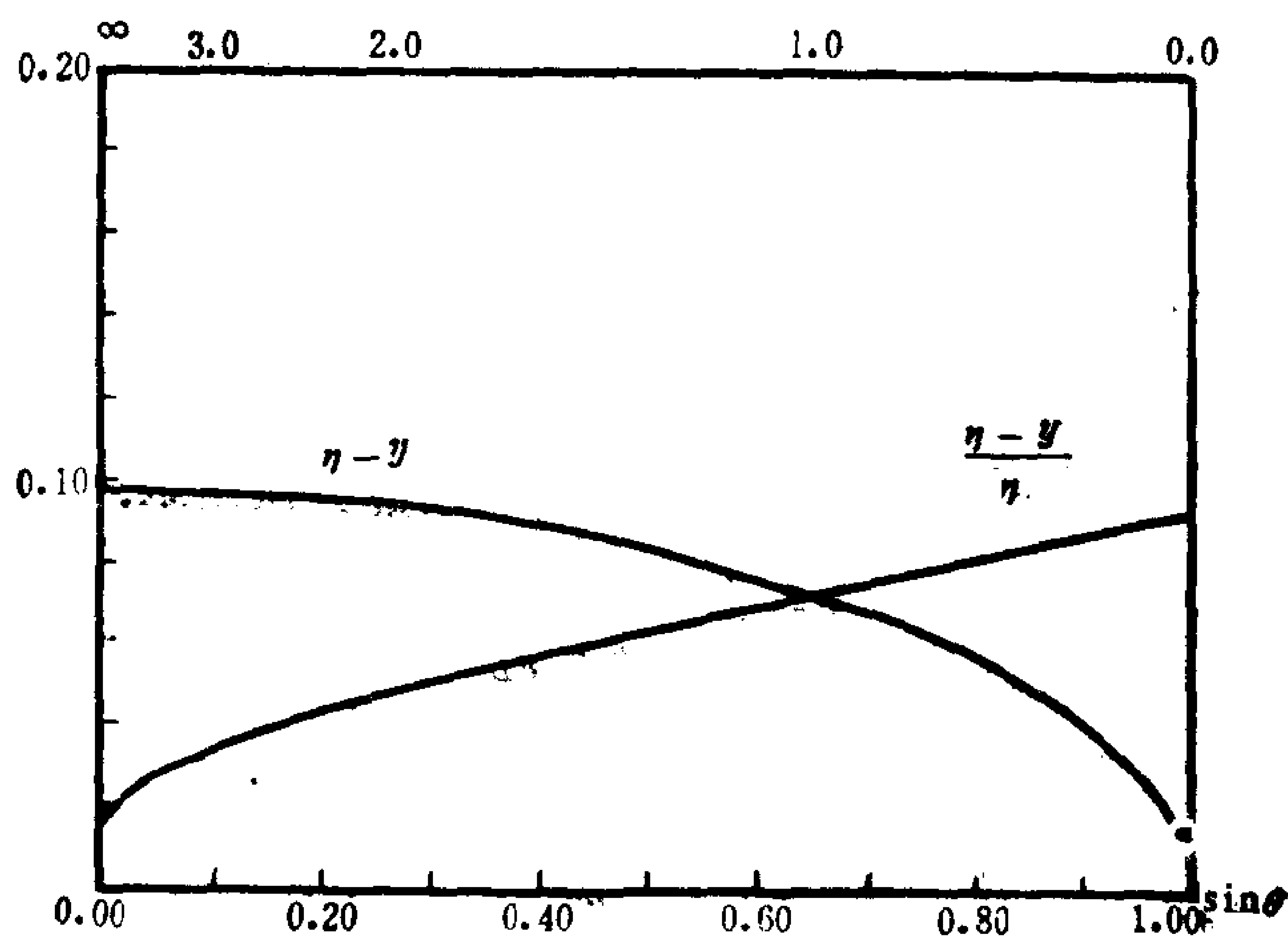


图 1-1.4

快度之差如图 1-1.4 所示．由此可见，无论是赝快度和快度的差值还是相对差值都小于 0.10，它们都随 m/p_T 的减少而减少，当 $m_T=p_T$ 时，$\eta=y$．

3．实验室系和质心系

粒子物理学中常要考虑两个粒子组成的系统，例如两个粒子的碰撞，一个粒子衰变成两个粒子等．这时两个粒子组成的系统质心系总能量为

$$E_{\mathrm{cm}}=\sqrt{(E_1+E_2)^2-(\boldsymbol{p}_1+\boldsymbol{p}_2)^2}$$

$$=\sqrt{m_1^2+m_2^2+2E_1E_2(1-v_1v_2\cos\theta)}$$

其中 θ 是两个粒子运动方向之间的夹角．如果考虑的是两个粒子的碰撞，E_{cm} 是碰撞后产生的全部粒子质量和的下限；如果这两个粒子是由一个粒子衰变而来的，E_{cm} 就是初态粒子的质量．如果一个高速粒子去碰撞一个静止的粒子，即所谓“打靶”实验，E_{cm} 可以简单表为

$$E_{\mathrm{cm}}=\sqrt{m_1^2+m_2^2+2E_{1\mathrm{lab}}m_2}$$

其中第二粒子为静止的靶粒子，在实验室系里观测系统质心运动速度为

$$v_c=\beta_c=\frac{p_{1\mathrm{lab}}}{E_{1\mathrm{lab}}+m_2}$$

在作从实验室系到质心系的 Lorentz 变换时，需要在实验室系观察到的质心运动的 γ 因子，它可以表为

$$\gamma_c=\frac{E_{1\mathrm{lab}}+m_2}{E_{\mathrm{cm}}}$$

考虑在 S 系中粒子的动量为 $\boldsymbol{p}$，对 z 轴的夹角为 θ，S' 系相对 S 系沿 z 轴方向以速度 β 运动，在 S' 系中粒子运动对 z 轴的夹角为 θ'，则有

$$\tan\theta' = \frac{|\boldsymbol{p}|\sin\theta}{\gamma|\boldsymbol{p}|\cos\theta - \beta\gamma E}$$

对于质心系和实验室系之间的关系，由上式可以得到

$$\tan\theta_{\text{lab}} = \frac{p_{\text{cm}}\sin\theta_{\text{cm}}}{\gamma_c p_{\text{cm}}\cos\theta_{\text{cm}} + \beta_c\gamma_c E_{\text{cm}}}$$

这里 p_{cm} 和 E_{cm} 分别是所考察的粒子在质心系中的动量大小和能量值，当在质心系中粒子的速度 v_{cm} 小于实验室系中观察到的质心运动速度 β_c 时，在实验室系中粒子一定表现为向前运动，其夹角的极大值为

$$(\tan\theta_{\text{lab}})_{\max} = \frac{p_{\text{cm}}}{\gamma_c E_{\text{cm}}}\frac{1}{\sqrt{\beta_c{}^2 - \frac{p_{\text{cm}}^2}{E_{\text{cm}}^2}}}$$

对应在质心系中的位置为

$$\cos\theta_{\text{cm}} = -\frac{p_{\text{cm}}}{\beta_c E_{\text{cm}}}$$

对于在质心系中给定能量 E_{cm} 的粒子来说，在实验室系中粒子的纵动量和横动量的取值由下述椭圆方程给出：

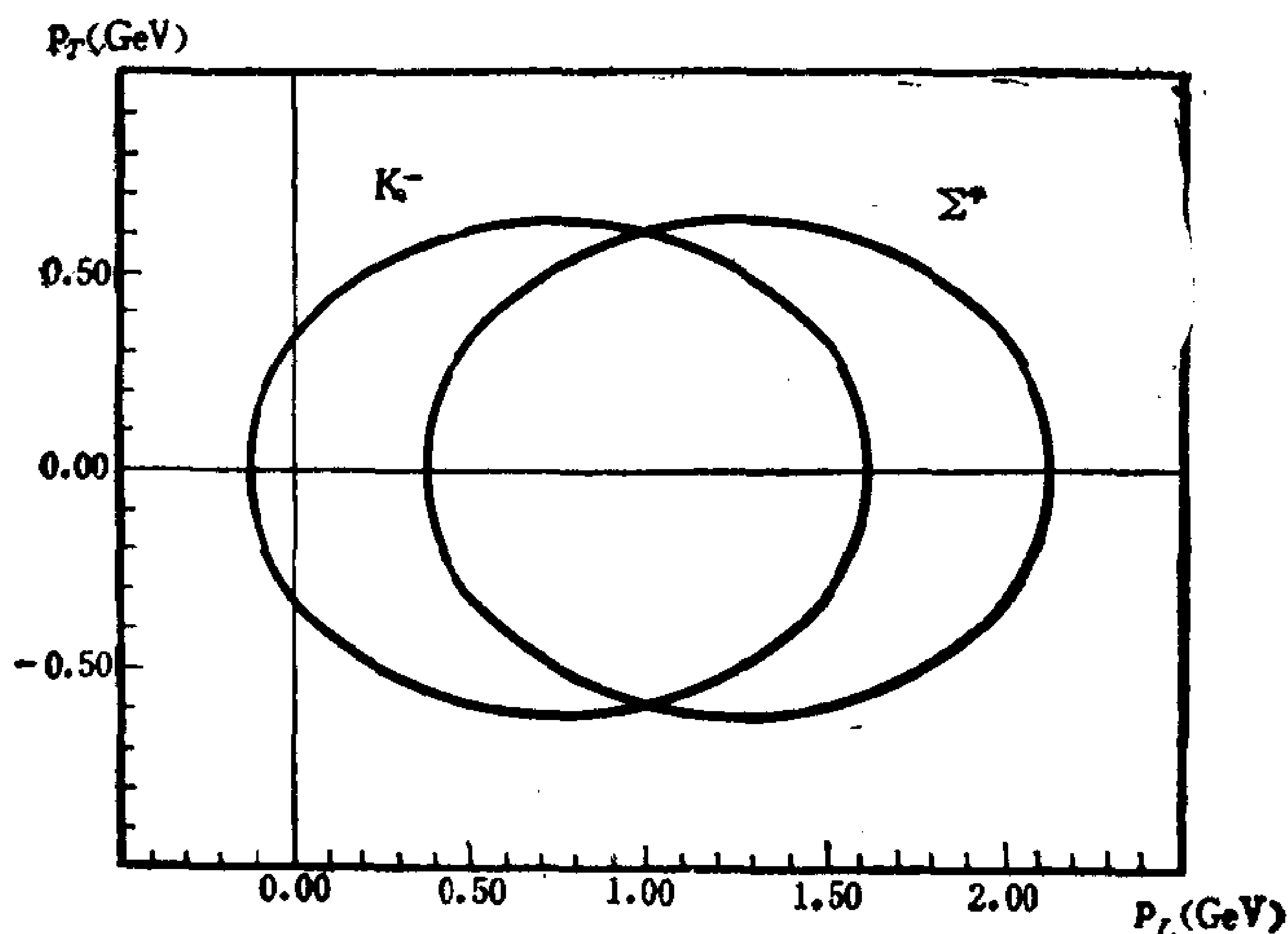


图 1-1.5

$$\frac{(p_L'-\beta_c\gamma_c E_{cm})^2}{\gamma_c^2 p_{cm}'^2}+\frac{p_T'^2}{p_{cm}^2}=1,$$

例如用动量 2.0GeV/c 的 π^-介子去碰撞质子变成 K^+介子和 Σ^-超子的实验中,实验室系中观察到的K^+介子和Σ^-超子的纵动量和横动量的椭圆如图1-1.5所示.尽管K^+介子和Σ^-超子的质量不同,K^+介子和 Σ^-超子的纵动量和横动量的椭圆是相同的,但中心位置不同,这就反映为 K^+介子的纵动量有可能小于零,即和入射方向相反方向射出,但 Σ^-超子的纵动量总是大于零,总是向前射出,最大张角为 35°31′.

4. n个粒子反应的Lorentz不变量

考虑一个粒子的衰变或两个粒子碰撞所产生的反应,如果初态和末态共涉及 n 个粒子,考察由这 n 个粒子的四维动量 $p_{i\mu}$, $i=1,2,\cdots,n$,可以组成多少个 Lorentz 不变量.

引入符号

$$(p_i,p_j)=g^{\mu\nu}p_{i\mu}p_{j\nu}$$

由于能量动量守恒,这 n 个四维动量中只有 $n-1$ 个是独立的,它们能构成的这样的 Lorentz 不变量共有 $n(n-1)/2$ 个,但其中有 n 个是 n 个粒子的质壳条件,还有 $n(n-3)/2$ 个可以变化,由此可见 n 个粒子反应中独立的可变的 Lorentz 不变量个数为

n	4	5	6	7	8	9
衰变末态粒子数	3	4	5	6	7	8
反应末态粒子数	2	3	4	5	6	7
独立不变量个数	2	5	9	14	20	27

它们随 n 的增加而迅速增长.

例如对于二体到二体的反应,用 $i=1$, 2 标记初态的两个粒

子，用 $i=3,4$ 标记末态的两个粒子，略去 Lorentz 脚标，可以构成三个 Lorentz 不变量：

$$\begin{aligned}s&=(p_1+p_2)^2=(p_3+p_4)^2\\&=m_1{}^2+m_2{}^2+2E_1E_2-2\boldsymbol{p}_1\cdot\boldsymbol{p}_2\\t&=(p_1-p_3)^2=(p_2-p_4)^2\\&=m_1{}^2+m_3{}^2-2E_1E_3+2\boldsymbol{p}_1\cdot\boldsymbol{p}_3\\u&=(p_1-p_4)^2=(p_2-p_3)^2\\&=m_1{}^2+m_4{}^2-2E_1E_4+2\boldsymbol{p}_1\cdot\boldsymbol{p}_4\end{aligned}$$

它们之中只有两个是独立的，实际上它们满足关系

$$s+t+u=m_1{}^2+m_2{}^2+m_3{}^2+m_4{}^2$$

s 的物理意义是质心系总能量的平方，t 和 u 称为四维动量转移的平方.

5. n 体末态相空间

空间体积元 $d^3\boldsymbol{x}$ 不是 Lorentz 不变的，时间间隔元 dt 也不是 Lorentz 不变的，但四维时空体积元 $d^4x=d^3\boldsymbol{x}dt$ 则是 Lorentz 不变的. 同样地，动量相空间体积元 $d^3\boldsymbol{p}$ 不是Lorentz 不变的，能量间隔元 dE 也不是Lorentz 不变的，但四维动量相空间体积元 $d^4p=d^3\boldsymbol{p}dE$ 则是Lorentz 不变的. 当考虑自由粒子的运动时，粒子的四维动量 p_μ 总要满足质壳条件

$$p^2=g^{\mu\nu}p_\mu p_\nu=E^2-\boldsymbol{p}^2=m^2$$

这反映为四维动量相空间体积元 d^4p 总是要和体现质壳条件的 δ 函数 $\delta(E^2-\boldsymbol{p}^2-m^2)$ 乘在一起，还要乘上反映粒子能量必须大于零的函数 $\theta(E)$. 由于 $\delta(p^2-m^2)$ 和 $\theta(E)$ 都是Lorentz 不变的，因此自由物理粒子的四维动量相空间不变体积元变为

$$d^4p\delta(p^2-m^2)\theta(E),$$

在对四维动量相空间积分时，dE 的积分是确定的，可以先积出来，

得到

$$\frac{d^3\boldsymbol{p}}{2E}=\frac{d^3\boldsymbol{p}}{2\sqrt{m^2+\boldsymbol{p}^2}}$$

这时只需要再对三维动量积分就行了.

如果反应的末态有 n 个粒子, n 体末态相空间不变体积元为

$$d\Phi(p_i;p_1,p_2,\cdots,p_n)=\delta^4\left[p_i-\sum_{f=1}^{n}p_f\right]\prod_{f=1}^{n}\frac{d^3\boldsymbol{p}_f}{(2\pi)^3 2E_f}$$

其中 p_i 为初态总四维动量, $p_1,p_2,\cdots,p_n$ 为末态 n 个粒子的四维动量, δ 函数反映四维动量守恒的要求, 这个相空间积分时是 $3n$ 重积分. 由于 δ 函数的存在, 积掉 δ 函数后还有 $3n-4$ 重积分.

一般情况下, 这个积分的计算相当复杂. 如果所有末态粒子的质量都为零, n 体末态相空间不变体积为 Φ_n, 则有

$$\Phi_2=\frac{1}{4(2\pi)^5}$$

$$\Phi_3=\frac{s}{32(2\pi)^7}$$

从而给出

$$\frac{\Phi_3}{\Phi_2}=\frac{s}{32\pi^2}$$

对于一般的 n, 可以导出递推公式:

$$\frac{\Phi_{n+1}}{\Phi_n}=\frac{s}{16\pi^2 n(n-1)}$$

由此得到普遍公式

$$\Phi_n=\frac{1}{4(2\pi)^5(n-1)!(n-2)!}\left[\frac{s}{16\pi^2}\right]^{n-2},$$

Φ_n 的量纲随 n 不同而不同, 为了便于比较, 可以定义无量纲化的 n 体末态相空间不变体积 Φ'_n 为

$$\Phi'_n=\frac{\Phi_n}{s^{n-2}}$$

这样Φ'_n的递推公式和表达式中都不再出现 s 了.

末态粒子的质量为零时无量纲化的三体相空间约为无量纲化的二体相空间$\frac{1}{315.8}$,一般说来,末态粒子增加一个,相应地无量纲化的相空间要减少两个数量级, 这是在多体衰变和多粒子产生过程中,产生的粒子越多,概率越小的运动学原因.

6. *不稳定粒子的传播函数

粒子物理学中经常要研究的一种情况是, 有些粒子可以只在反应的中间过程中存在, 而在初态和末态中都不出现. 由于这种粒子不以自由粒子的形式出现,不需要满足质壳条件,但它在中间过程中存在,其影响和贡献还是重要的,在场论计算中用传播函数来描写质量为m的无自旋粒子的传播函数为

$$\Delta_F(p)=\frac{1}{p^2-m^2+i\varepsilon}=\frac{1}{E^2-\boldsymbol{p}^2-m^2+i\varepsilon}$$

其中 ε 是一个大于零的无穷小量,它的作用是保证计算中,当积分过极点时,确定如何正确地绕过极点,计算完了后再让它趋于零.

现在需要研究的是,当在中间过程中出现的是不稳定粒子时,它的传播函数应采用什么形式,考虑一个质量为m,宽度为Γ的无自旋粒子,并且 $m\gg\Gamma$,参照上面的表达式,可以假定其形式为

$$\Delta_F(p)=\frac{1}{p^2-\alpha+i\beta}=\frac{1}{E^2-\boldsymbol{p}^2-\alpha+i\beta}$$

其中α和β都是只与粒子属性有关的量,亦即是m和Γ的函数,并且当Γ趋于零时,α应趋于m^2,β应从正值方面趋于 0.

现在看一个级联衰变过程:

$$\mathrm{A}\to\mathrm{B}+\mathrm{C},\quad \mathrm{B}\to\mathrm{D}+\mathrm{E}$$

不失结论的普遍性,为简单起见, 假定这些粒子都是无自旋粒子, A和B是不稳定粒子, 质量和宽度分别为m_A, Γ_A和 m_B, Γ_B, 并且

$m_A > m_B$, $m_C = m_D = m_E = 0$

描写这两个衰变过程的有效相互作用为

$$H_{\text{eff}} = fABC + gBDE$$

其中 A, B, C, D, E 分别代表相应粒子的场量. 由此算得 A和 B 的宽度分别为

$$\Gamma_A = \frac{f^2}{16\pi^2} \frac{m_A^2 - m_B^2}{m_A^3}$$

$$\Gamma_B = \frac{g^2}{16\pi^2} \frac{1}{m_B}$$

这个级联衰变过程也可以看作是有 B 粒子在中间过程出现的一次衰变过程:

$$\text{A} \to \text{C} + \text{D} + \text{E}$$

用场论计算 A的宽度, 计算中考虑了 $m_B \gg \Gamma_B$, 结果为

$$\Gamma_A = \frac{f^2}{16\pi^2} \frac{g^2}{16\pi^2} \frac{m_A^2 - \alpha}{m_A^3 \beta}$$

将两次计算结果进行比较, 要求下式成立:

$$\frac{m_B \Gamma_B}{\beta} \frac{m_A^2 - \alpha}{m_A^2 - m_B^2} = 1$$

考虑到 α 和 β 都只是 m_B 和 Γ_B 的函数, 给出

$$\alpha = m_B^2, \quad \beta = m_B \Gamma_B$$

这也正符合当 Γ_B 趋于零时, α 应趋于 m^2, β 应从正值方面趋于0的极限要求条件, 亦即不稳定粒子的传播函数为

$$\Delta_F(p) = \frac{1}{p^2 - m^2 + im\Gamma} = \frac{1}{E^2 - \mathbf{p}^2 - m^2 + im\Gamma},$$

当用这个传播函数来进行计算时, 完成计算后不能再让 Γ 取零值.

§1.4 相互作用

1. 场论中场和粒子的基本图像

量子场论给出了一个新的基本物理图象，概括如下:

(1) 每种粒子对应一种场，场没有不可入性，对应各种不同粒子的场在空间中互相重叠地充满全空间. 例如:

光子	电子	中微子	π 介子	质子	中子
电磁场	电子场	中微子场	π 介子场	质子场	中子场

(2) 场的能量最低状态称为基态. 场的激发状态表现为出现相应的粒子，场的不同激发状态表现为粒子的数目和运动状态不同. 例如，电子场的激发状态可以表现为一个电子，也可表现为多个电子. 场处于基态时由于不能释放出能量，不能输出信号，从而不表现出直接的物理效应，亦即不表现为出现粒子. 因此场和粒子之间，场是更基本的，粒子只是场处于激发状态的表现.

在物理学的发展过程中，人们对于物质存在形式的认识也是在不断变化的，最初认识微粒是物质存在的基本形式，微粒在空间占有一定有限的体积，有不可入性. 微粒有质量，有能量，有动量，有角动量. 后来人们又认识到场不能只看作是为了描述物理规律方便而引入的概念，场本身也是物质存在的基本形式. 场也有质量，有能量，有动量，有角动量，这些性质和微粒是一样的. 但是场是充满全空间的，没有不可入性，这些性质和微粒是不一样的. 到这时，微粒和场被认为是物质存在的两种基本形式. 现在量子场论则明确给出，物质存在的两种形式中，场是更基本的，粒子只是场处于激发状态的表现.

(3) 一般说来，场用复量描写，与此相应，场的激发也用复量

描写，互为复共轭的两种激发状态表现为粒子和反粒子互换的两种物理状态．例如，电子场的一种激发状态表现为一个电子 e^-，与之成复共轭的激发状态表现为一个能量、动量相同的正电子e^+．如果某场用实量描写，与此相应，场的激发也用实量描写，这时复共轭就是它自身，粒子就是它自身的反粒子．

（4）所有的场都处于基态时为物理真空．由此可见，真空并不是"真"的"空"无一物．真空态时，全空间充满各种场，只是由于所有场都处于能量最低状态而不可能表现出任何释放出能量从而给出信号的物理效应．

2．场论中相互作用的基本图象

（1）相互作用存在于场之间，无论是处于基态还是处于激发态的场都同样地与其它场相互作用．

（2）粒子是场处于激发状态的表现，因此粒子间的相互作用来自场之间的相互作用．场之间的相互作用是粒子转化的原因．

场论对粒子间的相互作用的机理给出了清楚的图象．现在考虑中子的β衰变过程．自由中子为什么会自动衰变？一个自然的回答是中子通过相互作用而衰变．再问中子和谁相互作用？自然的回答是中子和质子、电子以及中微子相互作用．然而当中子存在时，质子、电子以及中微子还不存在．而当质子、电子以及中微子存在时，中子却已经不存在了．中子和质子、电子以及中微子没有一个时刻同时存在，它们之间又如何相互作用呢？这个物理图象和物理概念上的表观上的矛盾，在场论中自然地解决了．

根据场论给出的基本物理图象，回过来再看中子的β衰变过程．在示意图 1-1.6 上，我们用一条线代表一种场，水平直线代表场处在基态，水平线上的隆起峰代表场的激发，表现为一个粒子．左边为真空，即所有场都处于基态的情形，右边为一个质子和一个

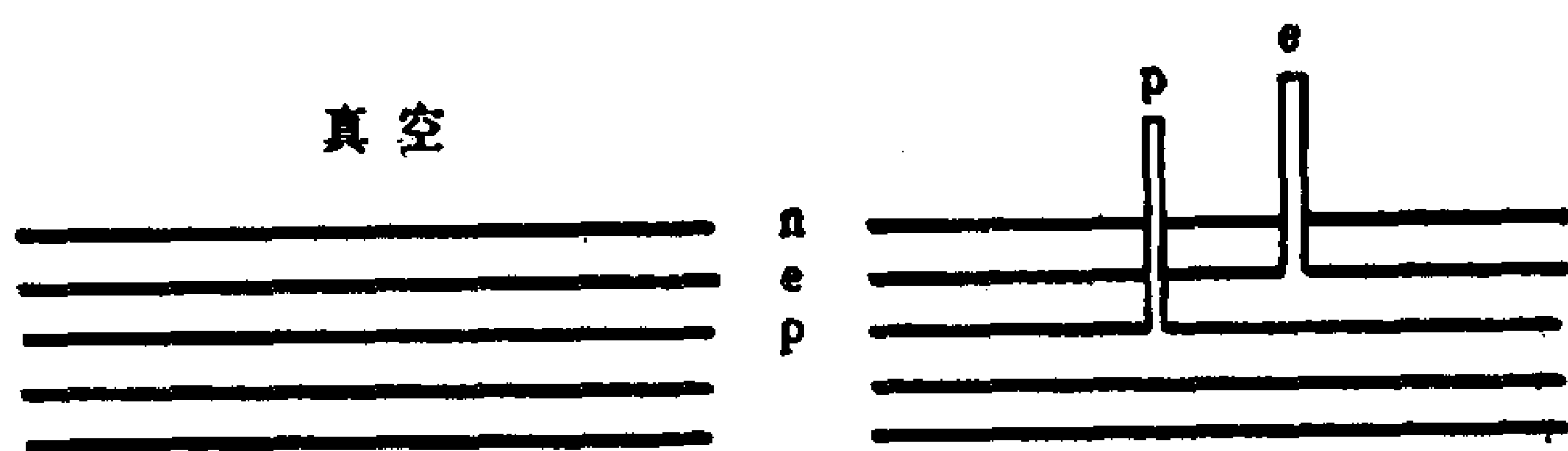


图 1-1.6

电子的状态. 图 1-1.7 描写 $n \to p + e^- + \nu$ 的衰变过程. 开始时,中子场处于激发状态,表现为存在一个中子,而质子场、电子场和中微子场则处于基态,表现为没有质子、电子和中微子(或相应的反粒子). 经过中子场与质子场、电子场和中微子场之间的弱相互作用,中子场可以跃迁到基态把激发能量传过去而引起质子场、电子场和中微子场的激发. 表现为中子消失而产生了一个质子、一个电子和一个反中微子. 这就是中子 β 衰变过程的场论图象. 在这个图象中,衰变过程得以发生的原因是场之间的弱相互作用. 正因为中子场与质子场、电子场和中微子场之间存在弱相互作用的联系,才使中子场的激发状态的改变引起质子场、电子场和中微子场激发状态的改变而表现为中子 β 衰变过程.

$$n \longrightarrow p + e + \bar{\nu}$$

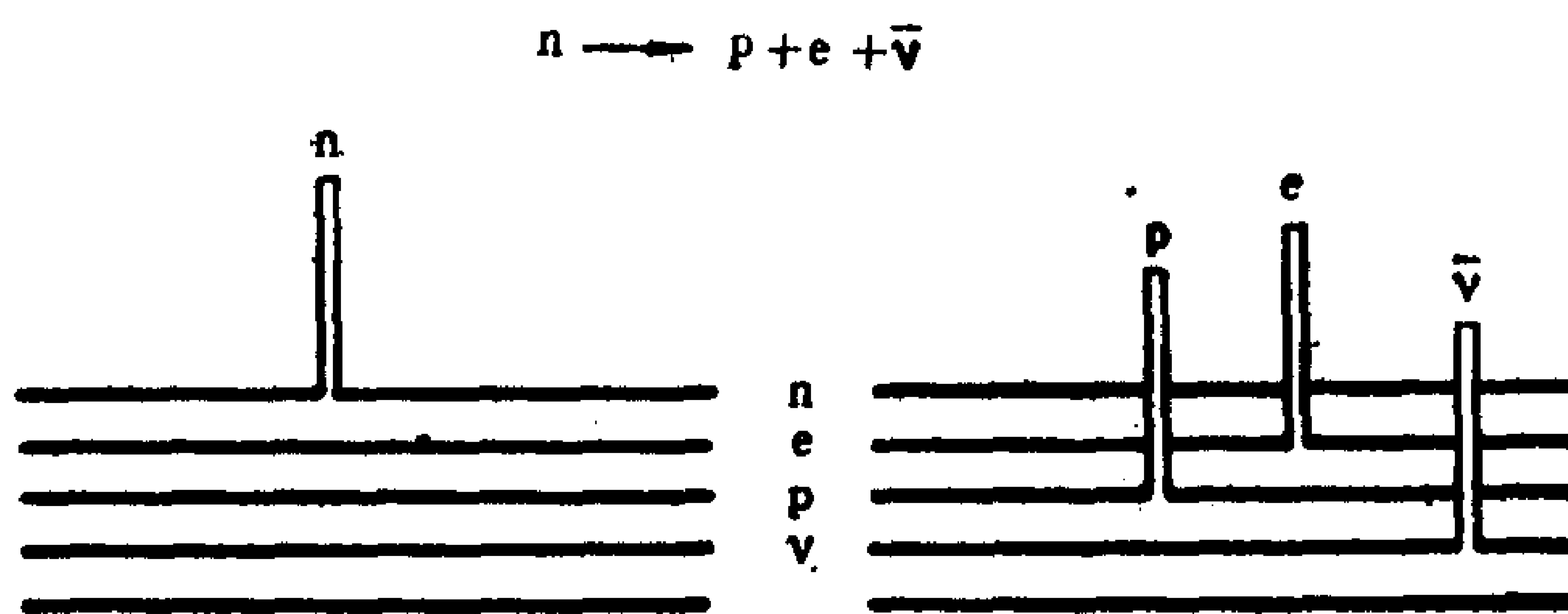


图 1-1.7

3. 四种相互作用

实验上现已确知粒子之间的相互作用有四种:引力相互作用,

弱相互作用，电磁相互作用，强相互作用. 这些相互作用都是随着作用的距离增加而减弱. 引力相互作用力和电磁相互作用力随着距离的平方成反比而变化，属于长程力；弱相互作用力和强相互作用力则随着距离更快地减弱，是短程力. 相互作用的力程可以通过该相互作用的位势$V(r)$来给出：

$$L=\lim_{R\to\infty}\frac{\int_0^R V(r)r^2dr}{\int_0^R V(r)rdr}$$

相互作用力程的物理意义是相互作用的有效作用范围. 正由于作用力程的差别，在宏观物理现象中，人们早就认识到了引力相互作用和电磁相互作用，而弱相互作用和强相互作用则是到了原子核物理学中才被直接认识到它们的存在. 相互作用的强度可以用$\alpha(r)=V(r)r$来描写，除库仑型力以外，它都是距离r的函数. 因此对各种相互作用强度的比较，一定要给定相互作用的距离. 作为例子考虑两种典型的位势：库仑位势和汤川位势，它们的力程和强度的比较如下：

$$\text{库仑势}\quad V(r)=\frac{\alpha}{r},\qquad L=\infty,\ \alpha(r)=\alpha$$

$$\text{汤川势}\quad V(r)=\frac{\alpha e^{-\mu r}}{r},\quad L=\frac{1}{\mu},\ \alpha(r)=\alpha e^{-\mu r}$$

因为质子是一种可以同时参与四种相互作用的粒子，所以我们采用质子作为代表来讨论四种相互作用的比较. 考虑两个质子相距$r=2.5\times10^{-15}$ m，这是原子核内相邻两个核子的典型距离. 这时两个质子之间四种相互作用的强度表现出数量级上的明显差别. 还可以采用在同一入射动量$p_L=100$GeV下，四种相互作用典型反应过程的反应截面之比来标志相互作用强度之比. 所得的结果见下表：

	强作用	电磁作用	弱作用	引力作用
力程	$\sim 10^{-15}$m	∞	$\sim 10^{-18}$m	∞
宏观表现	无	有	无	有
作用强度	0.15	0.0073	6.34×10^{-10}	5.90×10^{-39}
典型反应	π^+p	γp	νp	无
截面(mb)	25	0.11	6.7×10^{-8}	
媒介粒子	介子,胶子	光子	W^+,W^-,Z^0粒子	引力子
自旋	0,1　1	1	1	2

强相互作用的原始媒介粒子是八种胶子，它们传递的原始相互作用称为色相互作用，实验上看到的强相互作用是色相互作用的剩余作用．这情况类似于分子之间的Van der Waals力，它的原始来源是电磁相互作用，但即使是中性分子之间也可以有Van der Waals力，这是因为它是复杂电磁相互作用的剩余作用，不能简单地归结为交换一个光子．同样地强相互作用也不能简单地归结为交换一个胶子，特别是在能量不是非常高时，强相互作用的媒介粒子主要是介子．

胶子、光子、W^+，W^-，Z^0粒子和引力子都是规范粒子，它们传递的相互作用都是规范相互作用．现在实验上还没有观察到自由胶子，并且现有理论也认为单个自由胶子不能够独立存在，只能存在于强子内部或在反应过程中出现并起作用而被间接察觉到．胶子的质量为零，原则上每个胶子有两个独立的极化状态．光子的质量为零，它有两个独立的极化状态，它传递的是长程力．引力相互作用远比其它相互作用要弱，尽管在宏观范围内对引力相互作用已经研究得相当清楚，但是在粒子物理学范围里，还没有能直接对引力相互作用进行实验研究，当然也还没有能直接从实验中得

到引力子存在的证据. 引力子如果存在的话，按现有理论，它的质量也为零. 虽然它的自旋应为2，但仍然只有两个独立的极化状态，它传递的也是长程力. W^+，W^-，Z^0粒子的质量都很重，自旋为1，都有三个独立的极化状态，并且由于质量很重，传递的是力程很短的短程力.

§1.5 粒子的分类

1. 已发现粒子的分类

现在已经发现的粒子按它们参与各种相互作用的性质分为以下几类:

(1) 规范玻色子: 传递相互作用的媒介粒子，已发现的有4种，即光子和三种中间玻色子:

$$\gamma, \quad W^{\pm}, \quad Z^0$$

它们的自旋都是1；

(2) 轻子: 不直接参与强相互作用的粒子，它们可以直接参与电磁相互作用和弱相互作用. 现在发现的轻子共有六种，连同相应的反粒子共12种，它们的自旋都是$\frac{1}{2}$.

电子是最早被发现的带电轻子，后来1937年又在宇宙线实验中发现了μ子，它也是带一个负电荷的自旋$\frac{1}{2}$的粒子，不直接参与强相互作用，但可以直接参与电磁相互作用和弱相互作用，μ子的质量是电子的206.8倍. 实验和理论的研究给出，μ子的相互作用性质和电子完全相同，它们唯一的不同是质量上的不同，它们运动行为上的差异都可以归结于来自它们质量上的不同. 人们曾经从实验上进行了很多的研究试图去找出电子和μ子在相互作用性质上的不同，但始终没有找到. 这个情况向理论提出了一个重

要的基本理论课题，即著名的“e-μ疑难”：为甚么电子和μ子在相互作用性质上完全相同，但质量上却差206.8倍？1975年，实验上又发现了第三个带电轻子τ子，它的相互作用性质和电子以及μ子完全相同，但质量上却是μ子的16.9倍、电子的3492倍，类似的情况再次出现．“e-μ疑难”发展成为“e-μ-τ疑难”．除了三种带电轻子外，还有三种不带电的中微子，它们的性质完全相同，它们之间的差别仅仅在于在弱相互作用过程中，它们分别地和一种相应的带电轻子相作用．除此之外，没有发现有任何差异．因此现在“e-μ-τ疑难”已经转化为关于费米子的“代的来源”问题．

(3) 强子：直接参与强相互作用的粒子．它们又分为两类：

介子：自旋为整数，重子数为零的强子；

重子：自旋为半整数，重子数为1的强子．

现已发现的粒子绝大多数是强子，按上面的分类统计如下表．其中第一行是实验上已经发现并已经进一步的实验证实，确认其存在的粒子数目；第二行则是实验上已经发现但还未经进一步的实验证实，从而还不能完全确认其存在的粒子数目．轻子和重子的数目写了两个数字是分别表示粒子和反粒子的数目．

	规范玻色子	轻子	介子	重子	合计
已发现已证实	4	6+6	138	132+132	418
已发现未证实	0	0	84	137+137	358
合计	4	12	222	538	776

2. 稳定粒子和共振态

现已发现的776种粒子中，只有11种粒子可能是真正稳定的粒子，这就是光子，三种中微子和它们的反粒子，电子，正电子，质

子和反质子．粒子物理学中并没有按粒子是否真正稳定来对粒子进行分类，因为虽然粒子是否真正稳定在实验上的表现是明显的，然而从粒子的内部属性来看，不一定是最重要的标志．例如“e-μ-τ疑难”源起于这三个带电轻子的相互作用性质上难以找到差异，然而从它们的寿命来看，电子是稳定的，μ 子的寿命是$(2.19703\pm0.00004)\times10^{-6}$ s，τ 子的寿命是$(3.04\pm0.09)\times10^{-13}$ s，差别是明显的，而这些差别的来源是因为它们质量上的不同．粒子物理学中把粒子按衰变性质和行为分为稳定粒子和共振态两类：不能通过强相互作用衰变的粒子称为稳定粒子；可以通过强相互作用衰变的粒子称为共振态．

一般说来，通过强相互作用衰变的寿命短，通过电磁相互作用和弱相互作用衰变的寿命则要长得多，似乎可以用寿命的长短来区分稳定粒子和共振态．然而实际情况要复杂得多．现已发现的粒子中，寿命最长的和寿命最短的粒子都属于稳定粒子．现已发现的最不稳定的稳定粒子是 Z^0 粒子和$W^\pm$粒子，对于 Z^0 粒子，现在实验测得平均寿命为$(2.59\pm0.03)\times10^{-25}$ s．除了 Z^0 粒子和$W^\pm$粒子外，其它的稳定粒子的平均寿命$\geqslant5.8\times10^{-20}$s．现已发现的最稳定的共振态是$\Gamma(10355)$粒子，它的平均寿命为$2.53\times10^{-20}$s，远长于$Z^0$粒子的平均寿命．

现已发现的稳定粒子数目统计如下表所示：

	规范玻色子	轻子	介子	重子	合计
已发现已证实	4	6+6	20	12+12	60
已发现未证实	0	0	4	2+2	8
合计	4	12	24	28	68

3．轻子-夸克层次粒子的分类

按照现有实验和理论的认识，强子是复合粒子，它们是由更深层次的夸克和反夸克所组成．夸克和反夸克通过胶子传递的色相互作用结合成强子．现在实验上还没有发现自由夸克或自由胶子，现有理论也认为由于色相互作用的禁闭性质，自由夸克和自由胶子不能够独立存在，只能存在于强子内部．但是它们在强子内部的存在或在反应过程中起作用却可以被从实验上间接观察和验证．现在还没有实验的迹象显示轻子和夸克有内部结构，它们还都可以按点粒子来对待，并且看作是属于同一层次．可以按现有理论在轻子-夸克层次对粒子进行分类：

（1）规范玻色子：传递相互作用的媒介粒子，共有13种，其中包括光子(γ)，三种中间玻色子($W^{\pm}, Z^0$)和8种胶子，它们的自旋都是1；再有一种是引力子，理论上预言它的自旋是2，但是迄今为止，还没有证实其存在的直接实验证据．

（2）费米子：轻子和夸克，它们的自旋都是$\frac{1}{2}$．电弱统一理论要求，规范场的相互作用中出现的“反常”必须完全消除．消除“反常”的条件是所有费米子的电荷之和为零．因此，轻子和夸克总是整代地存在的，每一代费米子的电荷之和为零．每一代费米子包括一种不带电的轻子，即中微子；一种带-1电荷的带电轻子；一种带$\frac{2}{3}$电荷的夸克和一种带$-\frac{1}{3}$电荷的夸克．每种夸克又有三个相互作用性质相近的不同的类型，称为三“色”．这个名词“色”是借用来的，因为各种颜色都可以由三元色所合成．与此类似，不同类型的轻子和夸克称为不同的“味”．因此每一代费米子包含两味一色的轻子和两味三色的夸克，共有八个粒子．它们的电荷之和为

$$0+(-1)+3\times(2/3)+3\times(-1/3)=0$$

符合消除“反常”的条件．现在已知，自然界至少存在3代费米子，它们可以列如下表：

	轻子(一色)		夸克(三色)	
电荷	0	-1	2/3	$-1/3$
第一代	ν_e	e	u上	d下
第二代	ν_μ	μ	c粲	s奇异
第三代	ν_τ	τ	(t顶)	b底

第三代中的顶夸克是理论上预言其存在，但是实验上至今还没有证据显示其存在，现在给出顶夸克质量的实验下限为78GeV．从实验上去寻找顶夸克是现在粒子物理学研究的重要课题．

现在已知自然界至少存在三代费米子，那末自然界到底存在几代费米子？特别是是否存在第四代费米子？从实验上去探寻和发现第四代费米子是现在粒子物理学研究的又一个重要课题．

(3) Higgs粒子：按照现有理论认为自然界应该存在的自旋为0的粒子，它在实现对称性的自发破缺，从而使统一的电弱相互作用分解成性质和行为互不相同的电磁相互作用和弱相互作用的机理中起重要作用．理论预言自然界应至少存在一个Higgs粒子，但实验上还没有发现．

按照现有实验和理论的认识，从轻子-夸克层次粒子的分类来看，自然界已知存在的粒子数目为

规范玻色子　　轻子　　　　　　　夸克　　　　Higgs粒子

$$12+(6\times1+6\times1)+(5\times3+5\times3)+0=54$$

第二章　对称性和守恒定律

§2.1　对称和对称性

1. 对称和破缺

对称性是人们在观察自然和认识自然过程中所产生的一种观念．在自然界千变万化的运动演化过程中，显现出各式各样的对称性．太阳是一个球体，而球体在绕过中心的任意轴旋转某一角度后，其形状和位置都不显现任何可以察觉的变化．球体的这种性质称为绕球心的旋转对称性．正是因为如此，没有人会说看到太阳横过来或倒过来了．如果要想确切判断球体是否绕过中心的任意轴转了一个角度，就需要在球上添加某些记号，根据这些记号的位置变化来判断球是否作了转动．实际上，这些记号的作用就是使球不再具有严格的旋转对称性，亦即在一定程度上破坏了旋转对称性．物理学上称这种情况为对称性的破缺．

自然界千变万化的运动演化，从一个侧面来说，就体现为显现出各式各样的对称性，同时又通过这些对称性的演化和破缺来反映出运动演化的特点．日夜交替是人们最熟知的自然现象，24 小时的昼夜循环，在时间上显现出具有周期性的平移对称．但是，我们无法根据日夜交替的特点来区分任何两天．为了能够区分和判断它，就需要找到对称性破缺的表现．人们在长期的生活中，发现昼夜的时间长短比例和夜间星群的分布都有相似的周期性变化，而且月亮每天的位置和形状也不相同，后来，逐渐有了年的概念，并产生了历法．从对称性的角度来看，地球上的生活环境显现出以 24 小时为周期的时间平移对称性，但这个对称性又有微小的破

缺，它提供了不同的两天之间的区分依据，同时通过这个破缺又显现出年的周期对称性和农历月的周期对称性. 如果日的周期对称性严格的不破缺，那就不可能显现出年的周期对称性和农历月的周期对称性.

从一定意义上来说，运动的多样性的一个重要表现是自然界同时显现出多种不同类型的对称性. 这些对称性互相交织在一起，在演化过程中不断有对称性发生破缺，同时往往又显现出新的对称性来. 因此研究自然现象中显现的各种对称性，研究它们产生和破缺的演化规律，是人们认识自然规律的一个重要方面.

2. 变换和对称的分类

无论什么样的对称现象，都是与把两种不同的情况相比较分不开的. 一个球具有绕球心的旋转对称性，这是把球在转动前和绕球心转某一角度后的情况进行比较而得出的结论. 在数学上，将两种情况间通过确定的规则对应起来的关系，称为从一种情况到另一种情况的变换. 物理学中对称性的观念可以概括为：如果某一现象或系统在某一变换下不改变，则说该现象或系统具有该变换所对应的对称性.

既然每一种对称性都和某种特定的变换相联系，那么对称性的千差万别也就集中反映在与之相联系的各种变换上. 因此，可以根据变换所涉及的对象以及变换的性质来对对称性进行分类. 对空间性质进行变换所对应的对称性统称为空间对称性；对时间性质进行变换所对应的对称性统称为时间对称性. 空间对称性和时间对称性是最基本、最常见的对称性，但并不是所有的对称性都能归入到这两类对称性之中. 现在来看(见图 1-2.1)，由 12 个菱形构成的正六角形的平面图形，它具有如下的对称性：在平面上，绕图形中心转 60 度角的任意整数倍，图形不变；绕过图形中心并

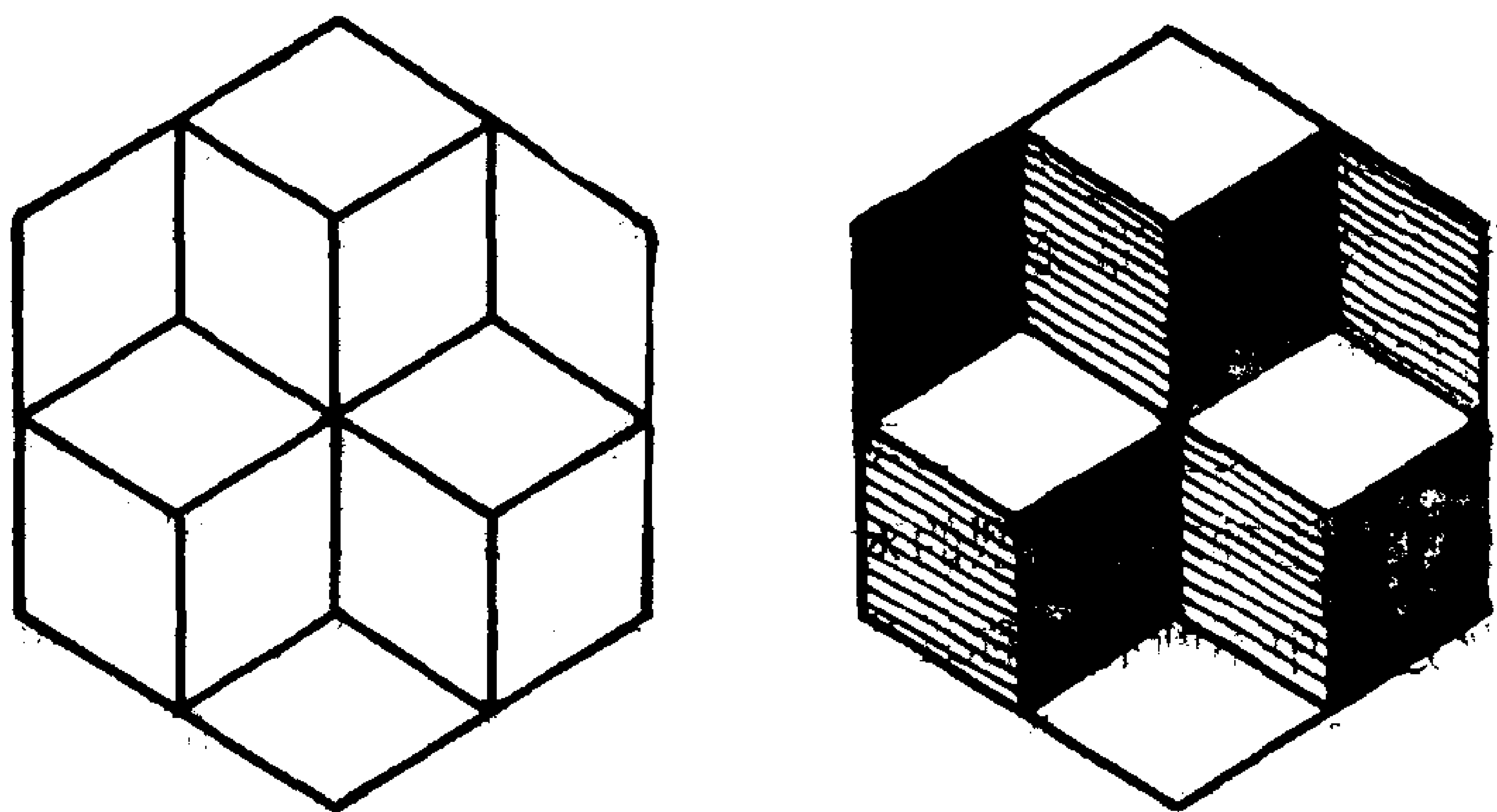


图 1-2.1

过六边形的一个角或一个边的中点的轴线转 180 度，图形不变. 如果将图形中的菱形分别涂上灰、黑、白三种颜色，则原来所具有的许多对称性便破缺了，这时只剩下在平面上绕图形中心转180度角时，图形不变. 但正是由于有了颜色，图形又显现出新的对称性来；在平面上将图形绕中心转 60 度角，然后把灰变成黑，黑变成白，白变成灰，在这样的复合变换下，原图形完全不变；以图形上下两个顶点连线为轴转 180 度. 然后再把黑色和灰色互换. 在这样的复合变换下，原图形也是完全不变的. 这些复合变换涉及的不仅是空间性质，还涉及到颜色. 显然，颜色是物体的一种基本属性，原则上它与物体的空间性质是互相独立的，通过颜色体现的变换不能简单地用某种空间变换来替代.

由此可见，各种物体的性质及其运动的不同，不仅体现在对空间和时间的描述上，还体现在一些与空间和时间的描述相独立的其它性质上. 物理学中把通过与空间和时间相独立的其它性质的变换所体现的对称性，称为内部对称性. 在宏观物理学的范围里，内部对称性常常具有很大的直观性，因此认识其存在并没有很大困难. 在微观范围里，内部对称性的直观性减弱了，这并不表明内部

对称性的重要性减少了. 事实上，随着物理学对微观世界的探索日益深入，认识到的内部对称性也愈来愈多.

§2.2 守恒量的一般性质

1. 有没有经典对应

在对物质运动基本规律的探讨中，守恒定律的研究占了重要的地位. 从历史发展过程来看，无论是经典物理学还是近代物理学，一些重要的守恒定律常常早于普遍的运动规律而被认识. 质量守恒、能量守恒、动量守恒、电荷守恒、就是人们最早认识的一批守恒定律，这些守恒定律的确立为人们认识普遍运动规律提供线索和启示，从而对于最终认识普遍运动规律是不可缺少的重要环节.

能量、动量、角动量、电荷、……等是在经典物理学中就已熟知的守恒量. 微观物理学中，特别是在粒子物理学中，除了这些守恒量之外，还出现许多新的守恒量，如同位旋，奇异数、粲数、底数、轻子数、重子数、P 宇称、C 宇称、G 宇称、CP 宇称…等.

微观物理学中遇到的守恒量. 从其与经典物理学的关系来说，又可以区分为两类: 有经典对应的守恒量和无经典对应的守恒量. 能量、动量、角动量、电荷等都是在经典物理学的研究中早已熟知的守恒量，它们都属于有经典对应的守恒量. 有经典对应的守恒量都是相加性守恒量. 同位旋，奇异数、粲数、底数、轻子数、重子数、P 宇称、C 宇称、G 宇称、CP 宇称都是无经典对应的守恒量.

2. 相加性守恒量和相乘性守恒量

从守恒量的数学表述来看，基本的守恒量可以区分为两大类: 第一类守恒量，一个复合体系的总守恒量是其各组成部分所贡献

该守恒量的代数和；第二类守恒量，一个复合体系的总守恒量是其各组成部分该守恒量的乘积．这两类守恒量可以分别称为相加性守恒量和相乘性守恒量．能量、动量、角动量、电荷、同位旋、奇异数、粲数、底数、轻子数、重子数都是相加性守恒量；*P* 宇称、*C* 宇称、*G* 宇称、*CP* 宇称都是相乘性守恒量．

有经典对应的守恒量都是相加性守恒量．相乘性守恒量都是无经典对应的守恒量．

3．严格守恒和近似守恒

既然守恒定律的表现形式为一个孤立系统某物理量的总量在运动过程中不随时间改变，那么守恒定律的成立与否就直接和孤立系统的运动规律有关，特别是与相互作用有关．从这个关系上来考察，又可以把守恒定律分为两类，从而守恒量也分为两类．如果一个守恒定律对各种相互作用都成立则称为严格守恒律；如果一个守恒定律对某些相互作用成立，但对另一些相互作用则不成立，并且在运动过程中后者影响是次要的，则称为近似守恒定律（或部分守恒定律）．

按照上述区分，能量、动量、角动量、电荷是有经典对应的相加性严格守恒量；同位旋、奇异数是无经典对应的相加性近似守恒量；*P* 宇称、*C* 宇称、*CP* 宇称是无经典对应的相乘性近似守恒量．

§ 2.3 Nöther 定理

1．经典物理中的 Nöther 定理

当人们熟悉了对称性的观念之后，便想要弄清对称性和自然规律的关系是甚么，如何通过已经观察到的对称性来探究未知的规律．

守恒定律与物理学运动规律在一定的变换下的不变性有密切联系，物理学在这方面探索的一个重要进展是建立了 Nöther 定理，这个定理首先是在经典物理学中给出的，后来推广到量子物理范围内也普遍证明了.

Nöther 定理：如果运动规律在某一不明显依赖于时间的变换下具有不变性，必相应存在一个守恒定律.

现在我们先在经典物理学的范围里来考察. 一个质点组的运动规律可以通过变分原理表出:

$$\delta s=\int\delta L(q_i,\dot{q}_i)dt=0$$

这个变分给出运动方程为

$$\frac{\partial L}{\partial q_i}=\frac{d}{dt}\left[\frac{\partial L}{\partial\dot{q}_i}\right]$$

如果运动规律在某一不明显依赖于时间的连续变换下不变，这个变换用一个连续参量 ξ 来描写，它直接施于对质点组运动描写的广义坐标 q_i，则运动规律的不变性可表为

$$\delta s=\int\sum_i\left[\frac{\partial L}{\partial q_i}\frac{\partial q_i}{\partial\xi}+\frac{\partial L}{\partial\dot{q}_i}\frac{\partial\dot{q}_i}{\partial\xi}\right]\delta\xi dt$$

$$=\int\frac{d}{dt}\sum_i\left[\frac{\partial L}{\partial\dot{q}_i}\frac{\partial q_i}{\partial\xi}\right]\delta\xi dt=0$$

由于这个等式对连续参量 ξ 的任意变分都是成立的，这要求

$$\frac{d}{dt}\sum_i\left[\frac{\partial L}{\partial\dot{q}_i}\frac{\partial q_i}{\partial\xi}\right]=0$$

这表明力学量

$$F=\sum_i\left[\frac{\partial L}{\partial\dot{q}_i}\frac{\partial q_i}{\partial\xi}\right]$$

是一个守恒量，这样 Nöther 定理在说明必相应存在一个守恒定律的同时，也把这个守恒量具体给出来了.

如果能保持运动规律不变的连续变换就是直接施于时间t的，上面的推导要略为改变，这时

$$\delta s=\int\sum_i\left[\frac{\partial L}{\partial q_i}\delta q_i+\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i}\delta\dot{q}_i\right]dt$$

其中

$$\delta q_i=\frac{\partial q_i}{\partial \xi}\delta\xi$$

由于 q_i 是 t 的函数，而变换是通过 t 而施加于 q_i 的，因此必需考虑变换参量 ξ 随 t 的变化，从而有

$$\delta\dot{q}_i=\frac{d}{dt}\left[\frac{\partial q_i}{\partial \xi}\delta\xi\right]$$

$$=\frac{\partial \dot{q}_i}{\partial \xi}\delta\xi+\frac{\partial q_i}{\partial \xi}\frac{d}{dt}(\delta\xi)$$

运动规律的不变性可表为

$$\delta s=\int\left[\frac{dL}{dt}\frac{\partial t}{\partial \xi}-\frac{d}{dt}\left[\sum_i\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i}\dot{q}_i\frac{\partial t}{\partial \xi}\right]\right]\delta\xi dt$$

如果考虑的是时间原点平移不变性 $t=t'+\xi$，尽管这变换是直接施于时间 t 的，但还是不明显依赖于时间的，表现在描写变换的参数 ξ 不随时间 t 而变化．由此得到

$$\frac{\partial t}{\partial \xi}=1$$

这样 $\delta s=0$ 给出守恒定律

$$\frac{dH}{dt}=0$$

其中守恒量

$$H=\sum_i\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i}\dot{q}_i-L$$

的物理意义是系统的总能量．如果 H 通过系统的广义坐座 q_i 和广义动量 p_i 表出，则 H 就是系统的哈密顿量．

2. 量子力学中的 Nöther 定理

现在我们再在量子力学范围内来讨论和证明这个定理. 在量子力学中,任一系统的运动规律由系统的哈密顿量 H 来描写, 并且一个不显含时间 t 的物理量是守恒量的充要条件是与 H 可以对易. 利用这个性质下面对连续变换和分立变换的情形分别进行讨论和证明.

连续变换: 描述系统所处的状态常需要许多参量, 例如系统所处的时间,对应系统各自由度的量 (系统质心的空间坐标、对标准参考系的转角等). 此外为反映微观粒子内部属性还有一些类似的量, 例如同位旋空间的方位角等内部自由度. 一般说来, 这种描述系统运动状态的量称为运动参量.

对于一个连续变换, 总可通过引入一个连续变化的运动参量 ξ 来描写. 一般说来,哈密顿量 H 是ξ的函数 $H(\xi)$. 连续变换即表现为ξ改变为 $\xi+d\xi$, 其中 $d\xi$ 可以取任意值并且可以连续地趋于零. 如果运动规律在这变换下不变,则应有

$$H(\xi+d\xi)=H(\xi)$$

由此给出

$$\frac{\partial H}{\partial \xi}=0$$

对任意态 $|\rangle$ 有

$$\frac{\partial}{\partial \xi}H|\rangle=H\frac{\partial}{\partial \xi}|\rangle$$

亦即对 ξ 的偏微商算符与哈密顿量 H 对易,但它是一个反厄米算符,它的本征值不一定是实数. 引入

$$p_\xi=-i\frac{\partial}{\partial \xi}$$

它是一个厄米算符,并且与哈密顿量 H 对易, 因此 p_ξ 是一个守恒

物理量.

这样我们在连续变换的情况下证明了 Nöther 定理：当哈密顿量 H 与连续运动参量 ξ 无直接依赖关系时，p_ξ 是守恒量. 在经典物理学中，我们早已熟知的结果是：对应于循环坐标ξ的广义动量 p_ξ 是守恒量. 上述的证明则把这个结果推广到对任意连续运动参量的情形，并在量子力学的基础上加以证明.

分立变换：还可以存在另一种变换——分立变换. 在量子理论中，分立变换的不变性导致存在一个守恒量，这类守恒量在经典理论中是不存在的.

分立变换不能用一个运动参量的连续变化来描写，因此我们应直接讨论分立变换本身. 如果在分立变换 U 下哈密顿量 H 不变，即

$$UHU^{-1}=H$$

或通过对任意态$|\rangle$表出为

$$UH|\rangle=HU|\rangle$$

这表明 U 和 H 对易，也就是说 U 本身就是一个守恒量.

这样我们在分立变换的情况下证明了 Nöther 定理：当哈密顿量 H 在分立变换 U 下不变时，U 本身就是一个守恒量.

根据 Nöther定理，可以用运动规律所满足的对称性来对相应的守恒量进行分类. 如果对称性是属于场和粒子的时空性质的某种变换，称为时空对称性，相应的守恒量称为时空对称性守恒量. 例如，时间平移不变性决定能量守恒；空间平移不变性决定动量守恒；空间转动不变性决定角动量守恒；空间反射不变性决定 P宇称守恒，这些都是时空对称性守恒量. 时间反演变换 T 本身是直接施于时间的，运动规律满足时间反演变换不变性并不表明存在相应的守恒定律和守恒量. 如果对称性是属于场和粒子的独立于时空性质的某种变换，则称为内部对称性，相应的守恒量称为内部

对称性守恒量. 电荷,同位旋, 奇异数,粲数,底数, 重子数,轻子数,C 宇称,G 宇称等都属于内部对称性守恒量.

3.* 群的不变性和守恒定律的讨论

按照 Nöther 定理, 每一个保持运动规律不变的变换都对应存在一个守恒量. 连续变换不变性所给出的是相加性守恒量; 分立变换不变性所给出的是相乘性守恒量.

现在需要考察的是:如果一个变换是某一个变换群的元素,运动规律不仅对这一个特定的变换, 而且对这个变换群中一切元素所代表的变换都是不变的时,相应的守恒量具有什么性质.

我们看一个例子, 如果运动规律在绕空间某一轴的转动下不变,则角动量在这轴上的投影是守恒量;如果运动规律在绕空间某一点的转动下不变, 则角动量在过这点的任意轴上的投影都是守恒量. 这样似乎有无穷多个守恒量,然而实际上独立的只有三个,可以取作角动量沿某一直角坐标架三个轴的投影, 角动量沿任一轴的投影都可以表成它们的线性组合. 从数学上看, 这是因为绕空间某一点的转动构成一个三维转动群. 即 $SO(3)$群. 这个群中的任一元素,即绕空间任一轴的转动,都可以通过一组三个参数来描写,从而决定了存在且只存在三个互相独立的守恒量.

一般说来,如果运动规律在某一李群 G 变换下不变,群 G 的维数为 m,即群 G 中任意元素都对应 m 个群参数的一组值,则对应 m 个群参数 ξ_i, $i=1,\cdots,m$,将有 m 个守恒量 I_i. 又称守恒荷. 值得注意的是,守恒荷的个数等于生成元的个数,守恒荷与生成元是一一对应的,同时守恒荷既与具体表示无关又与时空坐标无关,它们之间满足与生成元相同的李代数关系. 因此这些守恒荷与生成元在数学上同构, 实际上就是生成元在理论中的具体形式. 正因为如此,我们都用 I_i 来标记.

如果考虑的是秩为 r 的 m 阶李群变换的不变性，则虽然要求有 m 个守恒荷存在，但在其中只有 r 个可以互相对易，即在量子理论中只有 r 个可以同时测量. 例如对于三维空间转动不变性，需要用 $SO(3)$群描写，生成元即角动量的三个分量，它们都是守恒荷. 但由于 $SO(3)$ 群的秩 $r=1$，同时可以测量的只是其中之一.

4.* 分立对称性和复合对称性

如果运动规律在某一分立群 G 变换下不变，则群 G 的每一个元素都是守恒量. 群G的单位元是显然的守恒量，它对任何系统的本征值都是 $+1$，作为一个相乘性守恒量在物理上不带来任何使人感兴趣的后果. 因此如果群 G 共有 n 个元素，则有 $n-1$ 个物理上有意义的守恒量，然而只有相互对易的守恒量才可以同时测量.

粒子物理学中最常见的分立对称群是二阶循环群，它除了单位元之外只有一个元素 U，并满足$U^2=1$. 因此每一个这类对称群只提供一个物理上感兴趣的相乘性守恒量. 例如 P 宇称、C 宇称都是这样的守恒量.

如果运动规律在两个群 G 和 G' 变换下分别都是不变的，且 G 和 G' 都是分立群. 则由群 G 和 G' 生成的群 G''也是一个分立群. 并且运动规律在群 G'' 变换下也是不变的. 群 G'' 的元素由群 G 和 G' 的元素相乘组成，是一个复合的守恒量. 在强相互作用和电磁相互作用下，C 宇称和 P 宇称都是守恒的，CP 宇称也是守恒的，CP 宇称就是一个复合守恒量.

如果运动规律在两个群 G 和 G' 变换下分别都是不变的，其中 G 是某种内部对称性的连续群，G' 是分立群，则运动规律在 G 和 G' 生成的群 G'' 变换下也是不变的.

值得注意的是在群 G 变换下的不变性对群 G' 变换不变性所

给出的守恒量的影响．令 I 是 G 的一个生成元，从而是一个相加性守恒量；U 是 G' 的一个元素，从而是一个相乘性守恒量；并且 I 和 U 对易，从而可以同时测量．我们可以重新定义一个分立变换 U' 为

$$U' = Ue^{i\alpha I}$$

其中 α 是一个实常数．这样定义的 U' 仍是一个守恒量．

如果对任一系统守恒量 U，宇称的值是利用其守恒性质从实验中总结出来的，则上面给出的 U 和 U' 都满足同样的守恒性要求．换言之，如果已经定出各粒子和粒子组成的系统的 U 值，我们也可以从新定义 U 宇称为上式给出的 U' 值，所有物理上的守恒要求都仍然满足．从这个意义上说，U 宇称定义为 U 值还是 U' 值是等价的，这个等价性成立的条件是：对于 U 守恒的相互作用来说，I 是相加性守恒量．当然，如果 I 是相加性严格守恒量，这个等价性当然成立．在粒子物理学中，实际上存在许多互相对易的相加性守恒量，如电荷、重子数、轻子数等，这就是每一个相乘性守恒量的定义上都可能具有这种很大的不确定性．这种不确定性称为宇称的相对性(这里"宇称"是相乘性守恒量的统称，不仅限于空间反射变换所定义的 P 宇称)，P 宇称就具有这种相对性．

如果一个系统，其所有内部相加性守恒量都等于零，则称为 Majorana 系统或纯中性系统．对于纯中性系统，$U = U'$，亦即宇称的不同定义给出相同的值．这表明：纯中性系统具有绝对的宇称值．

为了去除宇称的相对性带来的不确定性，粒子物理学中针对各种不同的相加性守恒量，作一些共同的约定．

§2.4 同 位 旋

1. 同位旋的引入

同位旋是粒子物理学中最早遇到的重要的内部对称性，这个概念首先是从实验的启示下提出的．质子和中子的自旋相同，都是 $J=\frac{1}{2}$，质量相近，它们的主要性质比较如下：

粒子	自旋 J	电荷 Q	质量
质子 p	$\frac{1}{2}$	1	(938.27231 ± 0.00028)MeV
中子 n	$\frac{1}{2}$	0	(939.56563 ± 0.00028)MeV

质子和中子的质量差为 $m_n-m_p=(1.293318\pm0.000009)$MeV，这和质子的质量相比只有 0.00138，是一个很小的数；质子和中子的电荷不同，质子带一个单位电荷而中子的电荷是零．质子和中子都有很强的强相互作用，这种强相互作用在 10^{-15}m 的尺度范围内比人们熟知的电磁作用要强 2—3 个数量级．质子和中子的强相互作用性质相似，质量相近，但是电磁相互作用与弱相互作用性质不同．类似的情况还有 π 介子．实验上发现 π 介子有三种荷电状态，它们的主要性质比较如下：

粒子	自旋 J	电荷 Q	质量
π^+	0	1	(139.56755 ± 0.00033)MeV
π^0	0	0	(134.9734 ± 0.0025)MeV
π^-	0	-1	(139.56755 ± 0.00033)MeV

如果首先考察强相互作用，略去远比强相互作用弱、从而可以作为

小的修正的其它几种相互作用．那么根据大量实验的总结，可以把质子 p 和中子 n 看作是同一种粒子——“核子” N 的不同带电状态，把 π^+, π^0, π^- 看作是 π 介子的不同带电状态．这种情况可以和粒子的自旋来类比，电子的自旋是$\frac{1}{2}$，它在某一特定的 z 方向上的投影可以有$\frac{1}{2}$和$-\frac{1}{2}$两个值；如果另一种粒子的自旋为 1，则它在 z 方向的投影可以有 1, 0, −1 三个值．自旋在 z 方向的投影取不同值是同一种粒子的不同运动状态．类似地，也可以认为核子具有某种类似于自旋的“旋”，称为同位旋．自旋是和空间中的旋转对应的某种角动量，用群论的语言来说，自旋角动量是由空间三个方向转动的生成元所构成．类似地，同位旋也是和一种抽象空间中的旋转对应的某种角动量．粒子物理学对这类反映粒子对称性质的抽象空间统称为内部空间，以和普通的空间相区分开．和同位旋相联系的内部空间通常称为同位旋空间．实验显示的各种规律性和特征可概括为：可以引入一个内部抽象空间上的 $SU(2)$ 变换群，强相互作用在这个内部空间的 $SU(2)$ 群变换下具有不变性，相应的三个生成元构成一个具有三个分量的抽象空间中的矢量．考虑到这个内部对称性的数学结构和自旋相同，称这个内部 $SU(2)$ 对称性为同位旋对称性．与自旋对应，称这个量为同位旋，它是强相互作用下的守恒量，所有的强子都具有确定的同位旋．

在同位旋空间里也可以选定一个特殊方向，同位旋为 I 的粒子，其同位旋在这特殊方向（通常称为第三方向）的投影 I_3 的可取值为 $I, I-1, \cdots, -I+1, -I$，共 $2I+1$ 个值，这和角动量完全相同．由于同位旋把不同电荷的粒子统一起来，因此可以规定 I_3 的本征态也就是电荷取确定值的态，同一同位旋多重态内不同 I_3 本征值的改变等于电荷的改变．

自旋和同位旋的对比列如下表：

自　　旋	同　位　旋
普通空间转动	同位旋空间转动
$J=0,\ \frac{1}{2},\ 1,\ \frac{3}{2},\ 2,\cdots\cdots$	$I=0,\ \frac{1}{2},\ 1,\ \frac{3}{2},2,\ \cdots\cdots$
$J_z=J,J-1,\cdots\cdots,-J+1,-J$	$I_3=I,I-1,\cdots\cdots-I+1,-I$
“z”方向可按需要任选	“3”方向由$\Delta I_3=\Delta Q$定

自旋在某一特定方向的投影取不同值的电子是电子的不同运动状态．与此相应，一个同位旋多重态中，I_3取不同值的诸分量也可以看作是同一种粒子的不同带电状态．早期发现的强子的同位旋在下表中给出：

重子	J	I	I_3	b	S	Q	m(MeV)
p	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	1	0	1	938.27231
n	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	1	0	0	939.56563
Λ	$\frac{1}{2}$	0	0	1	-1	0	1115.63
Σ^+	$\frac{1}{2}$	1	1	1	-1	1	1189.37
Σ^0	$\frac{1}{2}$	1	0	1	-1	0	1192.55
Σ^-	$\frac{1}{2}$	1	-1	1	-1	-1	1197.43
Ξ^0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	1	-2	0	1314.9
Ξ^-	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	1	-2	-1	1321.32

介子	J	I	I_3	b	S	Q	m(MeV)
π^+	0	1	1	0	0	1	139.56755
π^0	0	1	0	0	0	0	134.9734
π^-	0	1	-1	0	0	-1	139.56755
K^+	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	1	1	493.646
K^0	0	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	0	1	0	497.671
$\overline{K}^0$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	-1	0	497.671
K^-	0	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	0	-1	-1	493.646
η^0	0	0	0	0	0	0	548.8

表中 b 是重子数，重子的重子数为1，介子的重子数为0，重子数是一个严格的守恒量；S 是奇异数，它是一个在强相互作用和电磁作用下守恒但在弱相互作用下不守恒的近似守恒量，这在下一节还要进一步介绍和讨论.

2. 同位旋守恒

同位旋守恒对强相互作用的过程给出很强的限制和预言. 同位旋守恒要求系统在同位旋空间中的状态在反应过程中保持不变. 由于系统在同位旋空间所处的态可以完全地通过系统的同位旋 I 及其在第三方向的投影 I_3 来描写，同位旋守恒直接表现为系统的 I 和 I_3 在反应前到反应后不变.

以 π 介子与核子 N 的散射为例，来看同位旋守恒给出的限制和预言. 电荷守恒允许存在下述十个过程：

弹性散射　　　　　　准弹性散射

$\pi^+ p \to \pi^+ p \qquad \sigma_1$

$\pi^+n\to\pi^+n$	σ_2	$\pi^+n\to\pi^0p$	σ_7
$\pi^0p\to\pi^0p$	σ_3	$\pi^0p\to\pi^+n$	σ_8
$\pi^0n\to\pi^0n$	σ_4	$\pi^0n\to\pi^-p$	σ_9
$\pi^-p\to\pi^-p$	σ_5	$\pi^-p\to\pi^0n$	σ_{10}
$\pi^-n\to\pi^-n$	σ_6		

散射过程的几率和按角度的分布用散射截面来描写，可以用 σ_1，σ_2，…，σ_{10} 分别表示这十个过程的截面．其中前六个是弹性散射过程，后面四个是电荷交换过程．如果没有同位旋守恒，也没有其它对称性的限制，这十个截面是互相独立的，需要独立进行测量．但是过程 7 和过程 8 互为逆过程，过程 9 和过程 10 互为逆过程．如果考虑了时间反演不变性，应有 $\sigma_7=\sigma_8$ 和 $\sigma_9=\sigma_{10}$，也就是说只有八个互相独立的截面，需要用八个独立的跃迁振幅来描写．但是下面可以看到，考虑了同位旋不变性后，这八个过程最后将只需要用两个独立振幅来描写．

强相互作用下，同位旋守恒来自强相互作用在同位旋空间转动时具有不变性．考虑在同位旋空间绕垂直于第三轴的任意轴转 180 度，这样就把第三轴的方向反向了，所有的粒子的 I 不变，但 I_3 变号．在这样的转动下，过程 1 和过程 6 互换，过程 2 和过程 5 互换，过程 3 和过程 4 互换，过程 7 和过程 10 互换，过程 8 和过程 9 互换，同位旋空间转动不变性给出 $\sigma_1=\sigma_6$，$\sigma_2=\sigma_5$，$\sigma_3=\sigma_4$和 $\sigma_7=\sigma_8=\sigma_9=\sigma_{10}$．这样从同位旋空间转动不变性出发，即使不作定量计算，已经可以得出最多只有四个独立的截面．

散射截面正比于跃迁振幅模的平方，同位旋空间转动不变性要求四个跃迁振幅可以通过两个独立的同位旋跃迁振幅来表出：

$$M(1)=M(6)=M_{3/2}$$

$$M(2)=M(5)=\frac{1}{3}(M_{3/2}+2M_{1/2})$$

$$M(3)=M(4)=\frac{1}{3}(2M_{3/2}+M_{1/2})$$

$$M(7)=M(8)=M(9)=M(10)=\frac{\sqrt{2}}{3}(M_{3/2}-M_{1/2})$$

其中 $M_{3/2}$ 和 $M_{1/2}$ 分别为 $I=\frac{3}{2}$ 和 $I=\frac{1}{2}$ 的跃迁振幅. 在量子理论中,这两个跃迁振幅都是复量,可以用复平面上的矢量来表示. 由于反应截面正比于跃迁振幅绝对值的平方，所以和测量有直接关系的是这两个跃迁振幅的绝对值和它们的相角差，亦即只有三个需要独立测量的量. 计算给出的四个不同的截面 σ_1、σ_2、σ_3、σ_7 之间还必须满足关系

$$\sigma_1+\sigma_2=2\sigma_3+\sigma_7$$

此外利用跃迁振幅的复数性质还可以得到下述四个三角关系:

$$(\sqrt{\sigma_1},\sqrt{\sigma_2},2\sqrt{\sigma_3});\qquad(\sqrt{\sigma_1},\sqrt{\sigma_2},\sqrt{2\sigma_7});$$

$$\left[\sqrt{\sigma_1},\sqrt{\sigma_3},\sqrt{\frac{\sigma_7}{2}}\right],\qquad\left[\sqrt{\sigma_2},\sqrt{\sigma_3},\sqrt{\frac{\sigma_7}{2}}\right]$$

每一组中,任两个值之和大于第三个值,任两个值之差的绝对值小于第三个值. 这些预言都可以在实验中进行检验，并已得到实验的很好验证.

3. 同位旋的破坏

再看 ϕ 介子衰变的例子，ϕ 介子是质量为(1019.6±0.1)MeV 的介子,其同位旋为零,自旋为1,重子数和奇异数均为零. 根据强相互作用的规律分析,ϕ 介子可以通过强相互作用衰变为 K^++K^- 或 $K^0+\overline{K^0}$ 末态. 同位旋守恒要求 $\phi\to K^++K^-$ 和 $\phi\to K^0+\overline{K^0}$ 的衰变振幅相等,如果 K^+,K^- 粒子的质量和 K^0, $\overline{K^0}$ 粒子的质量相同，则立刻可以推断这两种衰变方式的衰变分支比相同. 但实际上,它们的质量略有差别:

$$m_{K^0}=m_{\overline{K^0}}=(497.671\pm0.030)\,\text{MeV}$$
$$m_{K^+}=m_{K^-}=(493.646\pm0.009)\,\text{MeV}$$

这个微小差别导致在 ϕ 的质心系中，两种衰变方式的衰变动量分别为 110 MeV和 127 MeV，这个差别将导致这两种衰变方式的分支比有所不同.

由于 K 介子的自旋为零，这两种衰变方式应该通过轨道角动量为 1 的分波进行. 根据量子力学中一般证明的离心位垒的性质：粒子衰变轨道角动量为 L 时，其衰变几率正比于质心系衰变动量 p 的$2L+1$次方，可以得出在同位旋守恒的基础上并考虑了质量微小差别的影响后，这两种衰变方式的相对分支比为

$$R=1.536$$

如果进一步考虑到 ϕ 的质量有宽度为 4.22 MeV 的分布，则对这两种衰变方式相对分支比的更精确的理论估算为

$$R=1.371$$

现有实验值约为1.44 ± 0.05，与理论预言值相当符合. 这个结果表明，在讨论强相互作用过程中同位旋破坏的影响时，可以在处理相互作用过程时按同位旋守恒来处理，而同位旋破坏的影响可以主要归结为同位旋多重态中不同分量之间质量差引起的运动学效应.

§2.5 奇异数和重子数

1. 奇异粒子的奇异性质

1947 年在宇宙射线实验中，首先观察到了后来被称为奇异粒子的粒子. 但是只有在 1954 年加速器实验中产生了奇异粒子后，它们的“奇异”特性才展现出来并得到系统的研究. “奇异粒子”是当时新发现的一批粒子的总称，它们具有以下几个明显的特性：

(1) 它们是协同产生，独立衰变，即在碰撞过程中至少两个奇异粒子一起产生，然后每个奇异粒子再分别独立地衰变掉，最终衰变成的粒子都是过去已知的粒子（统称为普通粒子以区别于奇异粒子）而不再有奇异粒子了. 例如

协同产生过程	独立衰变过程	
$\pi^- p \to \Lambda \pi^- K^+$	$\Lambda \to p\pi^-$	$K^+ \to \mu^+ \nu$
$\pi^- p \to \Sigma^- \pi^0 K^+$	$\Sigma^- \to n\pi^-$	$K^+ \to \pi^+ \pi^0$
$\pi^- p \to \Xi^- K^0 K^+$	$\Xi^- \to \Lambda \pi^-$	$K^0 \to \pi^+ \pi^-$

(2) 它们是快产生、慢衰变. 奇异粒子产生于粒子的高能碰撞，碰撞经历的时间量级为 10^{-24} s，而它们衰变的平均寿命可长得多，时间量级为 10^{-10} s 或更长，两个时间量级差约为 10^{14} 倍.

2. 奇异数的引入

后来的理论分析表明，奇异粒子的这些特性可以用客观上存在一种新的守恒量子数来概括. 这种新守恒量子数称为奇异数，它只能取整数值. 过去熟知的粒子其奇异数均为零，称为普通粒子. 奇异粒子的奇异数不为零. 在强相互作用和电磁相互作用过程中，奇异数守恒，在弱相互作用过程中，奇异数可以不守恒，也就是在弱相互作用过程中奇异数可以不改变，也可以改变 1. 奇异粒子的产生是通过强相互作用实现的，时间很短. 由于实验只能通过普通粒子的碰撞来实现，所以强相互作用过程中奇异数守恒决定了末态中奇异粒子必须协同产生. 奇异粒子的衰变是通过弱相互作用实现的过程，因为相互作用很弱，所以需要的时间较长，但不再要求奇异数守恒了.

因此奇异粒子"奇异"性质的来源在于奇异数 S 的近似守恒性质：对于强相互作用和电磁相互作用过程，$\Delta S=0$；对于弱相互作用过程，$|\Delta S|=0$，1. 初期发现的奇异粒子和那时熟知的普

通强子奇异数 S 的值已在上一节的有关表中列出.

3. 重子数

质子的质量是电子质量的1836倍，按照已知的守恒定律的限制，质子应能衰变，例如 $p\to\pi^0e^+$ 或 $p\to e^+\gamma$. 但质子是稳定的，并没有观察到质子的衰变. 自由中子虽然可以衰变，但它衰变时转化成比它略轻的质子. 这表明还存在一个相加性守恒量—重子数 b，质子和中子的重子数为1，介子，电子和光子的重子数都是0. 实验表明重子数是一个严格的内部相加性守恒量.

电荷，重子数，奇异数都是内部相加性守恒量，它们之间有什么相同，又有什么不同？它们的相同点在于可取值都是整数，数学结构相同，都是和 $U(1)$ 相角变换相联系. 它们之间的差别表现在物理上，守恒的程度不同，电荷和重子数是严格守恒量，奇异数在弱相互作用下不守恒，由于Gell-Mann-西岛关系，也就决定了同位旋第三分量在电磁相互作用下守恒但在弱相互作用下也不守恒. 它们之间的另一差别表现在如何测量上，电荷的测量可以看粒子走过的径迹，用电动力学来计算和分析. 这是因为电荷是电磁相互作用的相互作用常数，它决定了电磁相互作用的强度，从而可以通过电磁相互作用来测量它. 重子数和奇异数则不能通过类似的动力效应来测量，它们只能根据守恒定律，通过已知粒子的重子数和奇异数来确定未知粒子的重子数和奇异数.

重子数作为一个严格的内部相加性守恒量，远早于奇异数就被人们所认识. 既然重子数和电荷一样. 也是一个严格的内部相加性守恒量，那么是否也是某种 $U(1)$ 规范场的相互作用常数？如果存在这种重子数规范场，这种规范场的量子也应和光子一样，是质量为零的粒子. 这种相互作用也应是长程的，静作用力也应和库仑力类似，与两个粒子重子数的乘积成正比，与两个粒子之间的

距离平方成反比．由于这种重子数相互作用随距离的变化和引力相互作用完全相同，两物体之间的重子数相互作用将完全与引力相互作用混在一起．李政道和杨振宁研究过如何从实验上来检验重子数相互作用是否确实存在：原子核的质量数等于它的重子数，引力相互作用与质量成正比，但原子核的质量和质量数并不成正比，有由于质子和中子的质量差以及它们结合成各种不同的原子核时不同的结合能造成的微小的差别．如果重子数相互作用确实存在，利用这个微小的差别，就可以通过精确测量引力相互作用而检测出来．他们分析了当时的实验，发现在相当高的精度下找不到差别，这表明重子数不对应规范相互作用，没有动力效应．由此可以看到，粒子物理中遇到的内部相加性守恒量，有些是某种相互作用的动力荷，有动力效应，有些则不是某种相互作用的动力荷，没有直接的动力效应．

4．Gell-Mann-西岛关系

各粒子奇异数 S 的值是根据奇异数守恒的要求以及实验结果分析所赋予的．从这两方面的要求来说，各粒子的 S 值并没有完全确定下来．事实上如果把上面所给出各粒子的 S 值都乘一共同常数值作为新定义的 S 值，则上述要求仍满足；如果把上面所给出各粒子的 S 值再加一个强相互作用过程中守恒的相加性量子数作为新定义的守恒量，上述要求亦仍满足．为了避免这些不确定性带来的任意性，粒子物理学家实际上采取了自然的约定，即以最初确定的上述粒子的奇异数值为标准来确定其它粒子的奇异数值．按照这样规定的奇异数值，不久就总结出强子的电荷 Q、同位旋沿“第三方向”(注意这是指抽象的同位旋空间而言）的投影 I_3、重子数 b(重子的 b 为 1，反重子的 b 为 -1，介子的 b 为 0)和奇异数 S 有以下关系：

$$Q=I_3+\frac{1}{2}(b+S)$$

称为 Gell-Mann-西岛关系. 以后的实验充分证明这个关系的普遍性, 这个关系在六十年代强子对称性及分类理论的探索中是一个重要的基本关系式. Gell-Mann-西岛关系中的重子数 b 和奇异数 S 总是相加出现,有时人们又引入超荷 $Y=b+S$ 来代替奇异数.

奇异数的引入很好地解释了奇异粒子的特性. 在这以前, 粒子物理学中所认识到的守恒量除能量、动量、角动量、电荷外,按加法计算的守恒量只有同位旋的分量, 但是同位旋的概念和粒子的电荷有一定的联系, 而奇异数则完全是根据实验的规律性独立地总结出来的客观存在的守恒量. 奇异量子数的下述两个特点对粒子物理学的发展是有启示意义的: (1) 它是一个"近似"守恒的相加性守恒量,在强相互作用和电磁相互作用下严格守恒,但是在弱相互作用下可以不守恒;(2) 与电荷不同,奇异数本身不是某种相互作用的"荷",因此它的确定只能通过实验的分析总结,不能象电荷那样通过它所体现的相互作用性质的动力效应来测定. 奇异数的存在和被认识给人们以启示: 粒子物理中丰富多彩的内容表现之一就是自然界中客观上还可能存在其它一些反映粒子内部性质的量子数,它们有可能是"近似"守恒量,有可能并不是某种相互作用的"荷". 事实上,1974 年以后先后发现的粲数 C 和底数 B,都是属于这类量子数. 考虑到强子物理的这些发展,Gell-Mann-西岛关系已经推广为

$$Q=I_3+\frac{1}{2}(b+S+C+B+T)$$

其中 T 为顶数,这个量子数的存在理论上早有预言,但现在实验上还没有这个量子数存在的直接证据.

5. U粒子

1986年欧洲核子研究中心(CERN)在用动量为135 GeV的Σ^-粒子碰铍核的实验中，发现了一个新粒子U，实验的结果如下：

粒子	衰变末态	质量(MeV)	宽度(MeV)
U^+	$\Lambda\bar{p}\pi^+\pi^+$	$3105\pm5\pm20$	<30(90%置信水平)
U^0	$\Lambda\bar{p}\pi^+\pi^+\pi^-$	$3095\pm5\pm20$	<30(90%置信水平)
U^-	$\Lambda\bar{p}\pi^+\pi^-$	$3115\pm5\pm20$	<80(90%置信水平)

U粒子的质量和J/ψ粒子的质量相同，但它绝不是J/ψ粒子．因为J/ψ粒子的电荷为零，奇异数为零，而已发现的U粒子的电荷为1,0和−1，奇异数为−1，两者截然不同．U粒子的质量很重，它的衰变产物都是强子，按通常的这样重的强子来估计，它的宽度应该是200 MeV的量级，实验上测到的值表明U粒子的宽度比一般估计要窄，这是使人们对它感兴趣的原因之一．

如果U粒子是通过强相互作用衰变到实验所观察到的这些衰变道的，我们就可以利用强相互作用所遵循的守恒定律由这些衰变道的性质来推测U粒子的性质，结果为：

$$重子数\ b=1+(-1)+0=0$$

$$奇异数\ S=(-1)+0+0=-1$$

$$同位旋\ I=\frac{1}{2}+0+1=\frac{1}{2}或\frac{3}{2}$$

利用Gell-Mann-西岛关系可以定出U粒子各分量的同位旋第三分量的值：

$$I_3=\frac{3}{2} \qquad 对\ U^+$$

$$I_3=\frac{1}{2} \qquad 对\ U^0$$

$$I_3=-\frac{1}{2} \qquad \text{对 } U^-$$

由此可见，U 粒子的同位旋只能为

$$I=\frac{3}{2}$$

同时还应能发现 $I_3=-\frac{3}{2}$的 U^{--} 粒子. 其后不久 Serpukhov 实验室用中子打靶的实验中也看到了 U粒子，除了 CERN 观察到的衰变道外，他们还看到了U^0 粒子的 $\Lambda\bar{p}\pi^+$衰变道. 他们在实验中还观察到了 $I_3=-\frac{3}{2}$的U^{--}粒子，它衰变为 $\Lambda\bar{p}\pi^-$，这完全符合根据 Gell-Mann-西岛关系给出的预言.

§2.6 正反粒子变换

1. 粒子与反粒子

1928 年 Dirac(P. A. M. Dirac 1907—1986)提出一个相对论性电子运动方程，即 Dirac 方程. 利用这个方程来研究氢原子能级分布时，给出了氢原子能级的精细结构，与实验很好地符合. 从这个方程可以自动导出电子自旋与轨道角动量不同，轨道角动量沿某一特定方向的投影的取值为 Planck 常数$\hbar$的整数倍，而电子自旋角动量沿某一特定方向的投影的取值却应为$\pm\hbar/2$，这也是当时已经从原子光谱的实验研究中总结出的认识，而 Dirac 方程对之给出了自然的理论解释. 经典物理学中已经熟知，量子力学中也已普遍证明了带电粒子的轨道运动磁矩和轨道角动量之比(即回磁比)为 $e/2m$. 但 Dirac 方程却预言电子自旋的回磁比为轨道角动量的回磁比的二倍，这也很好地与实验符合. 这些成就促使人们相信 Dirac 方程是一个正确地描写电子运动的相对论性量子

力学方程.

既然已有充分实验验证了Dirac方程的正确性，人们自然期望利用Dirac方程可以预言新现象. 按照Dirac方程，电子除了有正能态外，还有负能态，并且正能态和负能态的分布对能量为零点是完全对称的. 这个结果表明：如果有一个电子处于某正能态，则任意小的扰动都有可能促使它跳到负能态而放出能量. 同时，由于负能态的分布包含延伸到负无穷大的连续谱，这个释放能量的跃迁过程可以一直持续不断的进行下去，这显然在物理上是不合理的.

针对这个矛盾，Dirac提出一个假设，认为物理上的真空态并不是没有电子的态，实际上它是负能态都已填满电子，同时正能态中没有电子的态. 由于电子是自旋为$\frac{1}{2}$的粒子，满足Pauli不相容原理，每一个状态中只能容纳一个电子，因此负能态都已填满电子，同时正能态中没有电子的态是物理上可以存在的态. 由于这个态是可以允许的能量最低的态，它不能放出能量从而输出信号，这也正符合真空态的基本性质. 按照Dirac的这个假设，如果把一个电子从负能态激发到正能态去，需要从外界输入至少两倍于电子静止能量的能量. 这表现为可以看到一个正能态的电子和一个负能态的空穴. 这个正能态的电子带电荷$-e$，所具有的能量相当于或大于一个电子的静止能量，亦即表现为一个电子. 按照电荷守恒和能量守恒的要求，这个负能态的空穴应表现为带电荷$+e$，并且也具有相当于或大于一个电子静止能量的能量. 换言之，这个空穴表现为一个带电荷$+e$的电子，即正电子. Dirac的这个假设称为空穴理论.

1932年在宇宙线实验中发现了正电子，Dirac的这个预言得到了证实，Dirac的空穴理论中给出了反粒子的概念. 1955年在

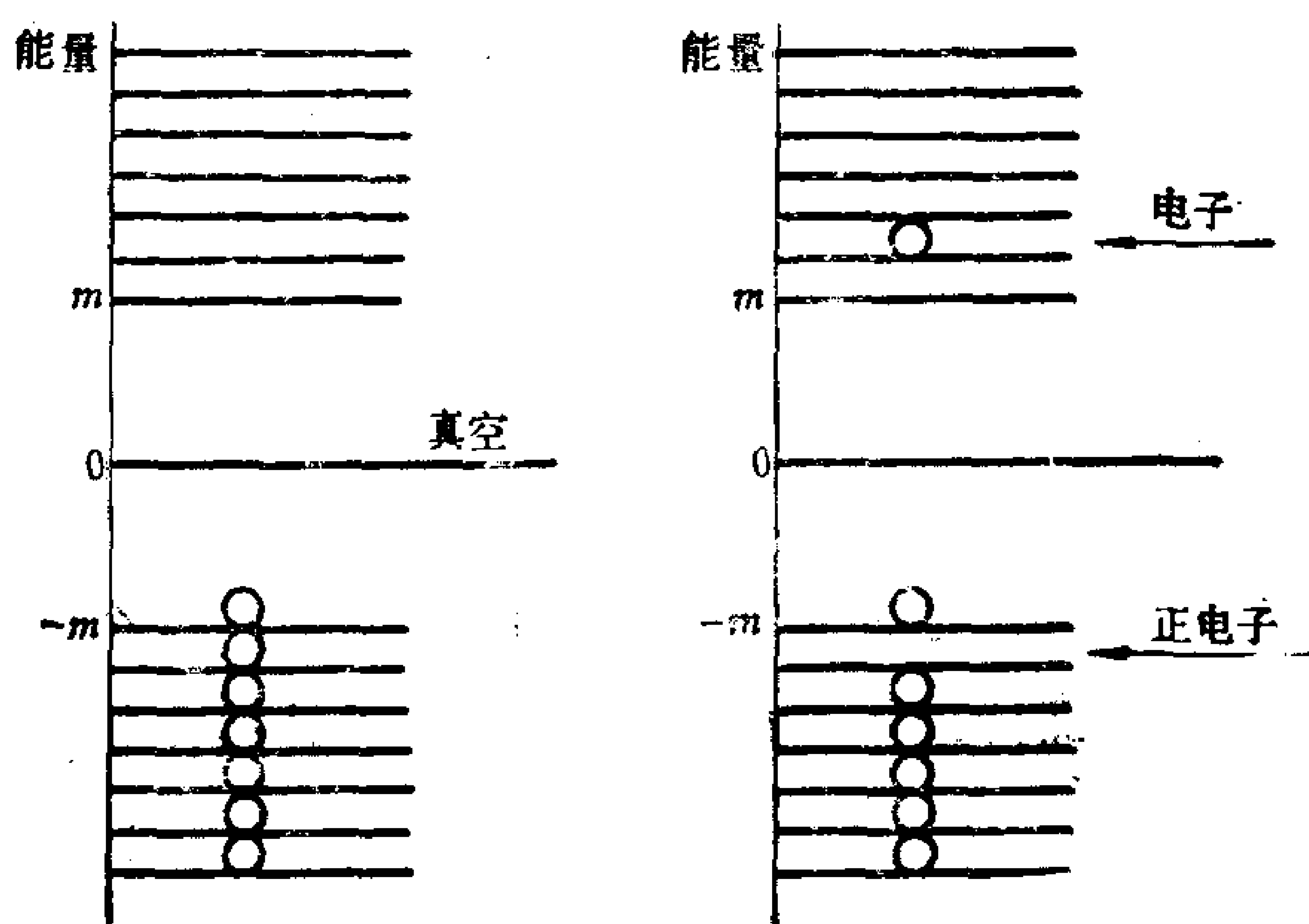


图 1-2.2

加速器实验中发现了反质子，它的质量和质子相同，电荷为$-e$，1956 年在加速器实验中又发现了反中子，它的质量和中子相同，电荷也是零，它和中子的差别之一是：中子的磁矩相对于自旋是反号的，反中子的磁矩相对于自旋则是正号的．这些发现表明，并不是只有电子才有反粒子，各种粒子都有相应的反粒子存在，这个规律是普遍的．现在在粒子物理中，已不再采用 Dirac 的空穴理论来认识正反粒子之间的关系，而是从正反粒子完全对称的场论观点来认识．按照量子场论提供的图象，一般说来，场的激发态表现为粒子．场的任一种激发状态都有与之对应的复共轭的激发状态，这在物理上相应于粒子与反粒子．粒子和反粒子的质量，寿命，自旋相同，但它们的一切内部相加性守恒量都互相反号．也有可能某些粒子的一切内部相加性守恒量都为零，反粒子就是它们自己，这些粒子称为 Majorana 粒子或纯中性粒子，相应的场称为 Majorana 场或纯中性场．

各种粒子都有与之相对应的反粒子，这个普遍结论被几十年的粒子物理的发展不断印证．那末是否存在没有反粒子的粒子？中

微子就是这样的粒子，中微子并没有上面含意下的反粒子，反中微子并不是上面含意下的反粒子．“反粒子”已成为粒子物理学中一个重要的基本概念，并且其本身的含义也在发展充实．

2. C 变换及其基本性质

正反粒子变换定义为一切粒子换为相应的反粒子的变换，又称 C 变换．考察一个 A 粒子的态 $|A\rangle$，其对应的反粒子态为 $|\bar{A}\rangle$，考虑到 C 变换的定义，C 变换一般可表为

$$C|A\rangle = C'(A)|\bar{A}\rangle$$

其中 $C'(A)$ 是一个绝对值为 1 的数，称为态 $|A\rangle$ 的 C 变换相因子．更进一步来说，对于由 A, B, C, … 等粒子组成的系统，C 变换可表为

$$C|ABC\cdots\rangle = C'(A)C'(B)C'(C)\cdots|\overline{ABC\cdots}\rangle$$

C 变换有以下性质：

(1) 按定义 C 变换满足

$$C^2 = 1$$

对于一个粒子 A 的态 $|A\rangle$

$$C^2|A\rangle = CC'(A)|\bar{A}\rangle = C'(A)C'(\bar{A})|A\rangle$$

因此有

$$C'(A)C'(\bar{A}) = 1$$

即

$$C'(\bar{A}) = C'(A)^*$$

(2) 如果 Q 是一个相加性守恒量，$|A\rangle$ 是 Q 的任意本征态，则有

$$\begin{aligned} QC|A\rangle &= QC'(A)|\bar{A}\rangle = -Q'(A)C'(A)|\bar{A}\rangle \\ &= -Q'(A)C|A\rangle = -CQ|A\rangle \end{aligned}$$

即

$$(QC+CQ)|A\rangle=0$$

考虑到任意态总可以用Q的本征态展开，因此有

$$QC+CQ=0$$

这就是说，所有的相加性守恒量都和C变换反对易．因此一般来说，相加性守恒量和C变换没有共同本征态，只有所有的内部相加性守恒量取值为零的态才可能同时又是C变换的本征态．

3．纯中性态和C宇称

纯中性粒子在C变换下是不变的，它的C变换相因子称为C宇称．由于C变换满足$C^2=1$，C宇称的值可以是1或-1，取决于描述该粒子运动状态的场量在C变换下是不是变号．作为一个相乘性守恒量，对于C宇称的值来说，重要的是它的符号，因此通常用$C'=+$或$-$来代替$C'=+1$或-1．

光子是电磁场的量子，是人们最熟知的纯中性粒子．光子的运动状态由电磁场的场量A_μ来描写，它们满Maxwell方程：

$$\partial^\nu\partial_\nu A_\mu=4\pi j_\mu$$

在C变换下，一切电荷电流都改号，场量A_μ也就随着也改号，因此光子的C宇称为-1．即

$$C'(\gamma)=-1.$$

π^0介子也是纯中性粒子，它的C宇称可以由C宇称守恒来确定：π^0介子可以通过电磁相互作用衰变为两个光子，由于电磁相互作用具有C变换不变性，C宇称在衰变过程中守恒，因此π^0介子的C宇称为

$$C'(\pi^0)=C'(\gamma)C'(\gamma)=1$$

4．正反粒子组成系统的C宇称

多个粒子组成的系统，如果其所有内部相加性守恒量的总和

都为零，则有可能是一个纯中性系统，但不一定是．只有在 C 变换下系统的组成仍不变时，它才是一个纯中性系统．纯中性系统是否有确定的 C 宇称，还取决于系统的时空结构性质．一个最重要并且常见的纯中性系统是一对正反粒子组成的系统．如果这一对正反粒子的自旋之和为 S，正反粒子之间的相对轨道角动量为 L，则理论上已普遍推出：不论组成系统的正反粒子是费米子还是玻色子，这个纯中性系统的 C 宇称为

$$C' = (-1)^{L+S}$$

这个结果非常重要，在粒子物理的对称性分析中经常使用．

5. C 变换不变和 C 宇称守恒

强相互作用和电磁相互作用在 C 变换下不变，这表明对于通过强相互作用和电磁相互作用实现的过程，可以作以下两点论断：

(1) 通过 C 变换相联系的两个过程规律和行为相同．

例如质量 $m = (892.1 \pm 0.3)\mathrm{MeV}$ 的 K^{*+} 介子，它的宽度为 $\Gamma = (51.3 \pm 0.8)\mathrm{MeV}$，它的主要衰变方式是通过强相互作用衰变为 $K^+\pi^0$ 和 $K^0\pi^+$．同时它还可以通过电磁相互作用衰变为 $K^+\gamma$，分支比为 (0.10 ± 0.01)．C 变换不变性要求 K^{*+} 介子的反粒子 K^{*-} 介子的质量也是 $m = (892.1 \pm 0.3)\mathrm{MeV}$，它的宽度也应为 $\Gamma = (51.3 \pm 0.8)\mathrm{MeV}$，它的主要衰变方式也是通过强相互作用衰变为 $K^-\pi^0$ 和 $\overline{K}^0\pi^-$．同时它也应还可以通过电磁相互作用衰变为 $K^-\gamma$，分支比为 (0.10 ± 0.01)．

(2) 如果初态是 C 变换的本征态，也就是说初态有确定的 C 宇称，则末态也是 C 变换的本征态，有和初态相同的 C 宇称，即 C 宇称守恒．

例如 π^0 介子的 C 宇称为正，光子的 C 宇称为负，因此 π^0 介子可以衰变成两个光子，但不能衰变成三个光子．

又例如电子和正电子组成的电子偶素(e^+e^-)，如果轨道角动量 $L=0$,合自旋 S 还可以有两个值:

$S=0$，这时 $C'=+$，可以衰变到 $\gamma\gamma$，但不能衰变到 $\gamma\gamma\gamma$;

$S=1$，这时 $C'=-$，可以衰变到 $\gamma\gamma\gamma$，但不能衰变到 $\gamma\gamma$.

§2.7 G 变 换

1. G 变换和 G 宇称

C 宇称守恒对于通过强相互作用和电磁相互作用实现的过程给出了很强的预言，但是由于只有纯中性粒子和某些纯中性系统才有确定的 C 宇称，它的适用范围受到很大的限制. 人们期望能找到适用范围更大的类似的守恒定律. 除了同位旋对称性所包含的相加性守恒量 I_3 以及与 I_3 相关的电荷 Q 之外，其它内部相加性守恒量都为零的粒子称为普通介子. 普通介子满足新的对称性要求,这个对称性是由同位旋和 C 变换所复合组成的.

定义 G 变换为绕同位旋第二轴转 π 角后再作 C 变换的复合变换，即

$$G=CI_2(\pi)$$

在抽象的同位旋空间里绕第二轴转 π 角相当于把第一轴和第三轴都反向，这样粒子的 I_3 就将变号. 再经过 C 变换时，粒子的所有的内部相加性守恒量都变号，I_3 就将又再变一次号，又回到了初始的值. 因此实际上 G 变换不改变 I_3 的值，但把除 I_3 以外的其它所有的内部相加性守恒量都变号. 对于普通介子，除 I_3 以外的其它所有的内部相加性守恒量都为零，实际上就是 G 变换的本征态，其本征值称为 G 宇称.

2. 普通介子的 G 宇称和 G 变换的性质

对于普通介子，由于 $I_3=Q$，它的同位旋是整数，其同位旋波函数可以通过同位旋空间方位角 θ 和 ϕ 的球函数来描写．$I_2(\pi)$ 相当把 (θ,ϕ) 方向转为 $(\pi-\theta,\ \pi-\phi)$ 方向．C 变换下粒子变为相应的反粒子，即 I_3 本征态的本征值变号，这相当于把 ϕ 换为 $-\phi$，同时还要乘上 C 变换相因子 C'．C' 的值对整个同位旋多重态是同一值，并不随 I_3 不同而改变．因此对于普通介子，G 变换相当于在球函数中把 (θ,ϕ) 换为 $(\pi-\theta,\pi+\phi)$，同时再乘上 C 变换相因子 C'．利用球函数的性质给出普通介子的 G 宇称为

$$G'=(-1)^I C'$$

例如对于 π 介子，$C'=+$，$I=1$，因此 $G'=-1$，即 G 宇称为一．

从 G 变换的定义出发，可以得到以下重要性质：

(1) 一切强子都有确定的 G 变换性质，但只有普通介子才具有 G 宇称．这一点和 C 变换很相似：一切强子都有确定的 C 变换性质，但只有中性普通介子才具有 C 宇称．

(2) 一个由多个强子组成的系统，只要其所具有的内部相加性守恒量除 I_3 和 Q 外都为零，又有确定的同位旋，并且其相应的 $I_3=0$ 分量具有确定的 C 宇称．则这个态就具有确定的 G 宇称，其值为

$$G'=(-1)^I C'$$

特别是对于由一对正反粒子组成的具有确定轨道角动量 L 和总自旋 S 的系统

$$G'=(-1)^{I+L+S}$$

作为一个例子，考察一对正反 K 介子组成的，具有确定同位

旋的系统．由于 K 介子的同位旋 $I=\frac{1}{2}$，这个系统的同位旋只能是 $I=0$ 或 1．K 介子的自旋为 0，因此这个系统的总自旋为 0．这个系统的 G 宇称为

当 $I=0$ 时，　　　　$G'=(-1)^L$

当 $I=1$ 时，　　　　$G'=(-1)^{L+1}$

（3）由几个具有确定的 G 宇称的子系统所组成的系统也具有确定的 G 宇称，其值等于各子系统 G 宇称的乘积．

由于 π 介子的 G 宇称为 -1，n 个 π 介子组成系统的 G 宇称等于 $(-1)^n$．

3. G 宇称守恒

由于强相互作用在 C 变换和同位旋转动下是不变的，因此它在 G 变换下也是不变的．但是在电磁相互作用下，由于同位旋不守恒了，G 也就不守恒了．G 宇称的这个性质在研究和分析普通介子的强衰变时特别重要，它给出很强的限制和预言．

作为一个例子，我们看 G 宇称守恒在分析 ρ 介子性质时的应用．在研究强子碰撞产生的多个 π 介子的末态中，发现 $\pi^+\pi^0$，$\pi^+\pi^-$ 和 $\pi^-\pi^0$ 的不变质量在 (770 ± 3) MeV 处有一个很宽的峰，宽度为 $\Gamma=(153\pm2)$ MeV，但在 $\pi^+\pi^+$ 和 $\pi^-\pi^-$ 的不变质量中却没有看到相应的峰．这些峰的出现表明存在一个短寿命的粒子，称为 ρ 粒子．由于它的宽度值远大于 MeV 的量级，可以推测它是通过强相互作用而衰变的．由于它只在电荷 $Q=1$，0 和 -1 的态中被发现，并且末态中只有普通介子，可以判定它是 $I=1$ 的普通介子．

由 G 宇称守恒定出 ρ 介子的 G 宇称为 $+1$，进而可以定出 ρ^0 介子的 C 宇称为 -1．这样可以预言 ρ 介子通过强相互作用衰变到 $\pi\pi\pi$ 末态是严格禁戒的，ρ^0 介子通过电磁相互作用衰变到 $\gamma\gamma$

末态也是严格禁戒的，这些预言都已被实验很好地验证了．由于$\pi\pi$系统的总自旋为零，$\pi^+\pi^-$系的C宇称为$(-1)^L$，其中L为$\pi^+\pi^-$之间的轨道角动量．前面已经定出ρ^0介子的C宇称为-1，由此决定了L必须为奇数．角动量守恒决定了ρ^0介子的自旋J等于$\pi^+\pi^-$之间的轨道角动量L，从而J也必须是奇数．进一步的实验确定了ρ介子的$J=1$．

再看一个例子．在研究强子碰撞产生的多个π介子的末态中，发现$\pi^+\pi^-\pi^0$的不变质量在(782.0 ± 0.1)MeV处有一个峰，宽度为$\Gamma=(8.5\pm0.1)$MeV．但在$\pi^+\pi^+\pi^-$和$\pi^+\pi^-\pi^-$的不变质量中却没有看到相应的峰．这表明存在一个短寿命的粒子，称为ω粒子．由于它的宽度值为MeV的量级，可以推测它主要是通过强相互作用而衰变的．由于它只在电荷$Q=0$的态中被发现，并且末态中只有普通介子，可以判定它是$I=0$的普通介子．

由G宇称守恒定出ω介子的G宇称为-1，进而可以定出ω介子的C宇称为-1．这样可以预言ω介子通过强相互作用衰变到$\pi\pi$末态是严格禁戒的，ω介子通过电磁相互作用衰变到$\gamma\gamma$，$\pi^0\pi^0$，$\pi^0\pi^0\pi^0$等末态也是严格禁戒的，但它通过电磁相互作用衰变到$\pi^0\gamma$末态却是允许的，这些预言都已被实验很好地验证了．

ω介子虽然由于G宇称守恒的限制，不能通过强相互作用衰变到$\pi^+\pi^-$末态，但是如果ω介子的自旋$J=$奇数，它仍可通过电磁作用而衰变到$\pi^+\pi^-$末态．因为这时$\pi^+\pi^-$系的C宇称也是-1．实验上后来发现ω介子有$(1.7\pm0.3)\%$的分支比衰变到$\pi^+\pi^-$末态，这也印证了ω介子的自旋$J=$奇数．实验确定了ω介子的自旋也是$J=1$．

§2.8 P 变 换

1. 空间反射变换

空间反射变换简称P变换，定义为空间坐标都反号但时间不变的变换，即

$$\boldsymbol{x}\to-\boldsymbol{x},\quad t\to t$$

在P变换下，每一个运动状态变为另一个状态. 虽然对于一个特定的点来说，P变换的效果等价于某种转动. 但对于一个物体的描写来说，它就完全不能等效于某种转动. 因此一般来说，P变换是一种典型的分立变换，它不能等价于某种特殊的连续变换. 在经典物理范围，P变换不变性并不对应存在某种守恒定律. 但在微观物理范围内，P变换不变性直接和宇称守恒相联系.

在P变换下

$$\boldsymbol{p}\to\boldsymbol{p},\qquad E\to E$$

$$L=\boldsymbol{x}\times\boldsymbol{p}\to(-\boldsymbol{x})\times(-\boldsymbol{p})=\boldsymbol{L}$$

因此轨道角动量L在P变换下不变，量子力学中可表为$PL=LP$，它们有共同的本征态，可以同时测量.

2. 轨道宇称和内禀宇称

按照定义，P变换满足

$$P^2=1$$

因此P的本征值可取值为±1，P的本征值又称P宇称. 当系统轨道角动量为L时，其本征函数为$Y_{Lm}(\theta,\phi)$，在P变换下

$$\theta\to\pi-\theta,\quad \phi\to\pi+\phi,$$

从而有

$$PY_{Lm}(\theta,\phi)=Y_{Lm}(\pi-\theta,\pi+\phi)=(-1)^LY_{Lm}(\theta,\phi),$$

亦即这时P宇称值为$P'=(-1)^L$.

如果在讨论的问题中，粒子数目不变，没有粒子的产生和湮没过程，这时可以把粒子内部波函数在空间反射变换下的行为与粒子时空波函数在空间反射变换下的行为分开处理．这样仅就时空波函数在P变换下的行为来看，可以证明P是一个厄米算符，同时也是一个幺正算符．但是在粒子物理学中一般需要考虑粒子数是可变的，因此必须同时考虑粒子内部波函数在P变换下的性质．在这种情况下，就不再能象仅考虑时空波函数那样证明P变换具有厄米性．

在P变换下粒子内部波函数还有一定的P宇称，又称内禀宇称，简称粒子的宇称．由于这种宇称与现在还不清楚的粒子内部运动的对称性有关，不能象轨道角动量那样给出明显的表达式，只能根据P守恒的要求从实验上确定．

3．相对宇称和绝对宇称

既然内禀宇称只能根据P宇称守恒定律的要求来确定，它就具有前面已讲过的宇称的相对性，并且只有纯中性粒子才有绝对的内禀宇称．关于P宇称可以作以下说明：

(1) 纯中性粒子的内禀宇称由实验来决定，例如：$P'(\gamma)=-1$，$P'(\pi^0)=-1$．

(2) 考察一对正反粒子组成的纯中性系统的宇称．在坐标表象质心系中进行考察，设系统的轨道角动量为L，总自旋为S．系统的态可以用$|\boldsymbol{x},r,-\boldsymbol{x},t\rangle$描写，其中第一组量描写粒子，第二组量描写反粒子，$2\boldsymbol{x}$为两粒子间相对径矢，$r,t$分别描写两粒子的自旋状态．对这个态作$CP$变换

$$\begin{aligned}CP|\boldsymbol{x},r,-\boldsymbol{x},t\rangle&=C|-\boldsymbol{x},r,\boldsymbol{x},t\rangle\\&=|\boldsymbol{x},t,-\boldsymbol{x},r\rangle\end{aligned}$$

再交换自旋给出

$$=(-1)^{S+1}\ |x,r,-x,t\rangle,\quad \text{对费米子;}$$

$$=(-1)^{S}\ |x,r,-x,t\rangle,\quad \text{对玻色子.}$$

但已知这系统的 C 宇称为 $(-1)^{L+S}$，由此得到系统的(绝对)宇称为

$$P'=(-1)^{L+1},\qquad \text{对正反费米子对;}$$

$$P'=(-1)^{L},\qquad \text{对正反玻色子对.}$$

其中 $(-1)^L$ 是轨道角动量的贡献，因此一对正反粒子组成系统的内禀宇称为

$$P'=-1,\qquad \text{对正反费米子对}$$

$$P'=+1,\qquad \text{对正反玻色子对.}$$

(3) 对于非纯中性粒子的内禀宇称，针对各种不同的内部对称性相加性守恒量，约定以下的标准以消除不确定性：

守恒量	内禀宇称的标准
电荷 Q	同一同位旋多重态的不同电荷态宇称相同
重子数 b	$P'(\mathrm{N})=+1$
e 轻子数 L_e	$P'(\mathrm{e}^-)=+1$
μ 轻子数 L_μ	$P'(\mu^-)=+1$
τ 轻子数 L_τ	$P'(\tau^-)=+1$
奇异数 S	$P'(\mathrm{K})=P'(\pi)=-1$
粲数 C	$P'(\mathrm{D})=P'(\pi)=-1$
底数 B	$P'(\mathrm{B})=P'(\pi)=-1$

现在基本粒子表中列出的宇称实验值，都是按上述约定标准定出来的.

值得注意的是几个关于费米子数的约定. 例如重子数 B，规定核子的宇称为 $+1$，根据正反费米子对所组成系统的合内禀宇称为 -1，反核子的宇称应该为 -1. 换言之，如果宇称只取实数值，则反费密子的宇称与费密子相反.

4. 宇称守恒和宇称不守恒

发现奇异粒子后，在对最轻的奇异粒子衰变过程的研究中遇到了一个疑难，即“θ-τ 疑难”．这个疑难表现为：实验中发现了两种质量、寿命和电荷都相同的粒子 θ 和 τ，衰变时，θ 衰变为两个 π 介子，τ 衰变为三个 π 介子．实验结果的分析表明，三个 π 介子的总角动量为零，宇称为负；而两个 π 介子的总角动量如为零，则宇称只能是正．因此从质量、寿命和电荷来看，θ 和 τ 似乎应是同一种粒子，但是从衰变行为来看，如果宇称是守恒量，则 θ 和 τ 就不可能是同一种粒子．

在宏观范围内运动规律具有很好的左右对称性，亦即在空间反射变换下具有不变性，但在宏观范围内这种不变性并不对应存在守恒定律．在微观范围内如果运动规律具有左右对称性，则对应存在 P 宇称守恒定律．1956 年李政道和杨振宁全面分析了 θ-τ 疑难有关的全部实验和理论工作之后指出，这个疑难的焦点在于认为微观粒子的运动过程中宇称守恒．他们指出，在强相互作用和电磁相互作用过程中宇称守恒是得到了实验的判定性检验的，但是在弱相互作用过程中宇称守恒并没有得到实验的判定性检验．李政道和杨振宁提出，这个疑难产生的原因在于弱相互作用过程中宇称可以不守恒．他们进一步建议可以通过钴 60 的衰变实验来对这一点进行判定性检验．实验的原理是利用核磁技术使钴 60 的原子核极化，即原子核的自旋方向沿确定方向排列，观察钴 60 通过 β 衰变放出电子的方向分布．如果宇称是守恒的，则包含自旋轴正向的半球方向内射出的电子数应与包含自旋轴负向的半球方向内射出的电子数相近，即左右对称；反之如果这两个半球方向内射出的电子数不相等，即表现出明显的左右不对称性，则表明弱相互作用过程中宇称可以不守恒．1957 年吴健雄进行了这个实

验，证实了李政道和杨振宁提出的分析判断.

过去人们对于守恒定律的理解比较简单，弱相互作用宇称不守恒的确立告诉人们：各种守恒定律的适用范围可以不同，有的物理量在一切相互作用过程中都是守恒的，而有些物理量则只在某些相互作用过程中才是守恒的. 宇称就是人们认识的第一个只在某些相互作用过程中才守恒的相乘性守恒量. 在研究各种守恒定律时，无论涉及的是相加性守恒量还是相乘性守恒量，都要注意和研究这些守恒定律的适用范围.

P 宇称在强相互作用和电磁相互作用过程中守恒，但在弱相互作用过程中不守恒. 因此对不直接参与强相互作用和电磁相互作用的中微子，没有确定的 P 宇称.

§2.9 CP 变 换

1. CPT 定理

量子场论中证明了一个基本定理——CPT 定理. 这个定理给出：如果所讨论的场是定域场，即场所对应的粒子是点粒子；场具有相对论所要求的正 Lorentz 协变性；满足自旋统计关系，即自旋为整数的粒子满足玻色统计，自旋为半整数的粒子满足费米统计，则运动规律在 CPT 联合变换下不变.

CPT 定理的一个直接的推论是反粒子和粒子的质量，寿命，自旋磁矩的 g 因子都完全相同，并且粒子的某一衰变道的衰变速率和 C 变换后反粒子的相应的衰变道的衰变速率相等. 可以通过实验检验这些推论来对 CPT 定理进行检验.

令 $\delta(m,\ \mathrm{A})$ 为粒子 A 和它的反粒子的质量差与它们质量平均值之比；$\delta(\tau,\mathrm{A})$ 为粒子 A 和它的反粒子的平均寿命差与它们平均寿命的平均值之比；$\delta(g,\ \mathrm{A})$ 为粒子A和它的反粒子自旋磁矩 g

因子之差与它们自旋磁矩 g 因子平均值之比；$\delta(\Gamma, \mathrm{A}\to\mathrm{BC})$ 为粒子 A 的衰变过程 A→BC 和 C 变换后它的反粒子相应衰变道的衰变速率之差与它们衰变速率平均值之比；现有对 CPT 定理在这四方面的实验检验为：

$\delta(m, e^+) < 4\times10^{-8}$	$\delta(m, \pi^+) = (2\pm5)\times10^{-4}$
$\delta(m, K^+) = (-0.6\pm1.8)\times10^{-4}$	$\lvert\delta(m, K^0)\rvert < 6\times10^{-18}$
$\delta(m, p) = (6\pm4)\times10^{-5}$	$\delta(m, n) = (9\pm5)\times10^{-5}$
$\delta(m, \Lambda) = (0.0\pm1.1)\times10^{-4}$	$\delta(m, \Xi^-) = (1.1\pm2.7)\times10^{-4}$
$\delta(m, \Omega^-) = (-1\pm5)\times10^{-4}$	
$\delta(\tau, \mu^+) = (3\pm8)\times10^{-5}$	$\delta(\tau, \pi^+) = (5\pm7)\times10^{-4}$
$\delta(\tau, K^+) = (1.1\pm0.9)\times10^{-3}$	$\delta(\tau, \Lambda^+) = (4\pm9)\times10^{-3}$
$\delta(\tau, \Xi^-) = (0.02\pm0.18)$	
$\delta(g, e^-) = (-0.5\pm2.1)\times10^{-12}$	$\delta(g, \mu^+) = (-2.6\pm1.6)\times10^{-8}$
$\delta(g, p) = (-1\pm7)\times10^{-3}$	
$\delta(\Gamma, K^+\to\mu^+\nu) = (-0.5\pm0.4)\%$	$\delta(\Gamma, K^+\to\pi^+\pi^0) = (0.8\pm1.2)\%$

由此可见，CPT 定理在相当高的精度下为实验所证实. 另一方面，由于 CPT 定理成立的三个基本条件都是相当基本的，一般总是能够满足的，它被实验很好地证实也是容易理解的.

2. 弱相互作用的 CP 不变性

1957 年发现了"弱相互作用下 P 不守恒"，这就提出了一个问题：在弱相互作用下 C 是不是守恒？CP 是不是守恒？是不是 C 和 CP 都不守恒？如果 CP 也不守恒，按照 CPT 定理可以得出弱相互作用在 T 变换下也不能保持不变了.

1957—1958 年建立的普适费米弱相互作用理论，很好地概括了弱相互作用过程中宇称可以不守恒的要求，并且很快地得到实验的验证. 按照这个理论，弱相互作用过程中 C 宇称也可以不守恒，但是弱相互作用具有 CP 不变性，也就是说在弱相互作用过程中

CP 宇称还是守恒的．CP 变换不变性的物理含意是：两个通过CP 变换相联系的过程，其演化性质和概率分布完全相同．例如对于π^+介子的衰变过程 $\pi^+\rightarrow\mu^+\nu$，考虑经过CP变换，π^+介子将变为π^-介子，同时运动方向将反向，μ^+将变为μ^-，同时运动方向将反向，但自旋方向不变，这反映为左旋将变为右旋，右旋将变为左旋；中微子 ν 也将变为它自己的反粒子，中微子的自旋为$\frac{1}{2}$，由于它的静止质量为零，左旋分量和右旋分量是分开的，它只有左旋分量，这样经过 CP 变换后得到的反中微子应该是一个自旋为$\frac{1}{2}$，静止质量为零的右旋粒子．弱相互作用的CP 不变性要求 π^+介子和π^-介子的这两个衰变过程的性质和衰变宽度完全相同，实验也确实很好地验证了这一点．

要特别强调的是，由于中微子不直接参与强相互作用和电磁相互作用但可以直接参与弱相互作用，中微子和反中微子之间不是由C变换相联系而是由CP变换相联系，表现为中微子是左旋就决定了反中微子是右旋，实验很好地验证了这个预言．

3．CP 破坏现象

中性 K 介子衰变时，一部分衰变得很快，平均寿命为$(0.8922\pm0.0020)\times10^{-10}$s，称为短寿命K介子，记为$K_S$，另一部分衰变得很慢，平均寿命为$(5.18\pm0.04)\times10^{-8}$s，称为长寿命K介子，记为 K_L．如果弱相互作用具有CP变换不变性，则K_S和K_L都应该是CP 变换的本征态，K_S的CP宇称为正，K_L的CP宇称为负．这样K_S 可以衰变到两个π介子，而 K_L 则不能．1964 年实验中发现长寿命 的 K_L 粒子也有一小部分可以衰变到两个 π 介子，这表明在弱相互作用过程中也有少量的 CP 破坏的分量．为了给弱相互作用下 CP 破坏的程度以定量的描写，可以通过 K_L 介子和 K_S 介子的双 π 衰

变来测量:

$$|\eta_{+-}| = [\Gamma(K_L \to \pi^+\pi^-)/\Gamma(K_S \to \pi^+\pi^-)]^{1/2}$$

$$|\eta_{00}| = [\Gamma(K_L \to \pi^0\pi^0)/\Gamma(K_S \to \pi^0\pi^0)]^{1/2}$$

如果弱相互作用具有 CP 变换不变性，则$|\eta_{+-}| = |\eta_{00}| = 0$. 实验测量给出的结果为:

$$|\eta_{+-}| = (2.266 \pm 0.018) \times 10^{-3}$$

$$|\eta_{00}| = (2.245 \pm 0.019) \times 10^{-3}$$

这说明在弱相互作用下 CP 破坏效应约占千分之二左右. CP 破坏效应是否存在还可以通过K_L粒子的半轻子衰变的测量来判断. 如果弱相互作用具有CP变换不变性，则在 K_L 的各衰变道中由CP变换互相联系的两个衰变道的衰变分宽度应相同. 可以类似于上面对于 CPT 定理的检验，测量 $\delta(\Gamma, K_L \to \pi^-\mu^+\nu)$等，$CP$ 变换不变性要求它们严格为 0. 实验给出的结果为:

$$\delta(\Gamma, K_L \to \pi^-\mu^+\nu) = (0.64 \pm 0.08)\%$$

$$\delta(\Gamma, K_L \to \pi^-e^+\nu) = (0.666 \pm 0.028)\%$$

这说明弱相互作用下 CP 变换不变性在相当好的近似下保持，但在某些弱相互作用过程中，观察到有约千分之几的 CP 破坏效应.

4. CP 破坏的可能来源

弱相互作用下 CP 破坏和 C 破坏有很大的不同，弱相互作用下 C 破坏部分与 C 不变部分是一比一，但弱相互作用下 CP 破坏部分与 CP 不变部分之比是千分之二. 因此弱相互作用下 CP 破坏现象产生的机理不能简单地归之于弱相互作用的基本性质，必须理论和实验结合起来分析探讨其可能的来源.

弱相互作用下 CP 破坏现象发现后，人们曾试图给出理论解释，也曾致力于找出除中性 K 介子的衰变外还有哪些实验中可以观察到 CP 破坏的效应. 在 60 年代的各种理论探索中，超弱相互

作用理论是最为多数人所接受的理论．按照这个理论，CP 破坏效应来自于与弱相互作用不同的超弱相互作用，并且在现有实验精度下 CP 破坏效应也将只能在中性 K 介子的衰变中被观察到．结果发现除中性 K 介子的衰变外其它的实验中也都确没有观察到 CP 破坏现象．如果存在超弱作用，这种超弱作用的来源和机理，仍然是理论上需要回答的问题．

70 年代规范场论的发展给出 CP 破坏现象的两个可能的来源：强 CP 破坏和弱 CP 破坏．

（1）强相互作用的物理机理是一种规范相互作用，称为色相互作用，相应的理论称为量子色动力学．按照量子色动力学，基本的拉格朗日量中可以存在一项

$$L_\theta = \theta\left[\frac{g^2}{32\pi^2}\right] F_i^{\mu\nu} \tilde{F}_{i\mu\nu}$$

其中 θ 是一个无量纲的常量，$\theta \neq 0$ 时将导致强相互作用中有 CP 破坏出现，通常称为强 CP 破坏．这是实验上发现的 CP 破坏现象的一个可能的来源．如果实验上发现的 CP 破坏现象有来自强 CP 破坏的贡献，则参量 θ 的值应约为 10^{-8}．为什么 θ 的值会取这样一个非常接近于零而不等于零的数，这个问题又需要理论进一步给出回答．

（2）电磁相互作用和弱相互作用的机理是一种统一的规范相互作用，即电弱相互作用，相应的理论是电弱统一理论．按照电弱统一理论，基本的费米子，即轻子和夸克，是成组（称为“代”）地出现的．各代费米子的相互作用性质对应相同，它们之间的不同直接反映为质量的不同．不同代的夸克之间会发生混合，如果自然界存在 n 代费米子，数学上用一个 n 维复空间基矢间的幺正变换来描写不同代夸克之间的混合．这个幺正变换的变换矩阵由 n^2 个参数描写，但这个幺正变换所联系的两组 n 维复空间基矢共有 $2n$

个，它们之间有 $2n-1$ 个相对相角，这可以由规定相对相角而去掉其任意性，这样 n^2 个参数当中只有 $n^2-(2n-1)=(n-1)^2$ 个是独立的. 在 n 维实空间的正交变换可以用 $n(n-1)/2$ 个 Euler 角来描写，这样还有 $(n-1)^2-n(n-1)/2=(n-1)(n-2)/2$ 个独立参数既不能由规定相对相角而去掉，也不能表为 n 维实空间的 Euler 角. 这些参数将表现为变换矩阵中的不可去相因子，这些不可去相因子如果不为零，将在实验中表现为出现 CP 破坏现象. 下面列出不可去相因子数和费米子代数之间的关系:

费米子代数	2	3	4	5	6	7	8
不可去相因子数	0	1	3	6	10	15	21

由此可见，如果自然界只存在不超过两代费米子，将不出现 CP 破坏现象；如果自然界存在三代或三代以上费米子，一般说来，就会出现 CP 破坏现象. 这也是 CP 破坏现象的一个可能的来源，通常称为弱 CP 破坏. 现在实验上已经判定自然界至少存在三代费米子，因此实验上观察到的 CP 破坏现象有可能就是来自弱 CP 破坏.

弄清实验上观察到的 CP 破坏现象的物理来源和机理是当前粒子物理实验和理论研究上的一个重要课题.

§2.10 全同粒子交换变换

1. 全同粒子交换变换的绝对守恒性

考察 n 个全同粒子组成的系统，定义 P_{ij} 为第 i 个粒子与第 j 个粒子交换的变换. 显然，P_{ij} 与 C 变换和 P 变换类似，也是一个 $P_{ij}^2=1$ 的分立变换.

对于 n 个全同粒子组成的系统，更广地可以考虑这 n 个粒子

间的任意置换，所有这些置换的整体构成一个 S_n 群．然而，S_n 群中的所有置换都可以分解成许多交换变换的接续进行，因此重要的是研究最简单的交换变换 P_{ij}，P_{ij} 和 1 构成一个 S_2 群．

按照全同性原理，P_{ij} 对全同粒子的作用并不改变态，并且运动规律对全同粒子是不可分辨的，因此在 P_{ij} 作用下哈密顿量 H 不变，即 $P_{ij}H=HP_{ij}$．按照内特尔定理，P_{ij} 在各种相互作用下都是守恒量．

P_{ij} 的本征值为±1，它把一切粒子分为两大类．自旋统计关系的研究给出：本征值为正的粒子自旋为整数，波函数为完全对称的，这类粒子统称玻色子；本征值为负的粒子自旋为半整数，波函数为完全反对称的，这类粒子统称费密子．P_{ij} 是一个严格守恒量的物理含义在于：每一种粒子是费密子还是玻色子是确定的，任一种粒子在其存在的时间内不可能改变 P_{ij} 的本征值，亦即其波函数是完全对称的还是完全反对称的这两种情况不能互相转化．

全同粒子交换变换 P_{ij} 和 C 变换、P 变换都是分立变换，但它们的性质还是有所不同的．C 变换和 P 变换在弱相互作用过程中不守恒而 P_{ij} 则是严格守恒量；然而 P_{ij} 是定义在全同粒子存在的时间，亦即只对交换所涉及的粒子数不改变的过程中 P_{ij} 才有明确的含义．

另一方面对于任何全同粒子来说，P_{ij} 的含义都是明确的，并取本征值＋1 或－1．对于 C 变换来说，只有纯中性粒子才是 C 变换的本征态．P 变换下粒子内部波函数的变换性质需要利用 P 不变性来确定．这些都是它们之间的差异，是由这几种变换物理上含义的不同所带来的．

2. 全同粒子组成系统的选择规则

对于两个全同粒子组成的系统，若两粒子间轨道角动量为 L，总自旋为 S，P_{ij} 作用后，根据自旋统计关系给出

$(-1)^{L+S+1}=-1$，　　对费米子

$(-1)^{L+S}=+1$，　　对玻色子

因此不论费密子还是玻色子，两个全同粒子组成的系统都必须满足

$L+S=$偶数.

3. 广义全同粒子组成系统的选择规则

强相互作用下同位旋守恒的客观规律把同一同位旋多重态中的不同电荷态联系在一起，可以作为同一种粒子在同位旋空间中的不同态. 因此只要考虑了同位旋空间中全同粒子交换算子本征值的贡献，就可以把同一同位旋多重态中各粒子都作为全同粒子来对待.

同位旋对交换算符本征值的贡献与自旋类似，即：

对半整数同位旋粒子贡献 $(-1)^{I+1}$

对整数同位旋粒子贡献　$(-1)^{I}$

其中 I 为两个粒子的总同位旋. 考虑同位旋的全同性后的选择定则也可以表为

$$L+S+I+2i=\text{偶数}$$

其中 i 为一个粒子的同位旋.

现在粒子物理中已认识到有比同位旋对称性更高的对称性存在，上述对于同位旋对称性和交换算符关系的讨论都可以类似地推广到这些更高的对称性上去.

作为例子，考察两个应用：

例一，考虑氘核，它由质子 p 和中子 n 组成，因为它们的自旋和同位旋都是$\frac{1}{2}$，按上面的讨论有

$$L+S+I+2i=\text{偶数}$$

实验上已确定 $S=1$，L 是 0 和 2 的混合，因此 I 必须为偶数. 但 I 只能是 0 或 1，所以 I 只能是零. 也就是说没有与氘核对应的(pp)或(nn)束缚态存在，实验上也确实没有观察到这样的态存在.

例二，考察两个 π 介子组成的系统. 因为 π 介子自旋为 0，同位旋为 1，玻色统计性要求

$$(-1)^{L+I}=+1$$

因此 L 与 I 的奇偶性应相同，即

$I=0,\ 2$ 时，　　$L=$偶数

$I=1$ 时，　　　$L=$奇数

另一方面，两个 π 介子组成的系统的总角动量等于轨道角动量

$$J=L$$

宇称为

$$P=(-1)^L$$

两个 π 介子的 G 宇称为正，相应中性分量的 C 宇称为

$$C'=G'(-1)^I=(-1)^I$$

这样两个 π 介子组成的系统的量子数只能取下表中的值:

J^{PC}	I^G	粒子组态
偶$^{++}$	0^+	$\pi^+\pi^-$, $\pi^0\pi^0$
偶$^{++}$	2^-	$\pi^+\pi^-$, $\pi^0\pi^0$, $\pi^-\pi^0$, $\pi^-\pi^0$, $\pi^+\pi^+$, $\pi^-\pi^-$
奇$^{--}$	1^-	$\pi^+\pi^-$, $\pi^+\pi^0$, $\pi^-\pi^0$

其中 C 宇称的值是指中性分量的 C 宇称，$\pi^0\pi^0$ 系统的 C 宇称为正，因此在 $J^{PC}=$奇$^{--}$情形不会有 $\pi^0\pi^0$ 出现.

4. 电荷共轭交换变换

粒子和反粒子是同一种场的不同激发态，它们之间通过 C 变换联系起来．因此，粒子和反粒子之间应存在有通过 C 变换来实现的全同性．这样在正反粒子之间应该用 CP_{ij} 来代替 P_{ij}.

考察一对正反粒子组成的系统，这是一个纯中性系统．如果把正反粒子交换，系统未变但态变了，但如再作 C 变换则态仍复原．若这系统的 C 宇称为 C'，则 CP_{ij} 作用的结果为

$C'(-1)^{L+S+1}=-1$，对费米子

$C'(-1)^{L+S}=+1$，对玻色子

因此不论对费米子还是玻色子，一对正反粒子组成的系统，其 C 宇称为

$$C'=(-1)^{L+S}$$

这正是过去用过的公式的证明．

§2.11 中性 K 介子的对称性

1. K^0 介子的弱相互作用行为

实验中发现的 K^0 介子和它的反粒子 $\overline{K}^0$ 介子的性质列如下表：

量子数	b	Q	J	P	I	I_3	S
K^0	0	0	0	−	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	1
$\overline{K}^0$	0	0	0	−	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	−1
弱作用下	守恒	守恒	守恒	不守恒	不守恒	不守恒	不守恒

由此可见，尽管 K^0 介子和它的反粒子 $\overline{K}^0$ 介子是不同的粒子，但

是它们通过弱相互作用衰变时，它们之间的差别都不是守恒量，从它们的衰变行为无法把它们彼此区分开，并且它们衰变时应表现为相当于纯中性粒子的行为.

由于弱相互作用下 CP 变换不变性在相当好的近似下保持，仅有约千分之几的 CP 破坏效应，先暂时略去 CP 破坏部分，只考虑弱相互作用具有 CP 变换不变性. K^0 介子在通过弱相互作用而衰变时，应作为 CP 宇称为正的态和 CP 宇称为负的态的叠加态，这两个态分别按 CP 宇称守恒的要求而衰变. 引入 CP 变换的本征态 K_S 和 K_L，它们对应的本征值分别为 $+1$ 和 -1:

$$|K_S\rangle=\frac{1}{\sqrt{2}}(|K^0\rangle+CP|K^0\rangle)$$

$$|K_L\rangle=\frac{1}{\sqrt{2}}(|\mathrm{K}^0\rangle-CP|K^0\rangle)$$

这样 K^0 介子态可表为

$$|K^0\rangle=\frac{1}{\sqrt{2}}(|\mathrm{K}_S\rangle+|\mathrm{K}_L\rangle)$$

K^0 介子在衰变时，一部分表现为 CP 宇称为正的 K_S 介子，一部分表现为 CP 宇称为负的 K_L 介子. 同样地 $\overline{\mathrm{K}}^0$ 介子在衰变时，也是一部分表现为 CP 宇称为正的 K_S 介子，一部分表现为 CP 宇称为负的 K_L 介子. 因此，仅从衰变行为来看，不可能区分开 K^0 介子和它的反粒子 $\overline{\mathrm{K}}^0$ 介子.

2. K_S介子和K_L介子

K_S 介子和 K_L 介子都是不带电的介子，它们的主要衰变方式中没有二体纯轻子衰变，只有三体半轻子衰变和强子衰变. 强子衰变可以是衰变成两个或三个 π 介子. 但是两个 π 介子组成的中性系统的 CP 宇称为 $+1$，如果弱相互作用具有 CP 变换不变性，则只有 CP 宇称为$+1$ 的 K_S 介子才能衰变到两个 π 介子末态，而

K_L 介子的主要衰变方式中没有二体衰变．由于二体衰变的末态相空间远比用初态质量无量纲化后的三体衰变末态相空间要大，K_S 介子的平均寿命远比 K_L 介子的平均寿命要短，分别为

$$\tau(K_S)=(0.8922\pm0.0020)\times10^{-10}\mathrm{s}$$

$$\tau(K_L)=(5.18\pm0.04)\times10^{-8}\mathrm{s}$$

两者差约 580 倍．

考察一对正反 K 介子组成的、具有确定同位旋的系统．从前面的讨论已经得出 $P'=(-1)^L$，$C'=(-1)^L$，$(CP)'=+1$．只有两种可能的情形：

当 $I=0$ 时，$G'=(-1)^L$

当 $I=1$ 时，$G'=(-1)^{L+1}$

这两种情形中，L 的奇偶性起了重要作用，在正反 K^0 介子组成的系统中 L 的奇偶性可以区分开来．

由于 K_S 介子的 CP 宇称为正，K_L 介子的 CP 宇称为负，两个粒子之间的轨道角动量的 CP 宇称为 $(-1)^L$．因此系统的 $(CP)'=+1$ 要求：

当 $L=$ 偶时，表现为 K_SK_S 和 K_LK_L

当 $L=$ 奇时，表现为 K_SK_L

3. K^0 介子再生

K_S 介子和 K_L 介子平均寿命的这个差别导致十分有趣的结果，在 K^0 介子产生后，50％按 K_S 介子衰变，50％按 K_L 介子衰变．由于 K_S 介子的平均寿命远比 K_L 介子的平均寿命要短，在经过量级为 10^{-9}s 的一段时间之后，K_S 介子基本上衰变殆净，但 K_L 介子则衰变掉的很少，这时剩下的基本上是纯 K_L 介子．如果一开始时产生的是 $\bar{K}^0$ 介子，结果也完全一样．

例如通过加速器实现的高能碰撞实验中产生了 K^0 介子，动量

为$p=2\text{GeV}/c$,流强为 j_0,这些 K^0介子衰变时表现为流强为$0.5j_0$的 K_S 介子和流强为 $0.5j_0$ 的 K_L 介子. 如果在距离产生点 $L=2.00\text{m}$ 处观察,粒子产生后已经过了 $t=L/v=LE/p$ 的时间,运动粒子平均寿命的相对论延缓为 $\tau(v)=\tau E/M$, 其中M和E分别为K^0介子的质量和能量,L 处 K_S 介子和 K_L 介子的流强分别为

$$j(K_S)=0.5j_0\exp\left[-\frac{LM}{\tau(K_S)P}\right]$$
$$=4.2\times10^{-9}j_0$$
$$j(K_L)=0.5j_0\exp\left[-\frac{LM}{\tau(K_L)P}\right]$$
$$=0.484j_0$$

显然这时 K_S 介子的流强已经完全可以忽略了.

如果在这里再让这些中性 K 介子去碰撞核子,这时又将通过强相互作用而产生反应. 然而 K^0 介子和 $\overline{K}^0$ 介子的强相互作用行为完全不同,这时 K_L 介子中又将有 50%表现为K^0 介子,有 50%表现为$\overline{K}^0$ 介子. 亦即将观察到流强 $0.242j_0$ 的 K^0 介子和流

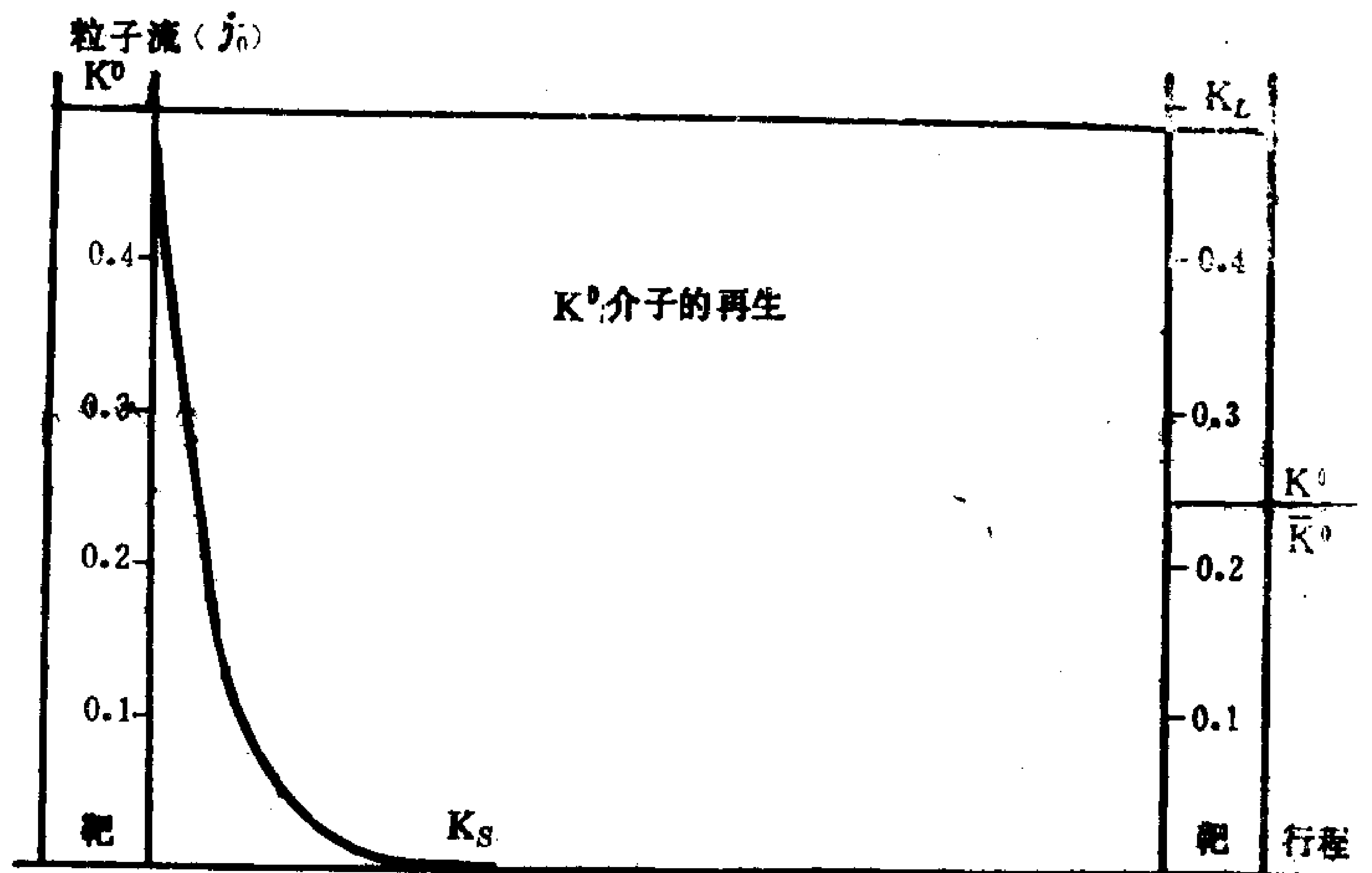


图 1-2.3

强$0.242j_0$的$\overline{\mathrm{K}^0}$介子的碰撞反应．这样尽管实验中产生的是K^0介子，但在运动一段距离后，就将产生50%的$\overline{\mathrm{K}^0}$介子，这个现象称为K^0介子的再生，示意图如图1-2.3所示．

4．K^0介子衰变中的CP不守恒

实际上弱相互作用中CP守恒只是近似的，还有少量的CP不守恒的成分，这时K_S介子和K_L介子的表达式也要相应地修改为

$$|K_S\rangle=\frac{1}{\sqrt{2(1+|\varepsilon|^2)}}[(1+\varepsilon)|K^0\rangle+(1-\varepsilon)CP|K^0\rangle]$$

$$|K_L\rangle=\frac{1}{\sqrt{2(1+|\varepsilon|^2)}}[(1+\varepsilon)|K^0\rangle-(1-\varepsilon)CP|K^0\rangle]$$

其中ε是一个复参量，描写CP不守恒成分所占比例，$\varepsilon=0$时即CP守恒．超弱相互作用理论预言

$$\mathrm{Re}\varepsilon=(1.639\pm0.014)\times10^{-3}$$

$$\arg\varepsilon=(43.67\pm0.13)^\circ$$

现有实验给出的结果为

$$\mathrm{Re}\varepsilon=(1.630\pm0.083)\times10^{-3}$$

$$\arg\varepsilon=(44.6\pm1.2)^\circ \quad 对\pi^+\pi^-衰变$$

$$\arg\varepsilon=(54\pm5)^\circ, \quad 对\pi^0\pi^0衰变$$

实验符合超弱相互作用理论的预言．

5．K_L和K_S的质量差

既然K^0介子和它的反粒子$\overline{\mathrm{K}^0}$介子是不同的粒子，但是从它们的弱相互作用行为来看，它们取值不同的量子数都不是守恒量，这样就可以通过弱相互作用实现K^0介子和$\overline{\mathrm{K}^0}$介子之间的跃迁．这个跃迁可以通过K^0介子和$\overline{\mathrm{K}^0}$介子的质量平方矩阵来描写：

$$M^2=\begin{pmatrix}a & b\\ b & a\end{pmatrix},$$

如果没有K^0介子和$\overline{K}^0$介子之间的跃迁，K^0介子和$\overline{K}^0$介子的质量平方都等于a，b描写K^0介子和$\overline{K}^0$介子跃迁.这样K^0介子和$\overline{K}^0$介子的质量平方值是质量平方矩阵的本征值，并从而可以得到K^0介子和$\overline{K}^0$介子之间的质量平方差和质量差，分别为

$$M^2 = a \pm b,$$

$$\Delta M^2 = 2b,$$

$$\Delta M = \frac{b}{M}.$$

可以对b的量级进行估计：如果弱相互作用下奇异数不守恒时，每一级作用奇异数最多可以改变一时，K^0介子和$\overline{K}^0$介子跃迁需要通过二级弱相互作用来实现；b应正比于弱相互作用耦合常数G的平方；同时K^0介子和$\overline{K}^0$介子转化时牵涉到K^0介子的湮没和$\overline{K}^0$介子的产生，要正比于湮没产生因子λ的平方，λ的平方的值可以通过$K^+ \to \mu^+ \nu$过程来估计；再利用K^0介子的质量使之无量纲化，得出估计为

$$b = \eta \lambda^2 \left[\frac{G}{\sqrt{2}} M^2\right]^2 M^2, \qquad \eta = 0(1)$$

$$\Delta M = \eta 3.329 \times 10^{-12} \mathrm{MeV}$$

如果弱相互作用下奇异数不守恒时，每一级作用奇异数可以改变二时，K^0介子和$\overline{K}^0$介子跃迁需要通过一级弱相互作用来实现；b应正比于弱相互作用耦合常数G；同时K^0介子和$\overline{K}^0$介子转化时牵涉到K^0介子的湮没和$\overline{K}^0$介子的产生，要正比于湮没产生因子λ的平方；再利用K^0介子的质量使之无量纲化，得出估计为

$$b = \eta \lambda^2 \left[\frac{G}{\sqrt{2}} M^2\right] M^2, \qquad \eta = 0(1)$$

$$\Delta M = \eta 7.407 \times 10^{-6} \mathrm{MeV}$$

现有实验给出

$$\Delta M = (3.521 \pm 0.014) \times 10^{-12} \mathrm{MeV}$$

由此可见，现有实验显示一级弱相互作用满足选择定则

$$|\Delta S|\leqslant 1$$

这个结论对进一步弄清弱相互作用的机理是非常重要的.

§2.12 正反粒子组成系统的对称性

1. 正反费米子组成的系统

在现代强子结构模型中，介子的某些主要性质都可以把介子看作是一对自旋$\frac{1}{2}$的正反费米子(正反夸克)的束缚态，因此重要的是首先要判定由一对自旋$\frac{1}{2}$的正反粒子所组成的系统应具有哪些量子数，以及这样的系统有哪些定性特征.

考虑由一对自旋$\frac{1}{2}$的正反粒子所组成的系统，系统的总自旋S可取值为0和1，轨道角动量L可取任意非负整数值，系统的总角动量J可取值为$J=|L-S|, |L-S|+1, \cdots, L+S$，系统的$C$宇称为$C'=(-1)^{L+S}$，如果把这系统整体当作一个粒子看待，$J$也就是观察到的该粒子的自旋. 由上面的讨论得到这个系统的J^{PC}量子数可取值如下表所示.

自旋1/2正反费米子组成系统的J^{PC}

L	$S=0$	$S=1$		
0	0^{-+}		1^{--}	
1	1^{+-}	0^{++}	1^{++}	2^{++}
2	2^{-+}	1^{--}	2^{--}	3^{--}
3	3^{+-}	2^{++}	3^{++}	4^{++}
…	…	…	…	…

如果原组成成分的费米子是同位旋$I=0$的粒子，则这一对正

反费米子组成的体系的 $I=0$，并且 $G'=C'$．如果原组成成分的费米子是 $I=\frac{1}{2}$ 的态，则上表中每一组量子数所代表的态又代表了一个 $I=0, G'=C'$ 的态和一个 $I=1, G'=-C'$ 的态，结果这系统 $I^G J^{PC}$ 可取值列如下表．

同位旋 1/2 自旋 1/2 正反费米子组成系统的 $I^G J^{PC}$

L	$S=0$		$S=1$					
0	0^+0^{-+}	1^-0^{-+}			0^-1^{--}	1^+1^{--}		
1	0^-1^{+-}	1^+1^{+-}	0^+0^{++}	1^-0^{++}	0^+1^{++}	1^-1^{++}	0^+2^{++}	1^-2^{++}
2	0^+2^{-+}	1^-2^{-+}	0^-1^{--}	1^+1^{--}	0^-2^{--}	1^+2^{--}	0^-3^{--}	1^+3^{--}
3	0^-3^{+-}	1^+3^{+-}	0^+2^{++}	1^-2^{++}	0^+3^{++}	1^-3^{++}	0^+4^{++}	1^-4^{++}
…	…	…	…	…	…	…	…	…

如果介子是由一对正反费米子对组成的束缚态，可以估计 $L=0$ 的态应为基态，其能量应为最低．按上表，基态量子数应为 $J^{PC}=0^{-+}$ 和 1^{--}，而 $J^{PC}=0^{++}$ 的态尽管其 J 值很小，却是 P 波激发态，从而应具有较高的能量．

实验上发现介子质量谱的排列符合上述两表要求的基本定性特征，这是对认为介子是由一对正反费米子组成的观点的重要支持．上述两表还说明了具有哪些量子数的介子可以和一对正反费米子耦合(即如果能量允许的话，衰变成一对正反费米子)，以及耦合(及衰变)是通过什么分波．一个值得注意的特征是：只有 $J\geqslant 2$ 并且 $P'=C'$ 的介子才有可能同时与相差 2 的两种轨道角动量的正反费米子对耦合；$J\leqslant 1$ 或 $P'=-C'$ 的介子都只能与一种轨道角动量的正反费米子对耦合．这个特征对分析新发现的重介子的量子数是重要的．

2．正反玻色子组成的系统

现在考察由一对自旋为 0 或 1 的正反玻色子组成的系统．按

照上面类似的讨论，结果如下表所示：

自旋 0, 1 正反玻色子组成系统的 J^{PC}

L	粒子$S=0$	粒子$S=1$								
	$S=0$	$S=0$	$S=1$			$S=2$				
0	0^{++}	0^{++}		1^{+-}				2^{++}		
1	1^{--}	1^{--}	0^{-+}	1^{-+}	2^{-+}		1^{--}	2^{--}	3^{--}	
2	2^{++}	2^{++}	1^{+-}	2^{+-}	3^{+-}	0^{++}	1^{++}	2^{++}	3^{++}	4^{++}
…	…	…	…	…	…	…	…	…	…	…

把这个表和一对正反费米子组成的系统的结果相比较，可以看到基态的量子数完全变了．在正反玻色子组成的系统中，1^{--}态至少是 P 波激发态，0^{-+}态则只在组成成分自旋为 1 时的 P 波激发态中出现．

如果组成成分的玻色子是纯中性粒子，即粒子与反粒子相同，按统计对称性要求还要受

$$L+S=\text{偶数}$$

的限制，亦即相当于在表中把所有 $C'=-1$ 的态去掉而仅保留$C'=+1$ 态的结果．

将现已发现的介子质量谱和上表的基本定性特征相比较并不相符，这表明不支持把介子看作是正反玻色子所组成的束缚态．

这个表在分析普通介子的衰变行为时是很有用的．例如：可以衰变到一对正反赝标介子的态量子数可以是 $J^{PC}=0^{++}$，1^{--}，2^{++}，…，但可以衰变到一对纯中性赝标介子的态则只能是 $J^{PC}=0^{++}, 2^{++}, \cdots$，按照这个规则，$J^{PC}=1^{--}$的$\rho^0$ 介子衰变到$\pi^+\pi^-$态是允许的，但衰变到$\pi^0\pi^0$态则是不允许的．再如，只有$C'=+$的态才有可能衰变为两个光子．

如果在讨论普通介子的衰变行为时要考虑 G 字称，则只要把关于 G 字称的分析加进去就行了．

实验和理论的研究表明，介子可以看作是一对正反夸克所组成的，夸克是自旋为$\frac{1}{2}$的费米子．但是理论上也曾研究在夸克的基础上构造另一类束缚态．首先两个夸克结合成一个称为“双夸克”的集团，双夸克内部轨道角动量为零，从而双夸克的总角动量(通常称自旋)为0或1；再由一对正反双夸克结合成一个束缚态．这类束缚态称为重子偶素，由一对正反双夸克结合成重子偶素的量子数规则由正反玻色子组成的系统的表描写．人们曾仔细对高能物理实验作过分析，试图找寻关于重子偶素存在的证据，但直到现在还没有肯定的实验证据．1986—1987年发现的U粒子如果得到进一步的实验所证实，有可能是一个重子偶素．

3．奇特态和绝对奇特态

从上面的讨论可以看到，由一对正反费米子不可能组成J^{PC}为

$$0^{--}, 0^{+-}, 1^{-+}, 2^{+-}, 3^{-+}, \cdots\cdots$$

的态，这些态称为奇特态．现有实验已发现的大量介子中，还没有一个属于奇特态，这是对介子由一对正反夸克所组成的观点的又一重要支持．

从表中还可以看出，由自旋为1的正反玻色子所组成的系统，可以具有下述奇特态的量子数：

$$J^{PC}=1^{-+}, 2^{+-}, 3^{-+}, \cdots\cdots$$

因此如果实验上发现了具有这些量子数的奇特态粒子，则它们不可能是一对正反夸克所组成的介子，但可能是由正反双夸克所组成的重子偶素．

从两个表的对比可以看出，零自旋的奇特态$J^{PC}=0^{+-}$和0^{--}不可能由自旋≤1的一对正反粒子所构成．现在考虑一般的情形，如果一个由一对正反粒子所组成的系统总自旋$J=0$，则要求L

$=S$，这样的系统一定有

$$C' = (-1)^{L+S} = +1$$

也就是说不论组成成分的自旋为什么值，不论通过什么轨道角动量分波，一对正反粒子组成的系统都不能构成零自旋的奇特态．因此在奇特态中，零自旋的奇特态是“绝对奇特态”．

在高能物理的研究中，探寻奇特态存在的实验迹象一直是人们密切注视的问题．

4．胶球的对称性

现代粒子物理理论认为，强相互作用是一种具有某种定域 $SU(3)$ 内部对称性的规范相互作用．这种对称性称为色对称性，这种相互作用称为色相互作用．夸克在 $SU(3)$ 对称性下按基础表示变化，$SU(3)$ 对称性的基础表示是 3 维表示，反映为每种夸克又各有 3 “色”，夸克与夸克之间的相互作用由传递称为胶子的规范粒子来实现．胶子共有 $3^2-1=8$ 种，分别对应 $SU(3)$ 群的 8个生成元，构成 $SU(3)$ 群的正规表示．量子色动力学认为，色相互作用具有禁闭作用，即只有属于色 $SU(3)$ 单态的系统才能独立存在．按照这个性质，自由夸克和自由胶子都不可能自由地单独存在．

介子和重子都是由夸克及反夸克组合而成的色 $SU(3)$ 单态．两个或两个以上的胶子也有可能组成一个色 $SU(3)$ 单态，这样的复合态统称胶球．最近几年来关于胶球的研究无论从实验上还是理论上都相当活跃，受到了广泛的关注．

考察由两个胶子组成的胶球，由于考虑了色 $SU(3)$ 对称性后 8 种胶子是全同粒子，它们满足玻色统计．由于胶球必须是色 $SU(3)$ 单态，在色空间是对称的，因此在时空性质上也必须是对称的．这样要求

$L+S=$ 偶数

在上表中可以看到，两个胶子组成的胶球量子数只能是

$$J^{PC}=0^{++},0^{-+},1^{++},1^{-+},2^{++},2^{-+},\cdots\cdots$$

但是由于胶子是规范粒子，它要满足规范不变性，静质量为零．根据杨振宁定理，两个胶子组成的系统总角动量不能为一．这样，两个胶子组成的胶球量子数只能是

$$J^{PC}=0^{++},0^{-+},2^{++},2^{-+},\cdots\cdots$$

三个胶子组成的胶球则可以取各种可能的量子数．

§2.13 对称性的定性分析

1．守恒定律的回顾

粒子物理世界中的各种对称性及其适用范围可以概括如下两表：

J 连续对称性守恒量

守恒量	EP	J	J_3	δ	L_e	L_μ	L_τ	I	I_3	S	C	B
强相互作用	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
电磁相互作用	○	○	○	○	○	○	○	×	○	○	○	○
弱相互作用	○	○	○	○	○	○	○	×	×	×	×	×

○表示守恒　　　×表示不守恒

分立对称性守恒量

守恒量	C	P	CP	G	P_{ij}
强相互作用	○	○	○	○	○
电磁相互作用	○	○	○	×	○
弱相互作用	×	×	⊗	×	○

○表示守恒　　　×表示不守恒

⊗表示守恒，但有时约有0.002的不守恒成分

其中 L_e, L_μ, L_τ 分别为电子轻子数，μ 轻子数，τ 轻子数，它们类似于重子数，也是在三种相互作用中都守恒的守恒量.

2. 离心位垒

在利用守恒定律对介子衰变过程作分析时，判断衰变分波和离心位垒的影响是很重要的. 量子力学普遍给出：在粒子衰变时，如果轨道角动量为 L，则衰变概率正比于 k^{2L+1}，其中 k 是在初态质心系里，末态粒子的衰变动量. 为了去除量纲的影响，可表为概率正比于 $(k/m)^{2L+1}$，其中 m 是初态粒子的质量. 这一项的效应是当衰变动量不大时，衰变概率随 L 的增加而迅速减少，这一效应通常称为离心位垒. 当一种粒子的某一种衰变方式可以通过几种分波来进行时，一般来说低分波的贡献为主. 衰变分波对估计衰变概率的量级有重要意义.

3. 等效耦合常数分析

考虑二体衰变过程 A→B+C，衰变概率用衰变宽度 Γ 描写. 按上面的讨论，Γ 应正比于 $(k/m)^{2L+1}$，同时 Γ 的量纲和质量的量纲相同，因此可以表为

$$\Gamma=\eta\alpha\frac{k^{2L+1}}{m^{2L}}$$

其中 α 为等效耦合常数，它的数值大小反映相互作用的强弱，η 是一个由相互作用机理所决定的数量，它的量级一般为 $O(1)$，其值可由场论计算给出. α 和 η 都是无量纲的量.

利用实验上测得的衰变宽度 Γ，可以估算 α 的量级. 如果 $\alpha\approx O(1)$，相互作用是强相互作用；如果是电磁相互作用或弱相互作用，则有 $\alpha\ll O(1)$. 这个性质常被用来作为推测相互作用的性质，并进而推测粒子的性质的判据.

4. J^{PC}=偶$^{++}$和奇$^{--}$粒子的衰变

一类重要的常见的衰变是J^{PC}=偶$^{++}$和奇$^{--}$介子衰变到两个赝标介子($J^P=0^-$)的衰变．这时衰变的轨道角动量$L=J$，因此有

$$\Gamma=\eta\alpha\frac{k^{2J+1}}{m^{2J}}$$

其中

$$\eta=\frac{8^J(J!)^2}{2(2J+1)!}$$

对于$J=0,1,2,3,4,5,6,\cdots$，η的值分别为0.5000, 0.6667, 1.0667, 1.8286, 3.2508, 5.9105, 10.912, …

作为一个例子，考虑前面讨论过的ρ介子，对称性的分析已经给出ρ介子是J^{PC}=奇$^{--}$的粒子，利用实验给出的宽度，可以反过来推出各种可能的自旋值对应的等效耦合常数值，结果如下表所示：

J	1	3	5
α	2.94	22.7	149

从这个结果来看，显然只有$J=1$时，等效耦合常数的量级是合理的，这虽然不能作为确定$J=1$的判定性根据，但可以说它支持$J=1$的可能性．也就是说，从等效相互作用的量级来看，ρ介子是$J=1$的粒子的可能性最大．

5. η粒子

六十年代在强子碰撞中发现一个中性介子，称为η介子，质量为$m=(548.8\pm0.6)$MeV，初期定出它的衰变宽度为$\Gamma<1$MeV，

它的主要衰变方式和分支比如表所示．由于在带电末态中没有发现相应的粒子，因此 η 介子的 $I=0$．由 C 字称守恒定出 $C'=+$，

衰变方式	分支比 (%)
$\gamma\gamma$	38.9 ± 0.4
$\pi^0\pi^0\pi^0$	31.90 ± 0.34
$\pi^+\pi^-\pi^0$	23.7 ± 0.5
$\pi^+\pi^-\gamma$	4.91 ± 0.13
$e^+e^-\gamma$	0.50 ± 0.12
$\pi^0\gamma\gamma$	0.071 ± 0.014

从而给出 $G'=+$．这样 η 介子不能通过强相互作用衰变到奇数个 π 介子，可以断定 η 介子的这些主要衰变方式都不是强衰变而是电磁衰变．衰变方式 $\pi^0\pi^0\pi^0$ 和 $\pi^+\pi^-\pi^0$ 中并不含光子，它们是二级电磁衰变，相当于放出一个光子后又把这光子吸收掉．现在测得 η 介子的衰变宽度为 $\Gamma=(1.08\pm0.19)$keV，和上面给出的推断相符．

6. ϕ 粒子

六十年代在强子碰撞中发现在 K^+K^- 和 $K_L{}^0K_S{}^0$ 的不变质量分布中有一个共振峰，质量为 $m=(1019.41\pm0.01)$MeV，衰变宽度为 $\Gamma=(4.41\pm0.05)$MeV，称为 ϕ 介子．由于在 $K^+K_L{}^0$，$K^+K_S{}^0$，$K^-K_L{}^0$，$K^-K_S{}^0$ 不变质量分布中没有看到相应的峰，因此 ϕ 介子的 $I=0$．由于 K^+K^-是一对正反赝标介子（$J^P=0^-$），可以得到 $C'=P'=(-1)^L=(-1)^J$，这样 ϕ 介子的 CP 宇称为正．但在略去 CP 破坏效应后，$K_L{}^0K_S{}^0$ 系的 CP 宇称为$(-1)^{L+1}$，由此得到必须为奇，从而 $C'=P'=-$，$G'=-$，这样 ϕ 介子的量子数确定为 $I^G=0^-$，$J^{PC}=$奇$^{--}$．

和 ρ 介子时的讨论类似，利用实验给出的宽度，可以反过来

推出各种可能的自旋值对应的等效耦合常数值，结果如下表所示：

J	1	3	5
a 从 K^+K^-	1.66	2.51×10^3	3.23×10^6
a 从 $K_L^0K_S^0$	1.78	4.78×10^3	1.09×10^7

从这个结果来看，显然只有 $J=1$ 时等效耦合常数的量级是合理的，并且同位旋守恒要求从两种衰变末态定出的等效耦合常数相同，从这要求来看，也只有 $J=1$ 时才符合要求。后来实验直接定出 ϕ 介子的自旋果然是 $J=1$.

7. ι 和 E 粒子

六十年代在强子碰撞中发现在 $(K\bar{K})^-\pi^+$ 和 $(K\bar{K})^+\pi^-$ 的不变质量分布中有一个共振峰，质量为 $m=(1422\pm10)$MeV，衰变宽度为 $\Gamma=(55\pm3)$MeV，称为 E 介子. 由于在相应带电末态的不变质量分布中没有看到相应的峰，因此 E 介子的 $I=0$. 由于 $(K\bar{K})$ 系带电，这个系统 $I=1$, $G'=(-1)^{L+1}$，其中 L 为 $(K\bar{K})$ 系内部轨道角动量. E 介子则有 $C'=G'=(-1)^L$. 考虑到 E 介子的衰变宽度很大，可以估计它是通过低分波的强衰变. 令 L' 为 π 和 $(K\bar{K})$ 系之间的轨道角动量，低分波衰变允许的量子数如下表：

(L, L')	(0,0)	(0,1)	(1,0)	(1,1)
J^{PC}	0^{-+}	1^{++}	1^{+-}	0^{--} 1^{--} 2^{--}

后来实验上发现 E 介子还可以衰变为 $\eta\pi\pi$ 末态，由于 η 的同位旋 $I=0$, $(\pi\pi)$ 系的同位旋也应为 $I=0$，按过去的讨论，$(\pi\pi)$ 系的 C 宇称为正. 考虑到 η 介子的 C 宇称亦为正，E 介子的 C 宇称亦

应为正，这样 C 宇称为负的几种可能性应予排除，需要考虑的是 $J^{PC}=0^{-+}$和 1^{++}这两种可能性.

实验上发现 E 介子后，经过 18 年一直未能从实验上确定E介子的 J^{PC}是 0^{-+}还是 1^{++}. 最后终于弄清楚了，原来在这质量附近存在两个衰变行为相近的态，一个就是E介子，质量和宽度如前所述，量子数为 $I=0$，$J^{PC}=1^{++}$；另一个称为 ι 粒子，质量为 $m=(1440\pm20)\mathrm{MeV}$，衰变宽度为 $\Gamma=(60\pm30)\mathrm{MeV}$，量子数为 $I=0$，$J^{PC}=0^{-+}$. 由于这两个粒子的质量，宽度相近，主要衰变方式相同，常期被误认为是同一个粒子，从而造成长期难以最终判定其量子数.

现在 E 粒子和 ι 粒子已正式分别称为 $f_1(1420)$ 粒子和 $\eta(1430)$粒子.

第三章　强子的对称性和强子结构

§3.1　更高对称性的探寻

1. 同位旋和奇异数

六十年代初期,实验发现了许多新的不稳定的强子,促进了人们对于强子对称性及其分类的研究. 一个重要的问题是在同位旋 I 和奇异数 S 的基础上,有没有更高的对称性;如果确有更高的对称性,怎么找出来,怎么来判定.

为了对这些问题给出回答，可以从同位旋对称性的分析中得到启示. 同位旋对称性是一个强相互作用对称性，并且是一个近似的对称性. 强相互作用的同位旋对称性表现以下特点:

(1) 每个不可约表示用参量 I 来标志;

(2) 不可约表示中的不同分量用参量 I_3 来标志和区分，不可约表示给定,则其各分量的 I_3 值也就确定了;

(3) 粒子按不可约表示分类，每个粒子对应不可约表示的一个分量;

(4) 属于同一不可约表示的各粒子的自旋宇称 J^P 相同;

(5) 属于同一不可约表示的各粒子的质量 m 相同;

(6) 属于同一不可约表示的各粒子的寿命 τ 相同;

(7) 属于某一不可约表示的一个粒子存在，则属于这不可约表示的所有粒子都存在.

同位旋对称性是一个近似的对称性,实际上有少量的破缺.当考虑对称性的破缺时,上面(1),(2),(3),(4)和(7)完全不变,(5)和(6)则随对称性破缺的增加而连续变化,即属于同一不可约表示

的各粒子的质量 m 可以有所差异，其质量差随破缺的增加而增加；寿命 τ 的情形也相同，只是差别更大.

如果在同位旋 I 和奇异数 S 的基础上，确有更高的对称性，可以期望对于这更高的对称性：

(1) 每个不可约表示用适当的参量来标志；

(2) 不可约表示中的不同分量用参量 I, I_3 和 S 来标志和区分，不可约表示给定则其各分量的 I, I_3 和 S 值也确定；

(3)—(7)和同位旋对称性的情形完全相同. 它们之间的差别在于：同位旋对称性的破缺直接表现在同一同位旋多重态中，各粒子的质量随 I_3 值的不同而不同，破缺部分约占 1% 的量级；更高的对称性的破缺直接表现在同一多重态中，各粒子的质量随 I、I_3 和 S 值的不同而不同，破缺部分所占比例远大于 1% 的量级. 因此要探寻的是相当程度上破缺了的对称性.

2. 几种可能的更高的对称性

要探寻更高的对称性，首先要作的是：

(1) 把以同位旋 I 和奇异数 S 为基础所有可能的更高的对称性都找出来；

(2) 找出根据实验区分判别这些更高的对称性的途径.

要考察以同位旋 I 和奇异数 S 为基础所有可能的更高的对称性，可以利用群论的结果. 同位旋对称性是用一个 $SU(2)$ 群来描写的，奇异数对称性是用一个 $U(1)$ 群来描写的，以同位旋 I 和奇异数 S 为基础更高的对称性如果用群 G 来描写，那么用群论的语言来说，群 G 应该包含 $SU(2)$ 群和 $U(1)$ 群的直乘为其子群

$$G \supset SU(2) \times U(1)$$

然而满足这要求的群有无穷多个，即使限于半单李群也是有无穷多个. 为了减少不确定性，考虑进一步的要求：$SU(2) \times U(1)$ 群有

两个可以同时测量的相加性守恒量，I_3 和 S，用群论的语言来说这个群的秩为 2；我们首先考虑尽可能小的群，因此要求群 G 为秩为 2 的半单李群.

李群理论已经普遍给出秩为 2 的半单李群共有 5 个，即

$$A_2, B_2, C_2, D_2, G_2$$

它们的根图见图 1-3.1.

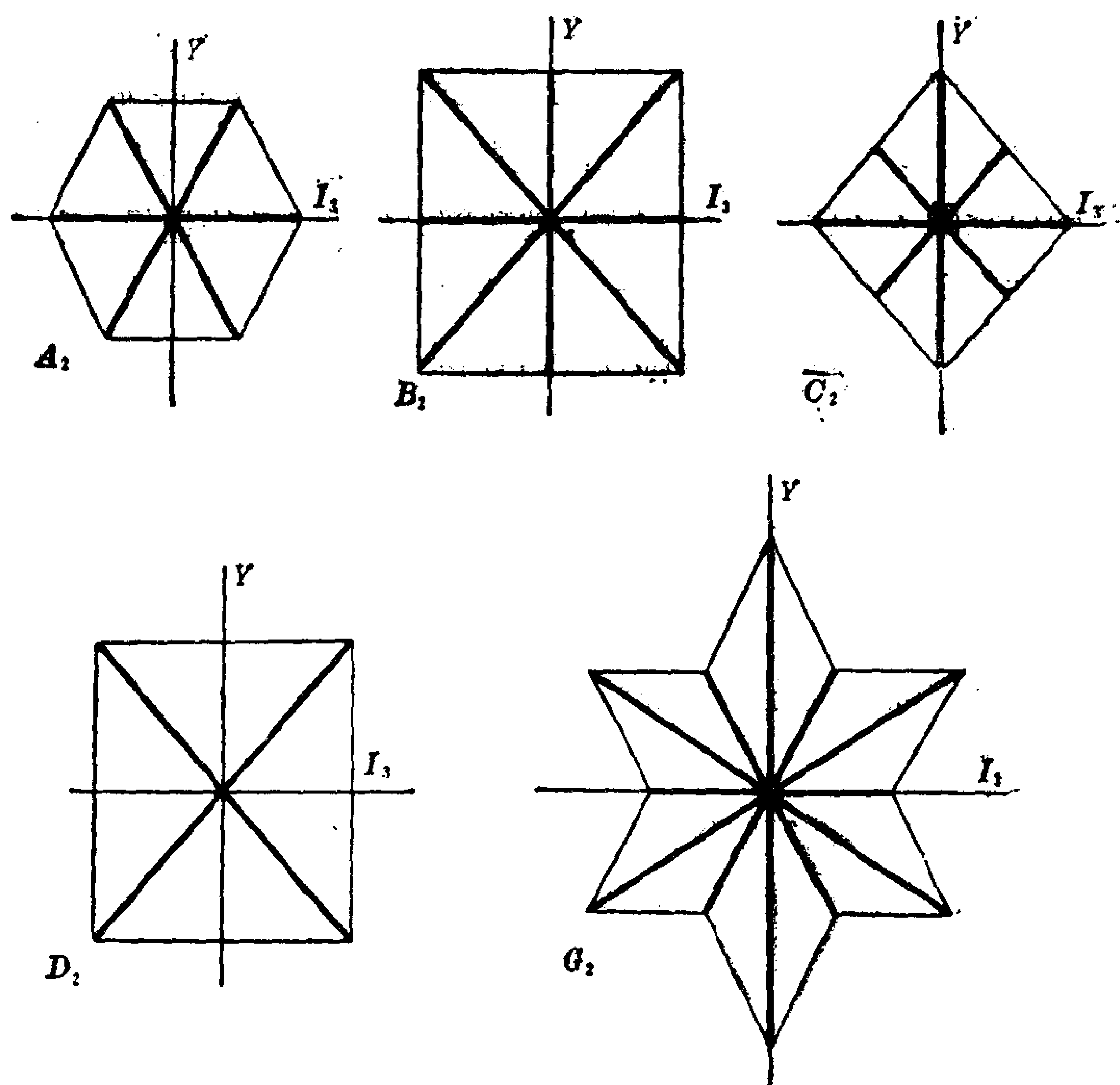


图 1-3.1

从根图上可以看出，B_2 和 C_2 在数学上是同构的. 因此实际上需要考虑的是四个不同的群.

3. $SU(3)$对称性的确立

对这几个群的不可约表示性质研究之后得到，只有$A_2=SU(3)$群可以有对于超荷$Y=b+S$的正值和负值不对称的不可约表示存在，其它几个群的不可约表示中各分量的分布对于超荷的正值和负值都是对称的. 因此如果实验表明有一组强子组成一个对于超荷的正值和负值不对称的不可约表示，就可以判定排除其它几个群的可能性而肯定$SU(3)$对称性的确立. 这可以作为确立$SU(3)$对称性的判定性检验.

60年代发现了几个$J^P=\frac{3}{2}^+$的重子，它们是：

$$I=\frac{3}{2}, Y=1, \quad \Delta^{++}, \Delta^{+}, \Delta^{0}, \Delta^{-}, \quad m=1232\text{MeV}$$

$$I=1, \quad Y=0, \Sigma^{+}, \Sigma^{0}, \Sigma^{-}, \quad m=1385\text{MeV}$$

$$I=\frac{1}{2}, \quad Y=-1, \quad \Xi^{0}, \Xi^{-}, \quad m=1530\text{MeV}$$

从自旋宇称和质量来看，它们应属于同一个不可约表示，但它们对超荷的正值和负值不是对称的，并没有发现$J^P=\frac{3}{2}^+$的，$I=\frac{3}{2}$，$Y=-1$和$I=\frac{1}{2}, Y=1$的重子. 这样就排除了更高的对称性是B_2, C_2, D_2和G_2的可能性，显示更高的对称性只能是A_2，即$SU(3)$对称性.

§3.2 $SU(3)$群的不可约表示

1. $SU(3)$群的生成元

$SU(3)$群即特殊三维幺正群，它的元素是三维复空间上的幺正幺模矩阵. $SU(3)$群有八个生成元：

$$I_i = \frac{1}{2}\lambda_i, \qquad i=1,\cdots,8$$

其中

$$\lambda_1=\begin{bmatrix}0&1&0\\1&0&0\\0&0&0\end{bmatrix},\quad \lambda_2=\begin{bmatrix}0&-i&0\\i&0&0\\0&0&0\end{bmatrix},\quad \lambda_3=\begin{bmatrix}1&0&0\\0&-1&0\\0&0&0\end{bmatrix}$$

$$\lambda_4=\begin{bmatrix}0&0&1\\0&0&0\\1&0&0\end{bmatrix},\quad \lambda_5=\begin{bmatrix}0&0&-i\\0&0&0\\i&0&0\end{bmatrix},\quad \lambda_6=\begin{bmatrix}0&0&0\\0&0&1\\0&1&0\end{bmatrix}$$

$$\lambda_7=\begin{bmatrix}0&0&0\\0&0&-i\\0&i&0\end{bmatrix},\quad \lambda_8=\frac{1}{\sqrt{3}}\begin{bmatrix}1&0&0\\0&1&0\\0&0&-2\end{bmatrix}$$

$SU(3)$群的元素可以通过八个生成元普遍表示为

$$g(\xi_i)=\exp(-i\ I_i\ \xi_i)$$

其中ξ_i, $i=1,\cdots,8$,是群参数,它们可以取任意实数值，每一组群参数代表一个群元素. 所有ξ_i都等于零的元素就是$SU(3)$群的单位元素.

2. SU (3)群不可约表示的描写

$SU(2)$群的不可约表示用一个参数I来描写,I的可取值为0, $\frac{1}{2}$, 1, $\frac{3}{2}$, 2,……与此对应,$SU(3)$群的不可约表示用两个参数λ和μ来描写，λ和μ的可取值为0,1, 2, ……,对应的不可约表示用$D(\lambda,\mu)$来标记.

$SU(2)$群的不可约表示I的维数，即表示中所包含的态的数目为

$$N(I)=2I+1$$

与此对应,$SU(3)$群的不可约表示$D(\lambda,\mu)$的维数为

$$N(\lambda, \mu)=\frac{1}{2}(\lambda+1)(\mu+1)(\lambda+\mu+2)$$

在不会引起误解的情形下，有时直接用不可约表示维数的黑体数字来标记表示．一般说来，当$\lambda\neq\mu$时，$D(\lambda,\mu)$和$D(\mu, \lambda)$的维数是相等的，它们互为共轭表示．这时一般用维数的黑体数字来标记$\lambda>\mu$的表示，而用加＊号的维数的黑体数字来标记$\lambda<\mu$的表示．如果有两组λ,μ给出的表示维数相同，在用维数的黑体数字来标记表示时，把其中之一加上′号以示区别．这样例如

$D(0,0)=\mathbf{1}$, $D(1,1)=\mathbf{8}$, $D(2,2)=\mathbf{27}$, $D(3,3)=\mathbf{64}$,

$D(1,0)=\mathbf{3}$, $D(0,1)=\mathbf{3}^*$, $D(2,0)=\mathbf{6}$, $D(0,2)=\mathbf{6}^*$,

$D(3,0)=\mathbf{10}$, $D(0,3)=\mathbf{10}^*$, $D(2,1)=\mathbf{15}$, $D(1,2)=\mathbf{15}^*$,

$D(4,0)=\mathbf{15}'$, $D(0,4)=\mathbf{15}'^*$.

3. 不可约表示的 Casimir 算符

对于$SU(2)$群，三个生成元的平方和称为 Casimir 算符，它有十分重要的物理意义．对于$SU(2)$群的以I标记的不可约表示，Casimir 算符的本征值为$I(I+1)$．同样，对于$SU(3)$群，八个生成元的平方和是它的 Casimir 算符，也有重要的物理意义，对于$SU(3)$群的不可约表示$D(\lambda, \mu)$，Casimir 算符的本征值为

$$C_2(\lambda, \mu)=\lambda+\mu+\frac{(\lambda^2+\lambda\mu+\mu^2)}{3}$$

几个常用表示的 Casimir 算符本征值为

$C_2(\mathbf{1})=0$, $C_2(\mathbf{8})=3$, $C_2(\mathbf{27})=8$, $C_2(\mathbf{64})=15$

$C_2(\mathbf{3})=C_2(\mathbf{3}^*)=4/3$, $C_2(\mathbf{6})=C_2(\mathbf{6}^*)=10/3$

$C_2(\mathbf{10})=C_2(\mathbf{10}^*)=6$, $C_2(\mathbf{15})=C_2(\mathbf{15}^*)=16/3$

$C_2(\mathbf{15}')=C_2(\mathbf{15}'^*)=25/3$.

4. 不可约表示中所包含的态

给定 $SU(2)$群的不可约表示 I 时，它所包含的 $2I+1$ 个态可以用 I_3 值来区分，I_3 的可取值为

$$I_3=I, I-1, I-2, \cdots\cdots, -I+1, -I$$

类似地，给定 $SU(3)$群的不可约表示 $D(\lambda, \mu)$时，它所包含的 $N(\lambda, \mu)$个态可以用 I，I_3 和 S 值来区分，I, I_3 和 S 的可取值可以简单地在 I-S 图或等价地在 I-Y 图上给出(见图 1-3.2)。

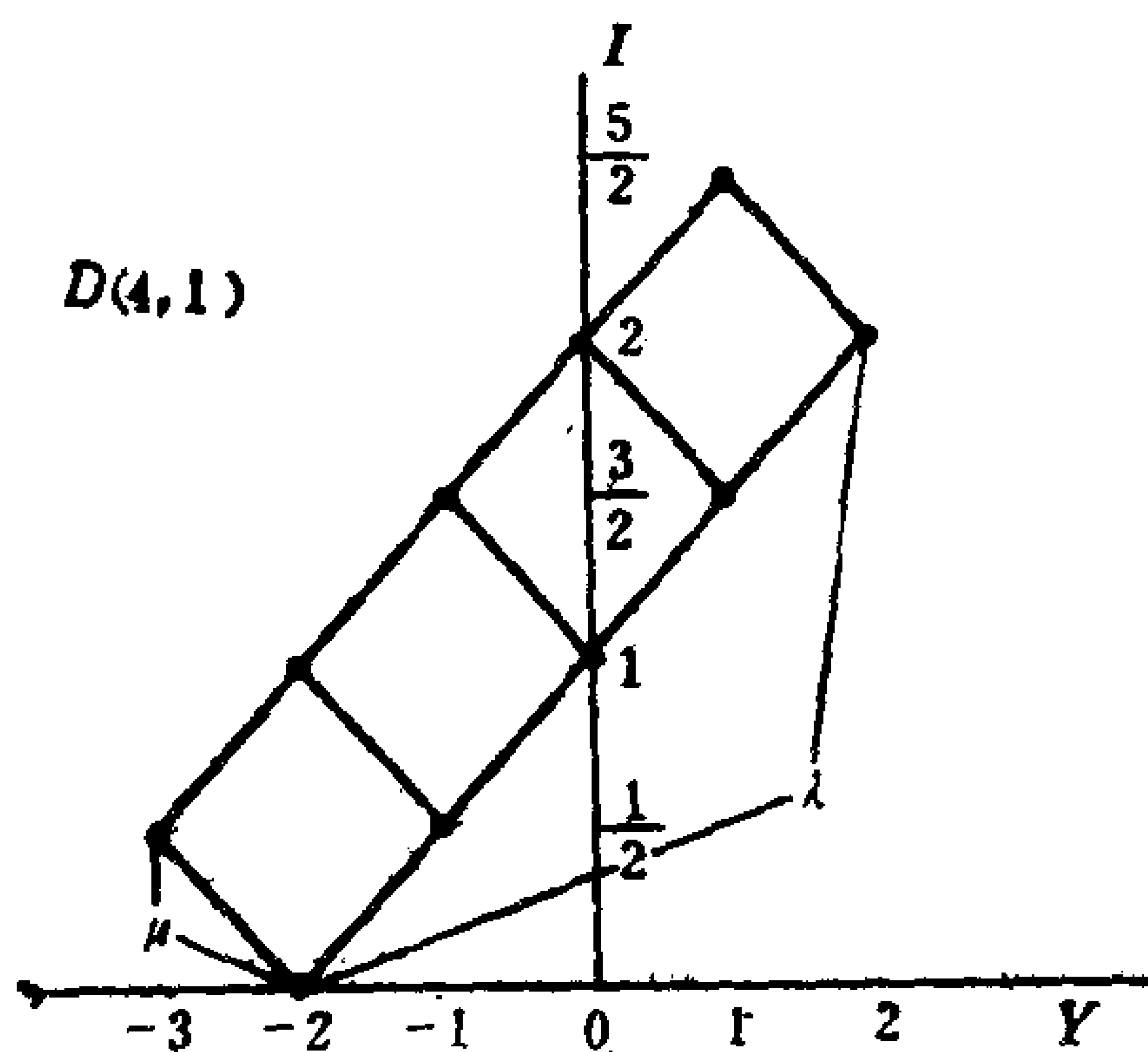


图 1-3.2

每一个不可约表示 $D(\lambda, \mu)$只包括一个 $I=0$ 的态，这个态的奇异数和超荷分别记作 S_0 和 Y_0。对于坂田模型，$S_0=\mu-\lambda$；对于八正法和夸克模型 $Y_0=2(\mu-\lambda)/3$。以 $D(4, 1)$表示为例，在 I-Y 图上给出夸克模型中它所包含的各态。

由此可见，为了表述清楚，I 轴的单位选取二倍于 Y 轴的单位。这样 $D(\lambda, \mu)$表示所包含的各态可以通过边长为 λ 和 μ 的一个斜放的矩形上的正方格子的格点给出。

5. 不可约表示的直乘和分解

两个不可约表示的直乘和分解是物理分析中非常重要的运

算，如果有两个不可约表示 $D(\lambda_1, \mu_1)$ 和 $D(\lambda_2, \mu_2)$ 的直乘 $D(\lambda_1, \mu_1)\times D(\lambda_2, \mu_2)$，按照群论的方法应能写成一些不可约表示的直和. 因此需要回答的是：这个直乘可以分解成多少个不可约表示的直和；如何找出这几个不可约表示.

由于每一个不可约表示有且仅有一个 $I=0$ 的分量，因此只要看在两个不可约表示 $D(\lambda_1, \mu_1)$ 和 $D(\lambda_2, \mu_2)$ 的直乘中可以产生几个 $I=0$ 的分量就可以知道它可以分解成多少个不可约表示的直和. 以 $D(4,1)\times D(1, 1)$，为例来讨论不可约表示的直乘和分解.

首先把表示 $D(4,1)$ 和 $D(1,1)$ 都在 I-Y 图上给出，(如图 1-3.3)，只有这两个表示中 I 值相同的态相乘时才能生成 $I=0$ 的分量，由此立即得到共能生成 7 个 $I=0$ 的分量，亦即 $D(4,1)\times D(1, 1)$ 可以分解成 7 个不可约表示的直和.

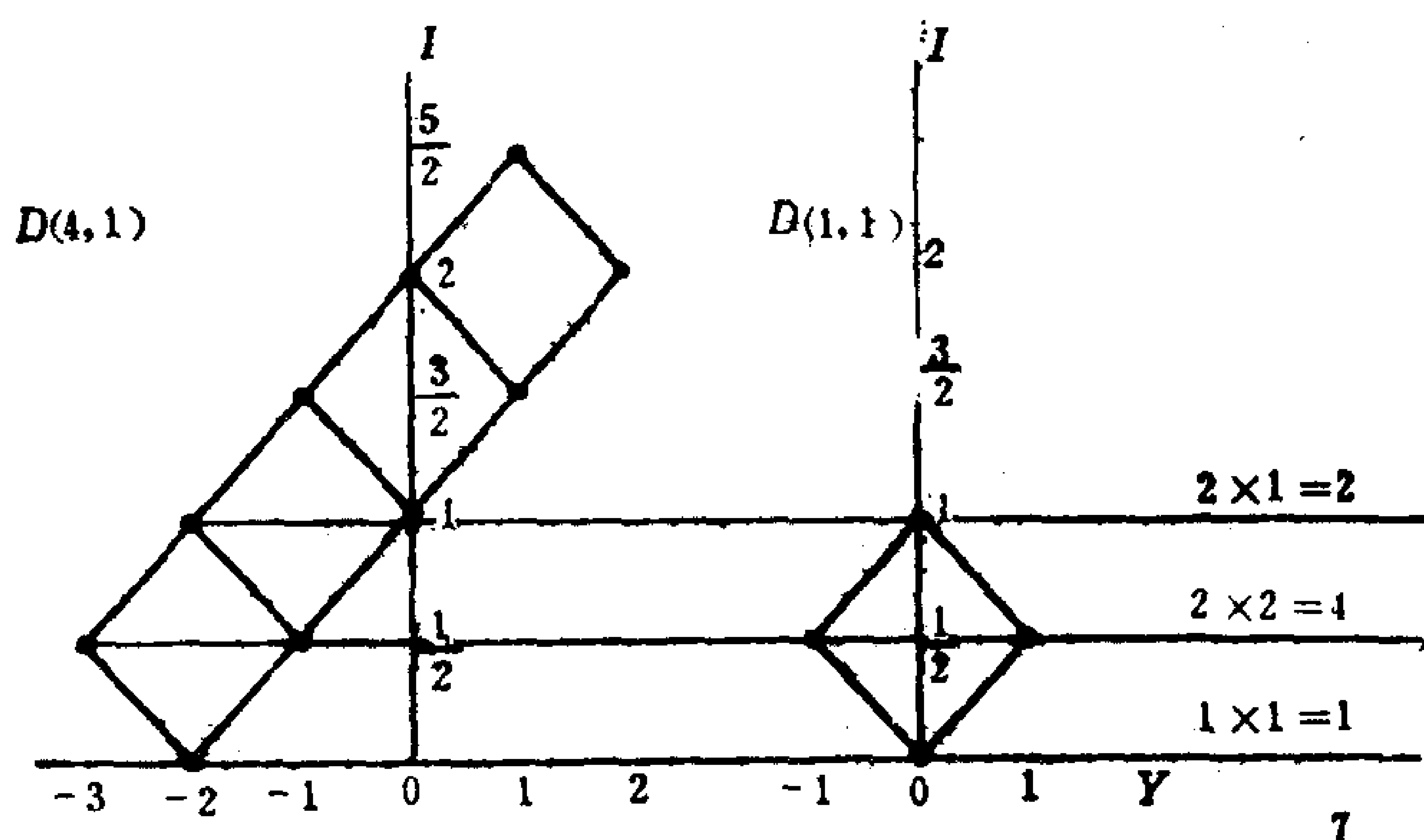


图 1-3.3

现在来设法找出这七个不可约表示，首先作出 λ, μ 图(见图 1-3.4)，在其上点出 $\lambda=\lambda_1+\lambda_2=4+1=5$, $\mu=\mu_1+\mu_2=1+1=2$ 的点，即表示 $D(5,2)$，这个表示的 $Y_0=-2$，对应于图 1-3.3 中两个表示中两个 $I=0$ 的分量相乘所给出的 $I=0$ 的分量所属的不可约表示；对应于图 1-3.3 中两个表示中两个 $I=1/2$ 的分量相乘所给

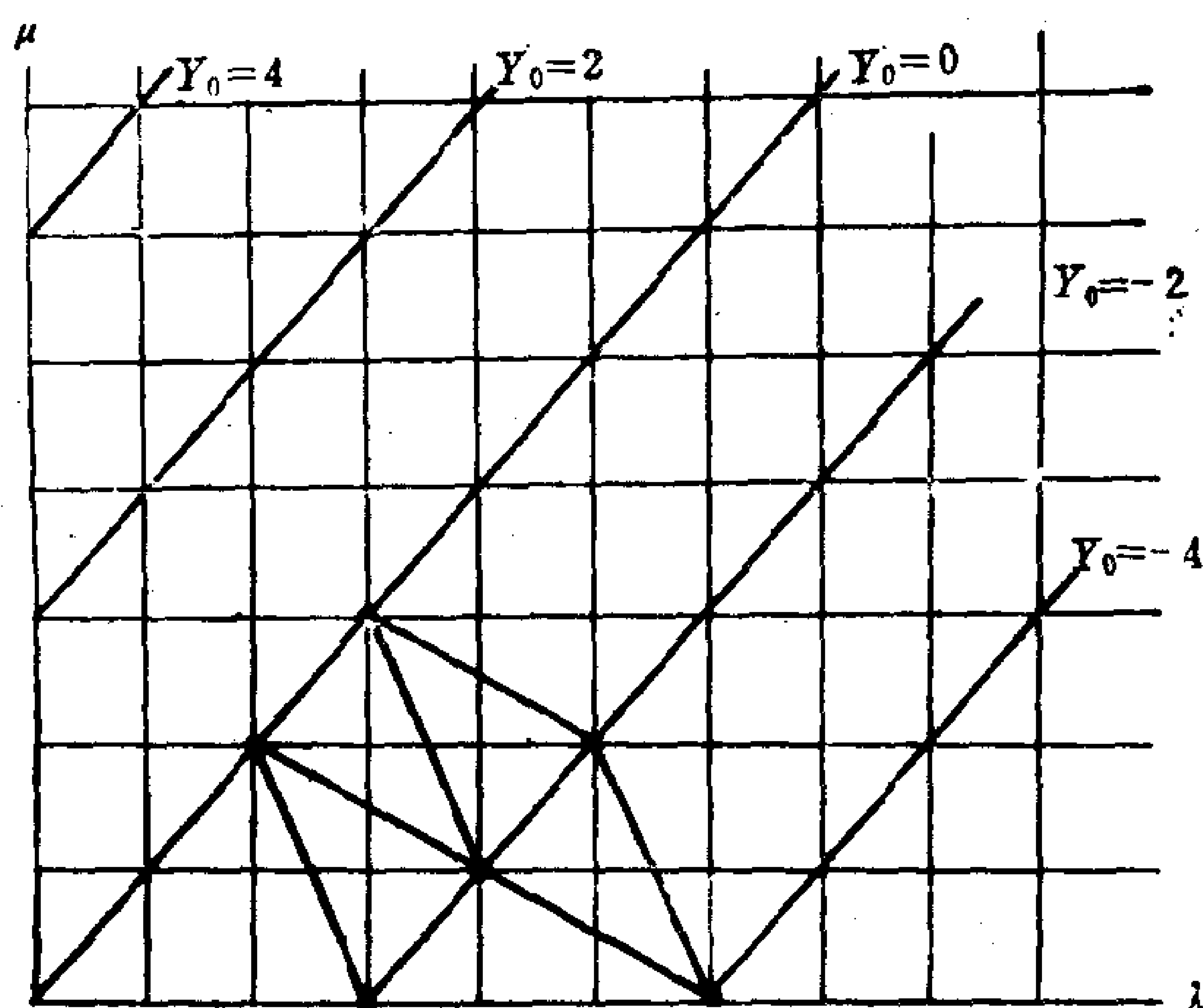


图 1-3.4

出的四个 $I=0$ 的分量所属的四个不可约表示可以如下地确定：根据每一组两个表示中两个 $I=1/2$ 分量的 Y 值，定出它们合成的 $I=0$ 分量的 Y_0 值，得到四个 Y_0 值为 $0,-2,-2,-4$，这四个表示可以在 λ，μ 图上从代表表示 $D(5,2)$ 的点在图上按象棋中仕和马的棋子走法得到．走时一律向 $\lambda+\mu$ 减小的方向，如果 Y_0 值不变，则按“仕”走；如果 Y_0 值改变 2，则按“马”走；类似地，对应于上图中两个表示中两个 $I=1$ 的分量相乘所给出的两个 $I=0$ 的分量所属的两个不可约表示的 Y_0 值，为 $0,-2$，这两个表示也可以在 λ，μ 图上从代表表示 $D(5,2)$ 的点在图上按上面给出的“仕马规则”走两步给出．这样得到表示 $D(4,1)$ 和 $D(1,1)$ 的直乘分解式为

$$D(4,1)\times D(1,1)=D(5,2)+D(6,0)+D(4,1)+D(4,1)$$
$$+D(3,3)+D(3,0)+D(2,2)$$

用这个方法可以得到一些常用的直乘分解式如下：

$$\mathbf{3}\times\mathbf{3}^*=\mathbf{1}+\mathbf{8}$$

$$\mathbf{3}\times\mathbf{3}=\mathbf{6}+\mathbf{3}^*$$

$$3 \times 6 = 10 + 8$$

$$6 \times 6^* = 1 + 8 + 27$$

$$8 \times 8 = 1 + 8 + 8 + 10 + 10^* + 27$$

$$8 \times 10 = 8 + 10 + 27 + 35$$

§ 3.3 $SU(3)$理论的发展

1. 坂田模型

1956 年坂田昌一提出一个强子结构模型，认为所有的强子都是由质子 p，中子 n 和 Λ 超子和它们的反粒子所组成. 由于它们的自旋都是$\frac{1}{2}$，质量相近，相互作用性质相近，由它们组成的强子应很好地满足 $SU(3)$ 对称性.

坂田模型中粒子的分类，首先质子 p，中子 n 和 Λ 超子是基础重子，构成 $SU(3)$ 群的三维表示 **3**，它们的反粒子构成三维表示的共轭表示 **3***. 介子是由一对正反基础重子所组成，其表示由群论给出为

$$3 \times 3^* = 1 + 8$$

即属于表示 **1** 和 **8**. 重子是由一个基础重子和一个介子组成，其表示由群论给出为

$$3 \times 3 \times 3^* = 3 \times (1 + 8) = 3 + 6^* + 15$$

即属于表示 **3**, **6*** 和 **15**.

利用坂田模型对到 1961 年所发现的强子进行分类，结果如图 1-3.5. 由此可见，坂田模型对介子的分类解释得很好，但对重子的分类却解释得很不好. 为什么八个自旋宇称相同的重子却要放在两个不同的表示当中；十五维表示中除了应存在一个和 N 性质相同的粒子以及一个和 Λ 性质相同的粒子之外，还应存在一个 $J^P =$

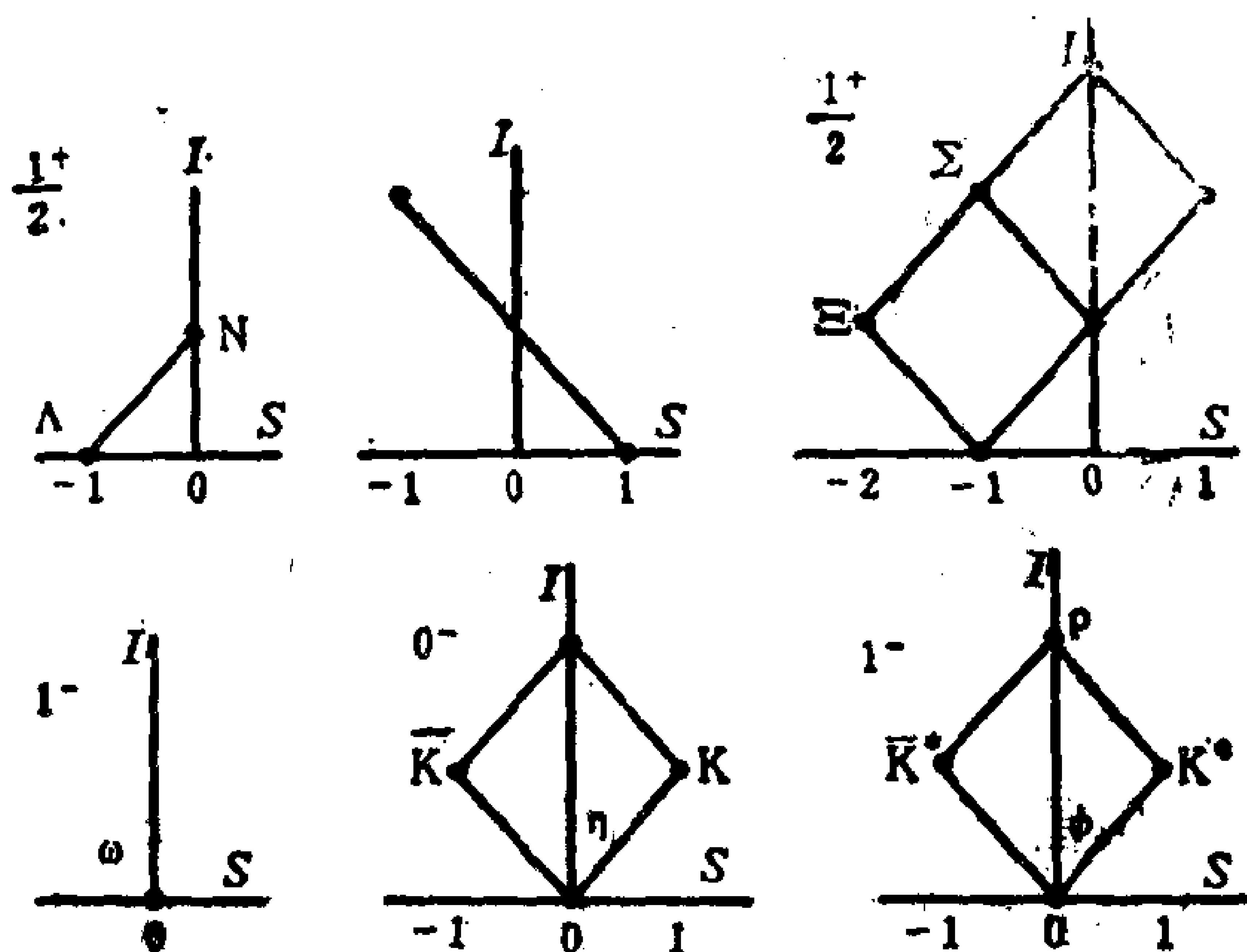


图 1-3.5

$\frac{1}{2}^+, I=\frac{3}{2}, S=0$ 的重子和一个 $J^P=\frac{1}{2}^+, I=1, S=1$ 的重子，然而实验上却没有任何迹象存在这些粒子.

2. 八正法

1961 年 Ne'eman 和 Gell-Mann 提出八正法理论，这个理论提出介子和重子都属于 $SU(3)$ 群的八维表示 **8** 或由八维表示直乘分解所得到的表示. 按照 $SU(3)$ 群的性质给出

$$\mathbf{8}\times\mathbf{8}=\mathbf{1}+\mathbf{8}+\mathbf{8}+\mathbf{10}+\mathbf{10}^*+\mathbf{27}$$

介子的分类和坂田模型相同，八个 $J^P=\frac{1}{2}^+$ 重子归入一个八维表示，克服了坂田模型的困难. 当时还已发现了九个 $J^P=\frac{3}{2}^+$ 重子，它们刚好可以归入一个十维表示，并预言当时尚未发现的第十个 $J^P=\frac{3}{2}^+$ 重子 Ω^- 的存在(见图 1-3.6).

八正法理论在对强子的分类等方面克服了坂田模型的困难，

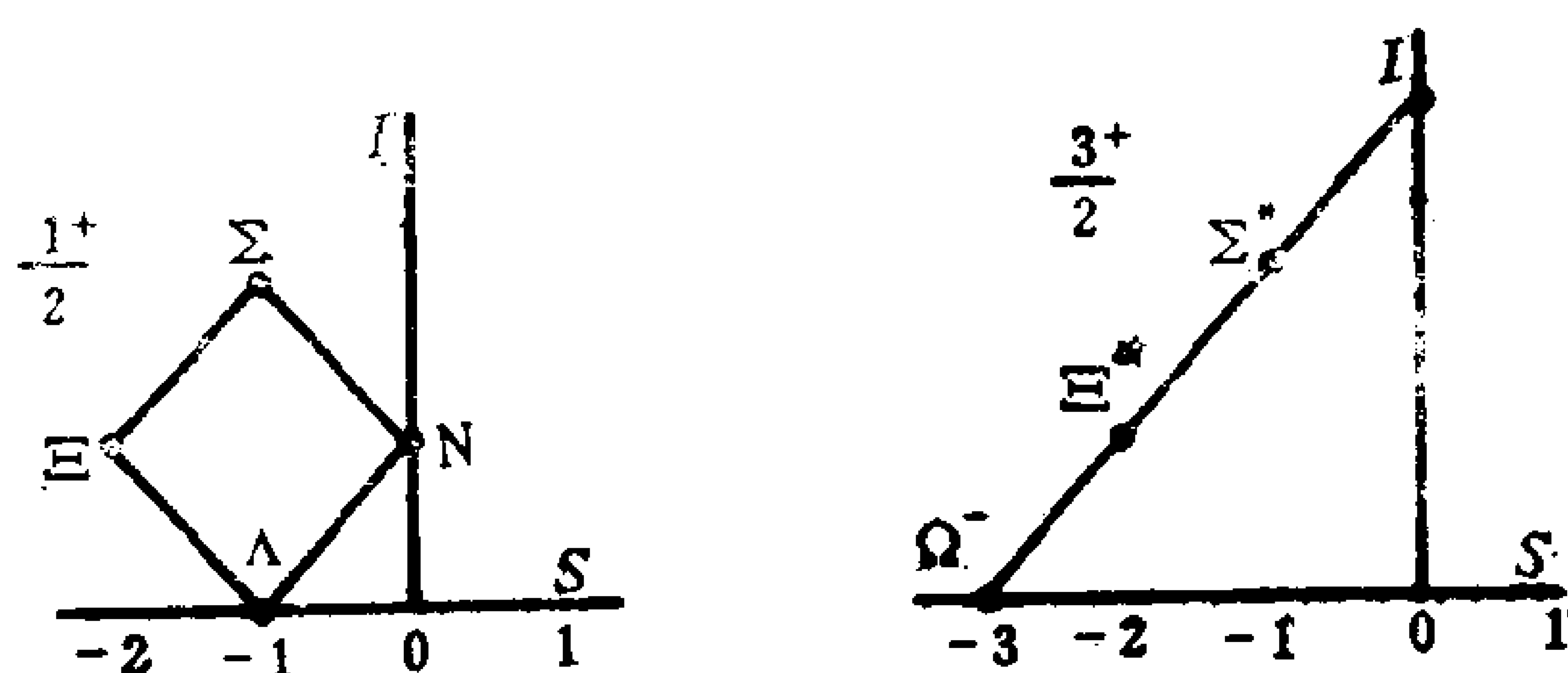


图 1-3.6

取得了成功，同时也就自然地进一步提出了两个问题：(1)实验上去寻找十维表示中尚未发现的第十个 $J^P=\frac{3}{2}^+$ 重子；(2)理论上解释为什么介子只有表示 **1** 和 **8**，重子只有表示 **1**，**8** 和 **10**，而表示 **10*** 和 **27** 并不出现．这两个问题在 1964 年都取得了突破．

3. Ω⁻ 粒子的性质和实验上的探寻

八正法理论预言 $J^P=\frac{3}{2}^+$ 重子十维表示中尚未发现的第十个粒子 Ω^- 的基本性质为 $b=1, I=0, S=-3, Q=-1$．对于 Ω^- 粒子的质量可以从理论上作出预言，考虑到同一不可约表示中的粒子质量不取同一值，这表明 $SU(3)$ 对称性有一定的破缺．这破缺虽然把 $SU(3)$ 对称性破坏了，但还是保持了同位旋和奇异数的对称性．考虑这种破坏到一级近似，十维表示中各粒子的质量由公式

$$m=a+bY$$

给出．由这个公式给出它们的质量满足下式：

$$\Sigma^*-\Delta=\Xi^*-\Sigma^*=\Omega^--\Xi^*$$

其中每个粒子的符号代表该粒子的质量．实验给出

$$\Delta=1232\text{MeV},\quad \Sigma^*=1384.6\text{MeV},\quad \Xi^*=1533.4\ \text{MeV}$$

由此得到

$$\Sigma^* - \Delta = 152.6\text{MeV}, \quad \Xi^* - \Sigma^* = 148.8\text{MeV}$$

两者很接近，符合上面的预言，利用这些值来预言 Ω^- 粒子的质量，得到

$$\Omega^- = 1684.1\text{MeV}$$

考虑 $SU(3)$ 对称性破坏到二级近似，十维表示中各粒子的质量由公式

$$m = a + bY + cY^2$$

给出．由这个公式给出它们的质量满足下式：

$$\Omega^- - \Delta = 3(\Xi^* - \Sigma^*)$$

由此预言 Ω^- 粒子的质量，得到

$$\Omega^- = 1678.4\text{MeV}$$

如果具有这些性质的 Ω^- 粒子确实存在，理论可以给出它将表现出什么性质，实验上可以根据哪些行为作为辨认的特征来判定它的出现．由于

$$\Omega^- < \Xi + \text{K}, \quad \Lambda + 2\text{K}, \quad \text{N} + 3\text{K}$$

Ω^- 粒子是不变质量最低的 $b=1$，$S=-3$ 强子组成的系统，也就是说，Ω^- 粒子不能通过强相互作用和电磁相互作用而衰变．它只能通过弱相互作用而衰变，主要衰变方式应该是

$$\Omega^- \to \Lambda\text{K}^-, \quad \Xi^0\pi^-, \quad \Xi^-\pi^0$$

寿命应该是 10^{-10}s 的量级，这是一个典型的“稳定粒子”．

这个预言很使人兴奋，因为十维表示中已发现的九个粒子都是不稳定粒子，它们的寿命都很短，是10^{-22}—10^{-23}s 的量级，Ω^- 的寿命要比它们长 12 个数量级．过去已知的介子和重子的八维表示都是表示中的八个粒子性质相近，表现在寿命上，或者都是稳定粒子，或者都是不稳定粒子．现在理论给出的预言是从九个性质接近的不稳定粒子，确定地预言第十个成员应是一个典型的“稳定粒子”，这在粒子物理学的发展中还是初次遇到．实验上去找寻

$SU(3)$对称性八正法理论预言的Ω^-粒子，看它是不是确实存在就成为对$SU(3)$对称性理论的判定性检验.

1964年，实验上果然发现了理论预言的Ω^-粒子，产生反应为

$$K^- + p \to K^+ + K^0 + \Omega^-$$

Ω^-粒子产生后，经过一定时间衰变为$\Xi^0 + \pi^-$；π^-是带电的，可以在汽泡室里看到径迹，Ξ^0不带电，径迹不能被记录，它经过一段时间走过一段距离后再衰变为$\Lambda + \pi^0$；π^0很快就衰变为两个光子，这两个光子的能量都很大，它们走过原子核附近时可以转化为一对电子和正电子而在汽泡室中被观察到，Λ不带电，径迹不能被记录，它经过一段时间走过一段距离后再衰变为$p + \pi^-$，它们都是带电粒子，都可以在汽泡室里看到径迹. 这样经过复杂的分析就可以把Ω^-粒子的出现判定性地辨认出来.

实验判定Ω^-粒子的基本性质为$J^P = \frac{3}{2}^-$，$b = 1$，$I = 0$，$S = -3$，$Q = -1$，质量和寿命分别为

$$\Omega^- = (1672.43 \pm 0.32)\,\mathrm{MeV}$$

$$\tau(\Omega^-) = (0.822 \pm 0.012) \times 10^{-10}\,\mathrm{s}$$

它的主要衰变方式是$\Omega^- \to \Lambda K^-$，$\Xi^0\pi^-$，$\Xi^-\pi^0$，这些都和$SU(3)$对称性理论的预言完全符合.

1964年，Ω^-粒子的发现作为粒子物理学的重大突破性进展而载入史册，它标志着$SU(3)$对称性理论的确立.

4. 夸克模型

1964年，Gell-Mann和Zweig相互独立地提出强子的结构模型，认为强子都是由更深层次的粒子组成，对于这种粒子，Gell-Mann称为quark，Zweig称为ace，现在一般都称为夸克，这个强子的结构模型称为夸克模型.

夸克是一类自旋 $J=\frac{1}{2}$，重子数 $b=\frac{1}{3}$ 的粒子．夸克模型建立初期时认为存在 3 种夸克，现在已知至少存在 5 种夸克，理论上认为至少存在 6 种夸克，粒子物理学中称夸克这种区分为“味”，即至少存在 6 味夸克．这 6 味夸克的性质如下表所示：

味	电荷 Q	同位旋		奇异数 S	粲数 C	底数 B	顶数 T
		I	I_3				
上 u	2/3	1/2	1/2	0	0	0	0
下 d	−1/3	1/2	−1/2	0	0	0	0
奇异 s	−1/3	0	0	−1	0	0	0
粲 c	2/3	0	0	0	1	0	0
底 b	−1/3	0	0	0	0	−1	0
(顶 t)	2/3	0	0	0	0	0	1

从这个表中可以看出，夸克的各内部对称性守恒量完全满足推广的 Gell-Mann-西岛关系：

$$Q=I_3+\frac{1}{2}(b+S+C+B+T),$$

表中所列的前三味是夸克模型建立时所提出存在的三味，后三味是后来理论和实验发展中补充的，其中最后一味顶夸克是按现有理论观点来看认为应该存在的，但直到现在还没有从实验上找到其存在的直接证据．前三味夸克质量轻，统称为轻夸克；后三味夸克质量重，统称为重夸克．

夸克模型认为介子由一对正反夸克组成，重子由三个夸克组成．如果只考虑质量较轻的介子和重子，可以只考虑轻夸克，以三味夸克为基础所组成的强子应该可以按 $SU(3)$ 群的不可约表示分类，介子和重子应分别属于下列表示：

介子　$\mathbf{3}\times\mathbf{3}^*=\mathbf{1}+\mathbf{8}$

重子　$\mathbf{3}\times\mathbf{3}\times\mathbf{3}=\mathbf{3}\times(\mathbf{3}^*+\mathbf{6})=\mathbf{1}+\mathbf{8}+\mathbf{8}+\mathbf{10}$

夸克模型在粒子分类方面很好地解决了八正法理论所提出的问题，原来在八正法理论中可以出现的表示 **10*** 和 **27** 自动不出现.

5. 自旋统计关系和色空间

在由一对正反夸克组成介子时，如果正反夸克之间的轨道角动量为零，则介子的自旋，宇称和 C 宇称量子数为 $J^{PC}=0^{-+}$ 和 1^{--}. 如果三个夸克之间的两个相对轨道角动量均为零，则重子的自旋和宇称量子数为 $J^P=\frac{1}{2}^+$ 和 $\frac{3}{2}^+$. 轨道角动量愈低能量愈低，实验上发现质量最低的介子果然是 $J^{PC}=0^{-+}$ 和 1^{--}，质量最低的重子是 $J^P=\frac{1}{2}^+$ 和 $\frac{3}{2}^+$，实验和理论预期是一致的.

$J^P=\frac{3}{2}^+$ 重子属于表示**10**，它由三个三维表示**3**直乘给出时是完全对称态，即味空间是完全对称态. 由于夸克是费米子，三个夸克组成重子时应是完全反对称态，这样就要求空间是完全对称态. 但是三个夸克之间的两个相对轨道角动量均为零属于完全对称态，三个夸克的总自旋为 $\frac{3}{2}$ 也是完全对称态，这样就和自旋统计关系的要求矛盾. 为了解决这个理论上的困难，人们作了多方面的试探，最后得到的认识是：夸克的内部对称性除了味对称性外，还有色对称性. 每味夸克都有三色，它们满足色 $SU(3)$ 对称性，构成色 $SU(3)$ 的三维表示 $\mathbf{3}_C$ 三个夸克组成重子时，重子属于色 $SU(3)$ 的一维表示

$$\mathbf{3}_C\times\mathbf{3}_C\times\mathbf{3}_C=\mathbf{1}_C+\mathbf{8}_C+\mathbf{8}_C+\mathbf{10}_C$$

这时三个夸克在色空间是完全反对称态，自旋统计关系仍然保持. 同样地，正反夸克组成介子时也是构成色空间的一维表示：

$$\mathbf{3}_C\times\mathbf{3}_C^*=\mathbf{1}_C+\mathbf{8}_C$$

§3.4 味对称性的破缺

1. 对称性破缺带来的变化

强相互作用的味 $SU(3)$对称性是一个有一定破缺的对称性，它表现出以下特点：

(1) 每个不可约表示用参量 λ,μ 来标帜；

(2) 不可约表示中的不同分量用参量I,I_3和Y来标帜和区分，不可约表示给定则其各分量的 I,I_3 和Y 值也确定；

(3) 粒子按不可约表示分类，每个粒子对应表示的一个分量；

(4) 属于同一不可约表示的各粒子的自旋宇称 J^P 相同；

(5) 属于同一不可约表示的各粒子的质量m可以有所差异其质量差随破缺的增加而增加；

(6) 属于同一不可约表示的各粒子的寿命 τ 可以有所差异，其差异随破缺的增加而迅速增加；

(7) 属于一不可约表示中的一个粒子存在，则属于这不可约表示的所有粒子都存在.

因此对称性破缺所带来的变化主要表现在质量和寿命上，首先要考虑的是粒子的质量.

2. Gell-Mann-大久保质量分裂公式

强相互作用的味 $SU(3)$对称性破缺之后，仍然保留的内部对称性是同位旋 $SU(2)$对称性和超荷 $U(1)$对称性，这两个对称性是互相独立的对称性，也就是说，味 $SU(3)$对称性破缺之后的剩余对称性是 $SU(2)\times U(1)$对称性. 味 $SU(3)$群的八个生成元中，I_1，I_2,I_3 是 $SU(2)$子群的生成元，I_8 是 $U(1)$子群的生成元. 要实现剩余对称性是 $SU(2)\times U(1)$对称性的破缺，就要找到 $SU(3)$群的

一个与 I_1, I_2, I_3 和 I_8 都对易的生成元. I_8 就是符合这要求的生成元，因此实现味 $SU(3)$ 对称性破缺的相互作用项在味 $SU(3)$ 群下的变换性质和生成元 I_8 相同. 生成元 I_8 在味 $SU(3)$ 群下的变换性质是八维表示的一个分量，因此破缺相互作用的每一次作用对表示的影响可以用一个八维表示去直乘来描写. 如果味 $SU(3)$ 对称性并没有破缺，同一个表示中的各粒子质量应相同，可以用一个与同位旋和超荷无关的常数来代表. 味 $SU(3)$ 对称性的破缺则应用与同位旋和超荷有关的量来描写. 一般说来，表示 $D(\lambda,\mu)$ 和它的共轭表示 $D(\mu,\lambda)$ 的直乘分解中有两个八维表示 $D(1,1)$，这表明在考虑到味 $SU(3)$ 对称性破缺的一级效应时，应有互相独立的两项代表同一表示中不同粒子的质量分裂. 一项应该就是正比于 I_8 的，也就是正比于超荷 Y 的项；另一项只能是各生成元的二次项的组合，可以体现剩余对称性是 $SU(2)\times U(1)$ 对称性的二次项，可以写作正比于

$$I(I+1)+tY^2$$

其中 t 是一个待定的参数. 考察表示 $D(\lambda,0)$ 的特殊情形，这时它和它的共轭表示 $D(0,\lambda)$ 的直乘分解中只有一个八维表示 $D(1,1)$，这表明在考虑到味 $SU(3)$ 对称性破缺的一级效应时，互相独立的两项应自动退化为一项来代表同一表示中不同粒子的质量分裂. 对于，$I=\frac{1}{2}Y+\frac{1}{3}$，代入上式得，如果 $t=-\frac{1}{4}$，则变为 Y 的线性函数，与另一项可以合并成一项. 由此得出考虑到味 $SU(3)$ 对称性破缺的一级效应时，同一不可约表示中各粒子的质量可以表为

$$m=a+b\left[I(I+1)-\frac{1}{4}Y^2\right]+cY$$

其中 $a,b,\ c$ 是常数. 这个质量分裂公式是 Gell-Mann 和大久保分别独立地给出的，因此称为 Gell-Mann-大久保质量分裂公式.

由这个公式可以看出，除了表示 **1,3,3*** 外，其它表示中不同质量的数目多于参数的数目，因此总可以利用一部分粒子的质量定出参数后去预言其它粒子的质量，亦即可以给出同一表示中不同粒子之间的质量关系，可以用实验值进行检验.

对于介子，由于在运动方程中质量是以质量平方一起出现的，在上式中，要用质量平方 m^2 来代替质量. 此外，由于介子和它的反粒子属于同一表示，质量分裂参数 $c=0$，一级质量分裂公式中只剩下两个参数.

实验上已发现的 $J^P=\frac{1}{2}^+$ 重子有 8 个，正好归入一个八维表示，它们的质量应满足如下的质量关系：

$$2\mathrm{N}+2\Xi=3\Lambda+\Sigma$$

把实验值代入，等式两边 分别等于 4514.1 MeV 和 4540.0 MeV，接近相等，两边的差小于千分之六，这表明质量关系很好地得到满足.

3. 介子的 1+8 表示混合

60 年代初期，实验上发现了 8 个 $J^P=0^-$ 的介子，它们如果属于同一表示，应该满足质量平方关系：

$$4\mathrm{K}=3\eta+\pi$$

把实验值代入，等式两边分别等于0.9827(GeV)^2 和0.9226(GeV)^2，接近相等，两边的差为百分之六. 如果把上式作为质量关系，等式两边分别等于 1982.6 MeV 和 1784.4 MeV，两边的差为百分之十一，这表明对于 $J^P=0^-$ 介子来说，质量平方关系确实比质量关系更好地得到满足.

60 年代，实验上发现了 9 个 $J^P=1^-$ 的介子，它应属于一个八维表示和一个一维表示，需要判断两个 $I=0$，$Y=0$ 的粒子 ω 和 ϕ

中哪一个属于8，哪一个是1．利用上面的质量平方关系，可以预言八维表示中 $I=0,Y=0$ 粒子的质量 m_8 满足

$$m_8^2=\frac{1}{3}(4\mathrm{K}^*-\rho)$$

把实验值代入，得到 $m_8=929.2\ \mathrm{MeV}$，如果把上式理解为质量关系，则得到 $m_8=932.8\ \mathrm{MeV}$．ω 和 φ 粒子质量的实验值分别是 $(782.0\pm0.1)\mathrm{MeV}$ 和 $(1019.41\pm0.01)\mathrm{MeV}$，由此可见，从质量上看，这两个粒子中哪一个也不能归入这个八维表示．

这个困难很快从理论上得到了解决．既然味 $SU(3)$ 对称性的破缺反映在质量上是质量中有按八维表示变换的部分，则也应有反映一维表示和八维表示之间跃迁的质量项出现，这项的出现使两个 $I=0$，$Y=0$ 的粒子质量平方要用一个 2×2 矩阵来描写，除了对角元为 m_8^2 和 m_1^2 外，非对角元为 $m_{18}^2(=m_{81}^2)$，物理上观察到的粒子是这个质量平方矩阵的本征态，观察到的质量值由这个矩阵的本征值决定，这样物理上观察到的两个 $I=0$，$Y=0$ 的粒子分别都不属于纯八维表示或一维表示，它们都是八维表示和一维表示中两个 $I=0,Y=0$ 粒子的叠加态，通常称为混合态．在这个质量平方矩阵中，m_8^2 的值可以通过 Gell-Mann-大久保公式由八维表示中其它几个粒子质量的实验质算出，但 m_1^2 和 m_{18}^2 则是未知的量，它们需要从物理上观察到的混合态的质量和性质来推算．

八维表示和一维表示的混合，最初是在研究 $J^P=1^-$ 介子的分类时提出的，后来发现对于其它自旋宇称的粒子也都有类似的混合．下面利用 $J^P=0^-$ 介子的符号来表述混合的描写，八维表示和一维表示中两个 $I=0,Y=0$ 粒子分别用 η_8 和 η_1 来表示，混合后观察到的两个粒子为 η 和 η'，它们之间的关系可以写作

$$\eta=\eta_8\cos\theta-\eta_1\sin\theta$$

$$\eta'=\eta_8\sin\theta+\eta_1\cos\theta$$

其中 θ 为混合角，其值利用观察到的粒子质量平方由下式确定

$$\tan^2\theta=\frac{4\mathrm{K}-\pi-3\eta}{3\eta'+\pi-4\mathrm{K}}$$

这里粒子的符号代表该粒子质量的平方．质量平方矩阵中各元由下列等式定：

$$m_8^2=\frac{1}{3}(4\mathrm{K}-\pi)$$

$$m_1^2=\eta+\eta'+\frac{\pi}{3}-\frac{4\mathrm{K}}{3}$$

$$(m_{18}^2)^2=\frac{1}{9}(3\eta'+\pi-4\mathrm{K})(4\mathrm{K}-\pi-3\eta)$$

由此可见，没有表示混合的充要条件是 η 或 η' 满足 Gell-Mann-大久保质量分裂公式．

粒子物理中常常用一个 3×3 矩阵来统一描写介子的八维表示和一维表示，在没有混合时，这矩阵为

$$\begin{bmatrix} \frac{\pi^0}{\sqrt{2}}+\frac{\eta_8}{\sqrt{6}}+\frac{\eta_1}{\sqrt{3}} & \pi^+ & \mathrm{K}^+ \\ \pi^- & -\frac{\pi^0}{\sqrt{2}}+\frac{\eta_8}{\sqrt{6}}+\frac{\eta_1}{\sqrt{3}} & \mathrm{K}^0 \\ \mathrm{K}^- & \overline{\mathrm{K}}^0 & -\frac{2\eta_8}{\sqrt{6}}+\frac{\eta_1}{\sqrt{3}} \end{bmatrix}$$

在有混合时，这矩阵变为

$$\begin{bmatrix} \frac{\pi^0}{\sqrt{2}}+\alpha\eta+\beta\eta' & \pi^+ & \mathrm{K}^+ \\ \pi^- & -\frac{\pi^0}{\sqrt{2}}+\alpha\eta+\beta\eta' & \mathrm{K}^0 \\ \mathrm{K}^- & \overline{\mathrm{K}}^0 & \gamma\eta+\delta\eta' \end{bmatrix}$$

其中

$$\alpha=\frac{\cos\theta-\sqrt{2}\sin\theta}{\sqrt{6}},\quad \beta=\frac{\sin\theta+\sqrt{2}\cos\theta}{\sqrt{6}}$$

$$\gamma=-\frac{\sqrt{2}\cos\theta+\sin\theta}{\sqrt{3}},\delta=\frac{-\sqrt{2}\sin\theta+\cos\theta}{\sqrt{3}}$$

由此可见，如果混合角满足

$$\tan\theta=\frac{1}{\sqrt{2}}$$

即 $\theta=35.3°$ 时，$\alpha=\delta=0$，两个粒子在矩阵中完全分开，这时称为“理想混合”．

从现有实验出发，已经可以定出 $J^{PC}=0^{-+},1^{--},2^{++},3^{--}$ 介子的八维表示和一维表示的混合角，其结果列如下表：

J^{PC}	粒子	θ(平方)	θ(一次)
0^{-+}	π, K, η, η'	$-10°$	$-23°$
1^{--}	ρ, K^*, ϕ, ω	$39°$	$36°$
2^{++}	$a_2(1320), K_2^*(1430), f_2'(1525), f_2(1270)$	$28°$	$26°$
3^{--}	$\rho_3(1690), K_3^*(1780), X(1850), \omega_3(1670)$	$29°$	$28°$

其中 θ(平方)为从质量平方关系定出来的混合角，θ(一次)为从质量(一次)关系定出来的混合角．由表中可以看出 $J^{PC}=1^{--}$ 介子的混合接近理想混合．由表中还可以看出 $J^{PC}=0^{-+}$ 介子的混合角很小，在比较粗的近似下可以看作没有混合．

4. 衰变过程的对称性破缺

一个粒子通过某一道的衰变概率由该粒子通过该道衰变的部分宽度来描写．理论上计算部分宽度是把粒子通过衰变到该道某一末态的概率对所有允许末态求和，也就是把衰变概率对末态相空间积分．当考虑衰变过程的对称性破缺时，破缺的效应既会表现在衰变到该道某一末态的概率上，也会表现在对末态相空间的积分上，对末态相空间的积分直接与初态和末态粒子的质量有关，当粒子的质量直接用物理上观察到的质量值代进去时，得到的自

动是包括了全部对称性破缺效应的结果．对衰变到该道某一末态的概率的计算上，可以类似于对质量分裂的讨论，给出各级对称性破缺效应的表述，当然首先感兴趣的是对称性破缺效应的零级和一级的效应．

如果考虑对称性破缺效应的零级效应，亦即对衰变到某一末态的概率计算上，不考虑对称性的破缺，而在对末态相空间的积分时，粒子的质量直接用物理上观察到的质量值，从而自动包括了全部对称性破缺的效应．这样计算时引入的待定参数最少，从而最容易从实验上加以检验．

考虑 $J^{PC}=1^{--}$ 介子到两个 $J^{PC}=0^{-+}$ 介子的衰变，利用场论计算给出衰变的部分宽度，可表为

$$\Gamma=\alpha C^2\frac{2p^3}{3m^2}$$

其中 α 为等效耦合常数，m 为初态粒子的质量，p 为在初态粒子静止系中末态粒子的衰变动量，C 为由 $SU(3)$ 对称性要求所决定的系数．利用实验上观测到的粒子的宽度和某一衰变道的分支比，可以得到粒子对该衰变道的部分宽度，从而可以反过来定出等效耦合常数 α．如果对称性破缺的零级效应就是足够好的近似，从各衰变过程中定出的等效耦合常数 α 应取相同的值．从实验给出的检验如下表：

衰变过程	m(MeV)	Γ(MeV)	分支比	p(MeV)	C^2	α
$\rho\to\pi\pi$	770	153	100%	359	2	1.47
$\phi\to K^+K^-$	1019.41	4.41	49.5%	127	0.906	1.83
$\phi\to K^0\bar{K}^0$	1019.41	4.41	34.4%	110	0.906	1.96
$K^*\to K\pi$	892.1	51.3	100%	288	1.5	1.71

从表中所列结果来看，对称性破缺的零级效应可以看作是较好的近似．如果考虑对称性破缺的一级效应，还要加进一个反映破缺

的参量 ε，它的物理意义是对称性破缺的相互作用和对称性不破缺的相互作用之比. 这时上面定出的耦合常数 α 不再取相同的值，修改为

$$\alpha_\rho=\alpha_0, \alpha_{K^*}=\alpha_0\left(1+\frac{3}{2}\varepsilon\right)^2, \alpha_\phi=\alpha_0[1+(2+\sqrt{2}\tan\theta)\varepsilon]^2,$$

其中 θ 为 $J^{PC}=1^{--}$ 介子的混合角. 如果以 ρ 介子和 K* 介子的耦合常数作为输入，混合角取作 $\theta=39°$，则可以定出 $\varepsilon=0.52$，$\alpha_\phi=1.99$. 从上表来看，考虑了对称性破缺的一级效应后，符合得相当好.

§3.5 强作用动力学

1. 色相互作用和胶子

色对称性的概念是在研究重子由夸克组成时的统计性质时引入的，但马上就遇到一个问题：色对称性究竟是像同位旋那样的没有动力效应的对称性，还是像电磁规范对称性那样的有动力效应的对称性？进一步的研究指出：色对称性和电磁对称性类似，是一种规范对称性，电磁对称性由 $U(1)$ 群描写，色对称性由 $SU(3)$ 群描写，它所决定的相互作用称为色规范相互作用，远比电磁相互作用要强. 夸克之间通过色相互作用结合成强子，强子之间的强相互作用就是复杂的色相互作用的表现. 色相互作用和电磁相互作用有共同点，又有不同点，它们之间的异同的比较见下表. 电磁相互作用是通过交换光子来实现的，凡是带有电荷的粒子就有能力放出和吸收光子. 光子本身不带电荷，所以光子本身并不能直接放出和吸收光子. 色相互作用是通过交换胶子来实现的，凡是带有色荷的粒子就有能力放出和吸收胶子. 和光子的情形不同，胶子本身也带色荷，所以胶子本身就能直接放出和吸收胶子. 色相互作用和电磁相互作用的这个不同，决定了它们在性质和行为上

	电磁相互作用	色相互作用
场	电 磁 场	色规范场
相互作用荷	电　　荷	色　　荷
媒介粒子	光　　子	8 种胶子
自　　旋	1	1
质　　量	0	0
媒介粒子有无荷	无 电 荷	有 色 荷
作用强度 α	0.00729735308	0.17—0.20
α 随传递能量动量增加的变化	上　　升	下　　降

的很大的不同．研究电磁相互作用的动力理论是量子电动力学，研究色相互作用的动力理论是量子色动力学．

2．渐近自由

对于带电粒子来说，周围的真空也是一种介质，会有极化和屏蔽效应，这表现为粒子的有效电荷随对带电粒子的距离减小而增大．在微观世界里，探测的距离越小，需要的能量动量越大．因此带电粒子和光子的相互作用强度(用精细结构常数 α 描写)随相互作用所传递的能量动量的增加而增加．但对于色相互作用，由于胶子有色荷，胶子和胶子之间可以有直接相互作用，这也将在带色荷粒子周围真空的极化和屏蔽效应中有贡献．这个贡献是与通常的极化相反，即是一种反屏蔽，它导致带色荷粒子和胶子的有效耦合常数随对带色荷粒子的距离减小而减小，也就是随相互作用所传递的能量动量的增加而减少．这样在用高能研究近距离效应过程中，相互作用减弱，可以近似地把相互作用着的粒子作为相互间没有相互作用的自由粒子来处理，这就是“渐近自由”．

六十年代后期到七十年代，高能物理进行了大量利用高能轻子去碰撞核子的实验．微观粒子的量子特性决定：利用高能粒子所能辨认的间隔与粒子的波长同量级，亦即粒子的动量越大，所能辨认的间隔越小，这样如果用动量为200 MeV/c的轻子去碰核子，它只能分辨出相距为费米量级的两个粒子．但是质子的电磁半径为0.8 fm，利用这样动量的轻子自然没有可能探测强子内部结构的细致情况．但是如果用动量量级为GeV/c的轻子去碰核子，由于它可以分辨出相距为0.1 fm的两个粒子，也就能够探测到强子内部结构的细致情况．六十年代后期到七十年代所进行的这些实验称为深度非弹性散射，即深入到核子很深的内部的非弹性碰撞．深度非弹性散射实验结果的分析表明，强子内部的电荷分布不是连续的，弥散的，而是点状的．这些强子内部的点状粒子称为部分子，并且在高能过程中部分子之间的相互作用可以忽略而看作是相互独立的．在对深度非弹性散射实验进行理论研究的基础上，建立和发展了强子结构的部分子模型．

对深度非弹性散射实验结果的分析，显示出部分子有以下性质：(1) 部分子带有电荷；(2) 带电部分子的自旋为$\frac{1}{2}$，是费米子；(3) 高能时所有带电部分子所带动量的总和大约是强子动量的50%．从前两点来看，带电部分子可能就是夸克和反夸克．从最后一点来看，强子结构中应该还有中性部分子，在高能时它们带着约50%的强子动量，强子不能简单地归结为只由夸克和反夸克组成．

3. 强子结构的动力图像

按照量子色动力学，在强子内部夸克(q)，反夸克($\bar{q}$)和胶子(g)可以互相转化，其反应过程为：

$$q \rightleftarrows q + g,\ \bar{q} \rightleftarrows \bar{q} + g,\ \bar{q} + q \rightleftarrows g,\ g + g \rightleftarrows g$$

通过这些反应，胶子数并不确定，夸克的数目和反夸克的数目也都不确定，但夸克的数目和反夸克的数目之差(称为“夸克数”)是确定的. 一般说来，强子都是由夸克、反夸克和胶子组成，他们之间通过上述反应过程达到平衡. 不同的强子之间的差别通过某些夸克、反夸克和胶子体现出来，这些粒子称为价粒子. 对任一特定的粒子有完全确定的价粒子，除价粒子外的夸克、反夸克和胶子称为海粒子，它们的数目不确定，但通过反应达到平衡. 因此量子色动力学勾画出强子结构的动力图象是：强子都是由价粒子和海粒子组成；价粒子的类型和数目都是确定的，决定强子的类型和性质；海粒子的总夸克数为零，每种粒子数目并不确定，通过反应达到平衡. 各种强子可以用它们各自所有的价粒子来标记和区分，通常说重子有三个夸克组成，介子由一个夸克和一个反夸克组成，就是指重子有三个价夸克，介子有一个价夸克和一个价反夸克. 根据价粒子的不同，强子可以分为如下几类：

强子	重子	反重子	介子	胶球		混杂子	重子偶素
价粒子	qqq	$\bar{q}\bar{q}\bar{q}$	$q\bar{q}$	gg	ggg	$q\bar{q}g$	$qq\bar{q}\bar{q}$

这种分类是从强子结构角度来作的，从实验行为来看，介子、胶球、混杂子和重子偶素都属于介子. 因此在粒子物理学中，介子的含意有两种，一种是从实验行为来看，一种是从强子结构角度来看，前者包括的范围比后者要宽.

现在已经发现的介子类型的粒子中，绝大多数从强子结构角度来看也都是介子. $\eta(1430)$和$f_2(1720)$很可能是胶球；U粒子的存在如果被确认，很可能是一个重子偶素；虽然有几个粒子有可能是混杂子，但要确切地定下来还需要进一步的实验结果和细致

的理论分析.

从轻子对强子的深度非弹性散射实验给出：高能质子的动量约有 50% 由电中性粒子所携带，亦即由胶子所携带；海夸克和海反夸克带有大约 5%—15% 的动量，其余的动量由价夸克所携带. 由此可见，把强子归结为只是价粒子所组成是只在一定意义下的近似，这个近似适用范围是有限的，主要在研究强子的静态性质和低能反应过程中有时可以作为较好的初级近似.

4. 色禁闭

如果带色荷的粒子在相互作用过程中的能量动量交换很小，按上面的讨论，反屏蔽的效应导致带色荷粒子和胶子的有效耦合常数随相互作用所传递的能量动量的减少而增加，也就是说，随对带色荷粒子的距离增加而增加，这样在用高能研究远距离效应过程中，相互作用增强. 量子色动力学给出，很可能相互作用增强到无论粒子得到多少能量，都不能把它和与它相互作用着的粒子分开而成为自由粒子. 这个性质如果用色相互作用的位势 $U(r)$ 来描写，则在距离 $r\to\infty$ 时，$U(r)\to\infty$. 这个性质称为色禁闭，色禁闭要求所有的带色荷的粒子都不能自由地独立存在.

在强子结构理论刚建立不久时，人们曾做了许多工作去寻找自由状态下的夸克，一直没有找到，在此基础上提出了色禁闭的可能性. 后来量子色动力学的发展给出上面所说的等效耦合常数随能量动量转移的增加而减小的“跑动”性质，利用重正化群理论并导出在能量动量转移大时，等效耦合常数随能量动量转移的变化关系为

$$\alpha_s(\mu^2)=\frac{12\pi}{(33-2n_f)\ln\left[\frac{\mu^2}{\Lambda^2}\right]}\left[1-\frac{6(153-19n_f)}{(33-2n_f)^2}\frac{\ln\left(\ln\left(\frac{\mu^2}{\Lambda^2}\right)\right)}{\ln\left(\frac{\mu^2}{\Lambda^2}\right)}\right]$$

$$+O\left[\frac{\ln^2\left(\ln\left(\frac{\mu^2}{\Lambda^2}\right)\right)}{\ln^3\left(\frac{\mu^2}{\Lambda^2}\right)}\right]$$

其中 μ 是相互作用涉及的能量标度，例如在放出或吸收胶子的过程中，μ^2 即四维能量动量转移的平方. 对于静色作用，相当于 $\mu^2=0$. Λ 是一个质量量纲的参量，它的值需要通过实验来确定. n_f 是质量小于能标 μ 的夸克的数目. 这个公式在 $\mu^2>\Lambda^2$ 时成立，但在 μ^2 减小到接近 Λ^2 时就不再成立了. 因此尽管这公式给出当 μ^2 减小时，等效耦合常数增加的结论，但由此还不能推出色禁闭. 从理论上严格导出色禁闭是量子色动力学理论研究的重要基本课题，现在这个问题已经接近解决.

§3.6 介子和重子

1. 介子和重子的自旋宇称分布

介子和重子的自旋宇称分布可以由它们的价夸克和价反夸克来决定. 如果夸克和反夸克之间的轨道角动量为零，所组成的介子的量子数为 $J^{PC}=0^{-+}$ 和 1^{--}，这就是介子的基态. 在基态的基础上激发到轨道角动量 $L=1$ 的激发态，量子数为 $J^{PC}=1^{+-}, 0^{++}$, 1^{++} 和 2^{++}. 这些能级分布可以用能级纲图来表示，如图 1-3.7 所示. 还可以有更高轨道角动量的激发态. 此外和原子中的电子能级分布类似，还可以有径向激发态，它们的能量较高但量子数 J^{PC} 不变，这些就都不在图中具体画出了.

重子由三个夸克组成，它们之间有两个相对轨道角动量，这两个轨道角动量分别可以激发. 重子的基态和一个相对轨道角动量 $L=1$ 的激发态，量子数为 $J^P=\frac{1}{2}^+, \frac{3}{2}^+, \frac{1}{2}^-, \frac{3}{2}^-$ 和 $\frac{5}{2}^-$. 这些能级

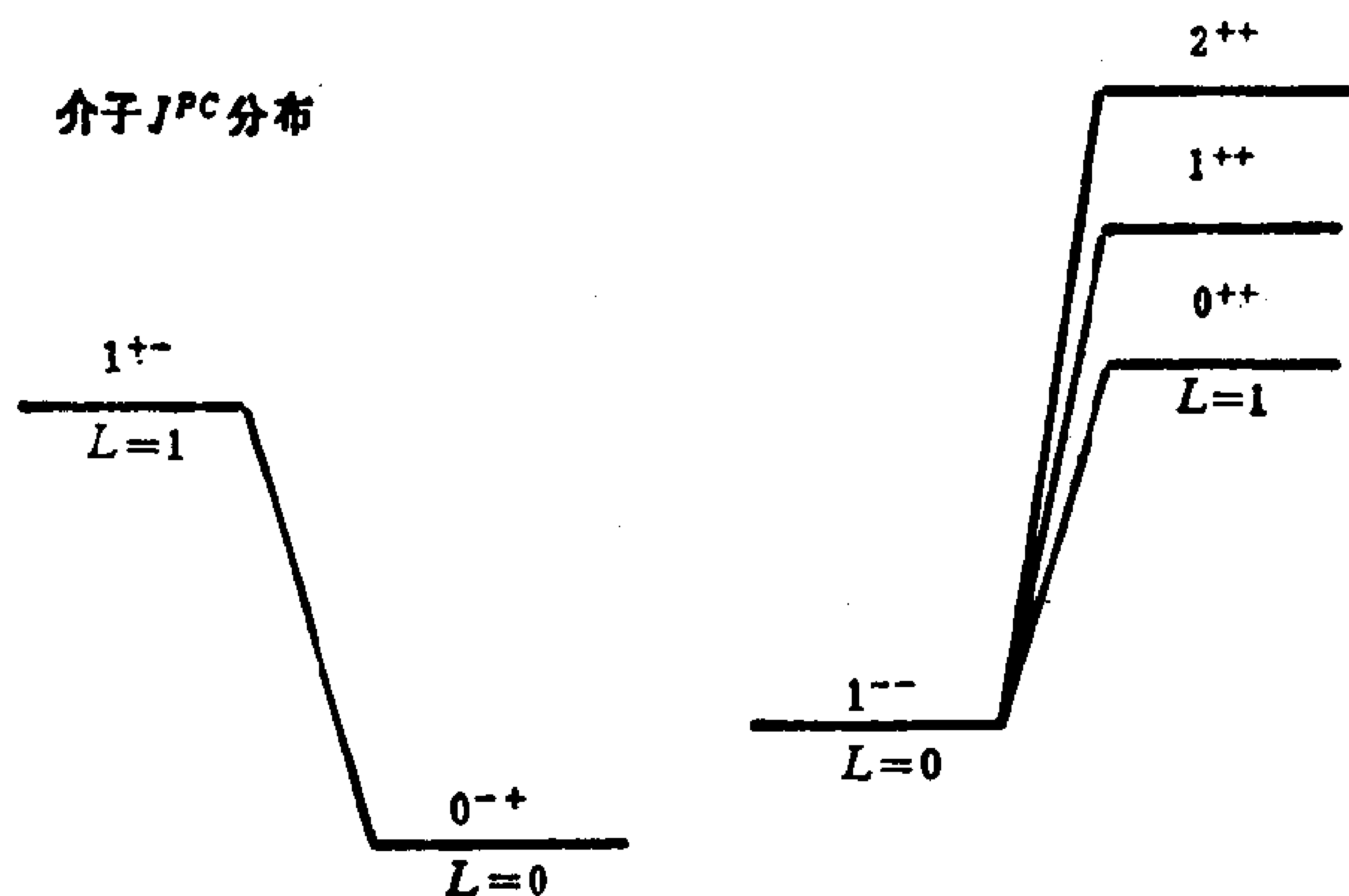


图 1-3.7

分布的能级纲图如图1-3.8 所示. 和介子一样,重子也可以有更高轨道角动量的激发态和径向激发态.

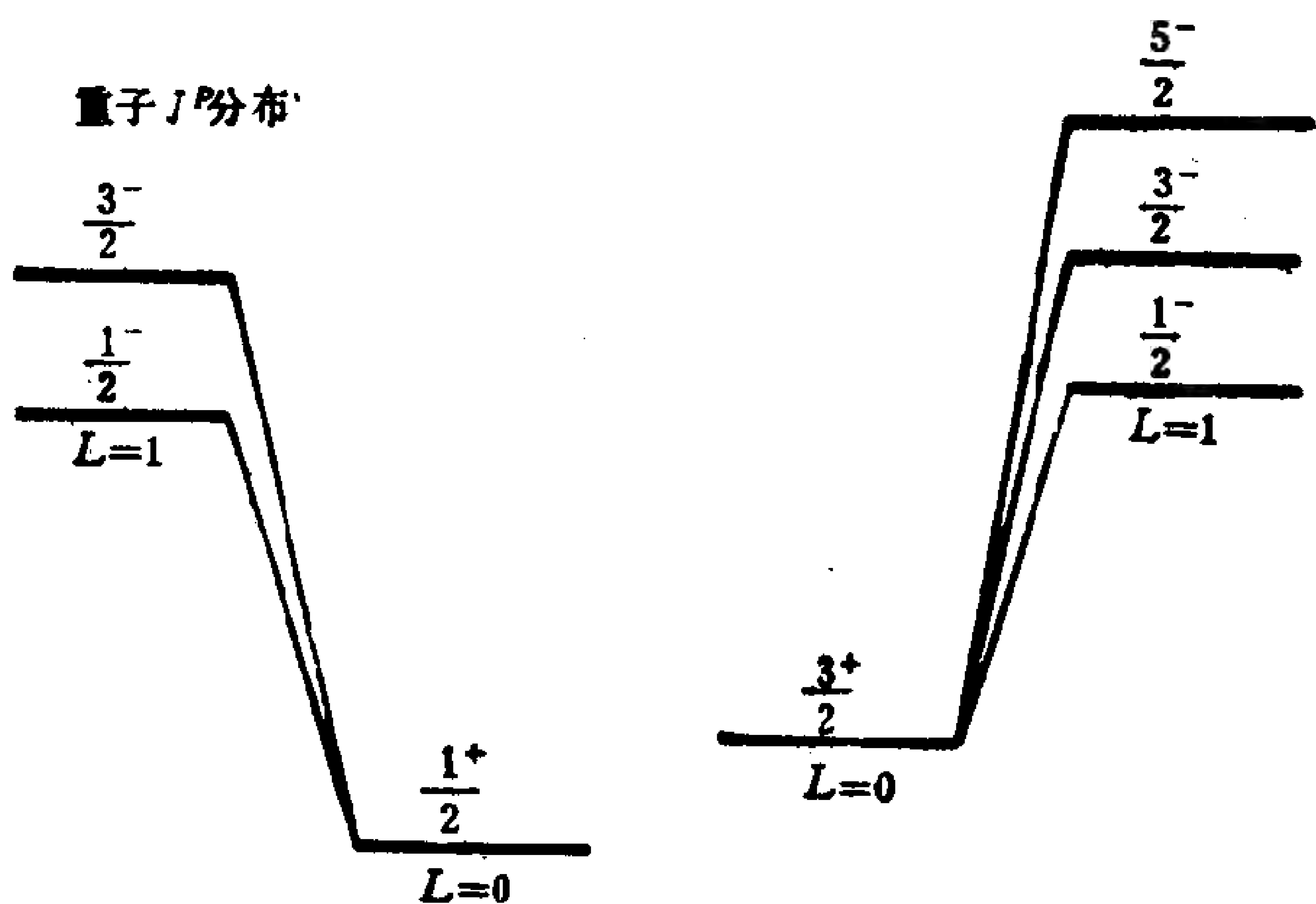


图 1-3.8

重子与介子不同在于由于夸克是费米子，三个夸克组成重子时要满足费米统计，即重子应是三个夸克的完全反对称态. 由于夸克在色空间属于三维表示 $\mathbf{3}_C$，三个夸克组成重子时构成色单态 $\mathbf{1}_C$，这在色空间是完全反对称态，因此三个夸克在味对称性和时空

对称性方面合起来应属于完全对称态．对于基态重子中 $J^P=\frac{3}{2}^+$ 的态，由于相对轨道角动量都为零，对轨道角动量是完全对称态．三个夸克自旋之和为$\frac{3}{2}$，也是完全对称态，这样就要求在味空间也是完全对称态．三个 $SU(3)$群的三维表示 **3** 构成的完全对称态是十维表示 **10**，因此 $J^P=\frac{3}{2}^+$ 重子属于味 $SU(3)$群的十维表示 **10**．但是对于基态重子中 $J^P=\frac{1}{2}^+$ 的态，三个夸克自旋之和为$\frac{1}{2}$是混合对称态，这样就要求在味空间也是混合对称态．三个 $SU(3)$群的三维表示 **3** 构成的混合对称态是八维表示 **8**，因此 $J^P=\frac{1}{2}^+$ 重子属于味 $SU(3)$群的八维表示 **8**．

2. Zweig 规则

60 年代在研究短寿命介子时遇到了一个不好理解的问题．当时发现的 ω 介子和 φ 介子的量子数完全相同，都是 $I^G=0^-$，$J^{PC}=1^{--}$．他们的质量和宽度分别为

$$m_\omega=(782.0\pm0.1)\text{MeV},\qquad \Gamma_\omega=(8.5\pm0.1)\text{MeV}$$

$$m_\phi=(1019.41\pm0.01)\text{MeV},\quad \Gamma_\phi=(4.41\pm0.05)\text{MeV}$$

既然 ω 介子和 φ 介子的量子数相同，它们可以衰变的道应相同．考虑到 ω 介子的质量比 φ 介子要轻，对任一给定的衰变道来说，ω 介子的相空间比 φ 介子的相空间要小，如果没有动力机理上的特别的差异，相应的部分宽度也应比 φ 介子的要小．再考虑到由于 ω 介子质量较低，有些衰变道只有 φ 介子才有，可以期望 ω 介子的宽度应比 φ 介子的宽度要窄．然而实验给出 ω 介子的宽度却比 φ 介子的宽度要宽得多，与一般估计不一致．

这个问题特别集中反映在 $\pi^+\pi^-\pi^0$ 衰变道上. $\pi^+\pi^-\pi^0$ 是 ω 介子的主要衰变道，其部分宽度为 7.6 MeV. 尽管 ϕ 介子这个道的相空间比 ω 介子相应的相空间要大，ϕ 介子这个道的部分宽度仅为 0.57 MeV，比 ω 介子的部分宽度小一个数量级.

这个问题的答案只能在动力机理上来找. 按照夸克模型，如果 ω 介子是 $\bar{u}u$ 态和 $\bar{d}d$ 态的叠加态，ϕ 介子是 $\bar{s}s$ 态，则当 ω 介子衰变时，ω 介子中的原有的价夸克和价反夸克都转化为末态组成粒子的价粒子，但 ϕ 介子中原有的价夸克和价反夸克都不能转化为末态组成粒子的价粒子，而必需湮没掉，末态组成粒子的价粒子则需要另行成对产生出来，因此 ϕ 介子到 $\pi^+\pi^-\pi^0$ 道的衰变远比 ω 介子的衰变困难就是可以理解的了. 如果把这两个衰变过程用 Feynman 图画出来，并且只把价粒子线画出来，如图 1-3. 9 所示. 可以看到，ϕ 介子到 $\pi^+\pi^-\pi^0$ 道衰变的价粒子 Feynman 图实际上断成两个互不相联的部分，而 ω 介子到 $\pi^+\pi^-\pi^0$ 道衰变的价粒子 Feynman 图则是一个整体. 在这个例子启示下，总结出一个经验

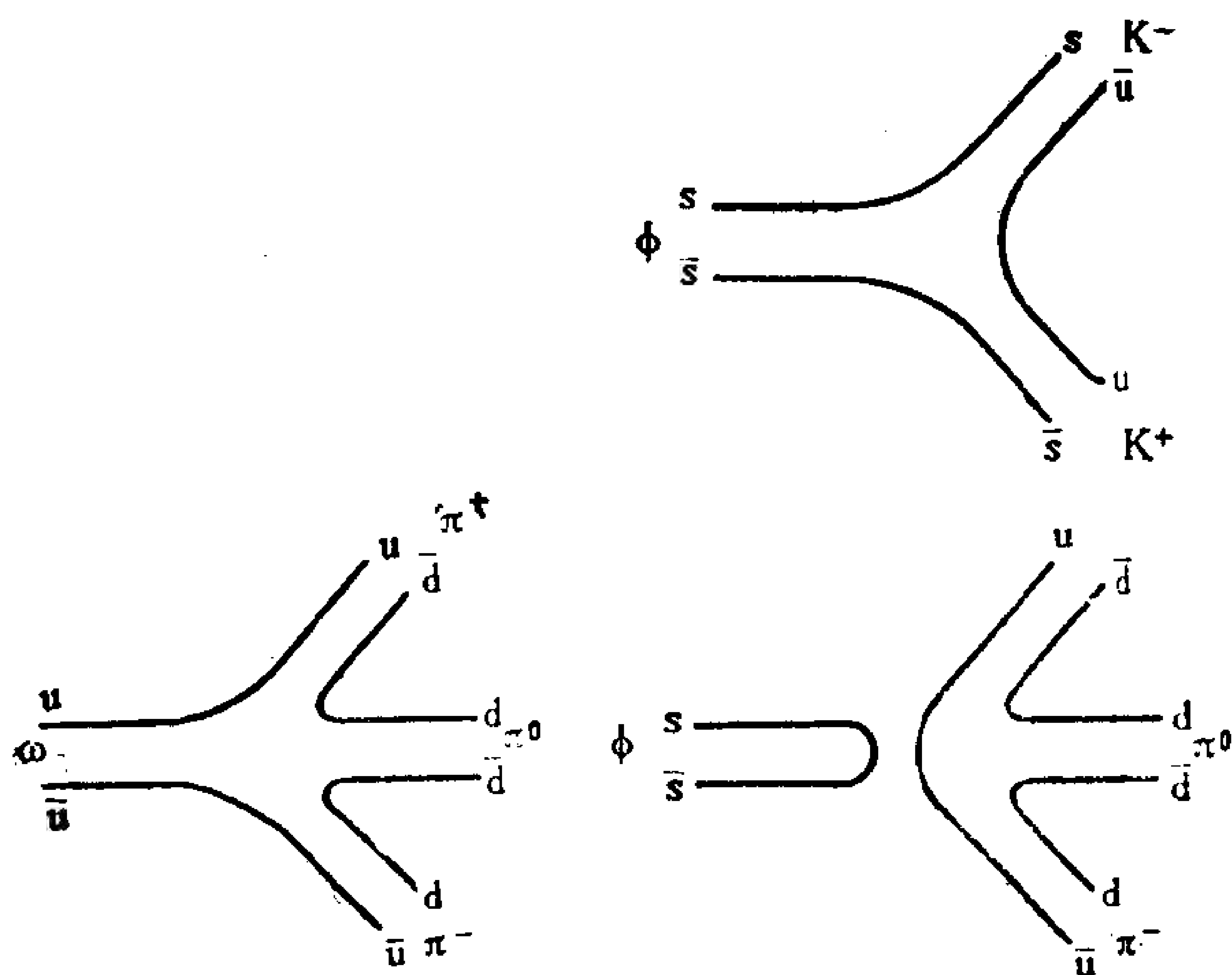


图 1 3. 9

规则：在强子衰变或反应过程中，如果价夸克的 Feynman 图断成互不相联的两部分，则过程的概率被大大压低. 这规则称为 Okubo-Zweig-Iizuka 规则或 Zweig 规则，按这规则概率被大大压低的过程称为 Zweig 禁戒过程. 图 1-3.9 显示出 ω 介子到 $\pi^+\pi^-\pi^0$ 道的衰变是 Zweig 允许过程，而 φ 介子到 $\pi^+\pi^-\pi^0$ 道的衰变则是 Zweig 禁戒过程.

Zweig 规则不仅在 φ 介子到 $\pi^+\pi^-\pi^0$ 道的衰变中，而且在许多散射过程中都成立. 特别是在解释 J/ψ 粒子和 Υ 粒子的"重质量，窄宽度"性质上起了很大作用. J/ψ 粒子是由 c 和 $\bar{c}$ 组成的 $I^G=0^-$，$J^{PC}=1^{--}$ 的介子，质量和宽度分别为 $m_{J/\psi}=(3096.9\pm0.1)$ MeV，$\Gamma_{J/\psi}=(68\pm10)$keV. 但是含粲夸克 c 的最轻的粒子是 D 粒子，其质量为 $m_D=(1869.3\pm0.6)$MeV，因此 J/ψ 粒子不可能衰变为一对正反 D 粒子，它只能通过把 c 和 $\bar{c}$ 湮没掉的 Zweig 禁戒过程作强衰变. 由于衰变概率被大大地压低，它的每一个强衰变道的部分宽度最多只有 keV 的量级，和电磁衰变同一量级，虽然衰变道很多，总宽度也只有 (68 ± 10)keV，表现出突出的"重质量，窄宽度"性质. Υ 粒子是由 b 和 $\bar{b}$ 组成的 $I^G=0^-$，$J^{PC}=1^{--}$ 的介子，质量和宽度分别为 $m_\Upsilon=(9460.3\pm0.2)$MeV，$\Gamma_\Upsilon=(52\pm3)$keV. 但是含粲夸克 b 的最轻的粒子是 B 粒子，其质量为 $m_B=(5277.6\pm1.4)$MeV，因此 Υ 粒子不可能衰变为一对正反 B 粒子，它和 J/ψ 粒子类似也只能通过把 b 和 $\bar{b}$ 湮没掉的 Zweig 禁戒过程作强衰变，衰变概率被大大地压低，表现出突出的"重质量，窄宽度"性质.

在现已发现的不稳定粒子中，有 14 种粒子的强衰变都是 Zweig 禁戒过程，它们的性质见下表. 其中在括号中的量子数表示实验上还没有完全确定. 从表中可以看到，最稳定的不稳定粒子是 Υ (3S) 粒子，它的寿命约是最不稳定的稳定粒子即 Z 粒子寿命的 10^5 倍.

粒子	J^{PC}	m(MeV)	Γ(MeV)
$\eta_c(1S)$	0^{-+}	2979.6 ± 1.7	$10.3^{+3.8}_{-3.4}$
$J/\psi(1S)$	1^{--}	3096.9 ± 0.1	0.068 ± 0.010
$\chi_{c0}(1P)$	0^{++}	3415.1 ± 1.0	13.5 ± 5.3
$\chi_{c1}(1P)$	1^{++}	3510.6 ± 0.5	<1.3
$\chi_{c2}(1P)$	2^{++}	3556.3 ± 0.4	$2.6^{+1.2}_{-0.9}$
$\psi(2S)$	1^{--}	3686.0 ± 0.1	0.243 ± 0.043
$\Upsilon(1S)$	1^{--}	9460.3 ± 0.2	0.052 ± 0.003
$\chi_{b0}(1P)$	$(\ ^{+})^{+}$	9859.8 ± 1.3	
$\chi_{b1}(1P)$	$(1^{+})^{+}$	9891.9 ± 0.7	
$\chi_{b2}(1P)$	$(2^{+})^{+}$	9913.2 ± 0.6	
$\Upsilon(2S)$	1^{--}	10023.3 ± 0.3	0.044 ± 0.009
$\chi_{b0}(2P)$	$(\ ^{+})^{+}$	10235.3 ± 1.1	
$\chi_{b1}(2P)$	$(\ ^{+})^{+}$	10255.2 ± 0.4	
$\chi_{b2}(2P)$	$(\ ^{+})^{+}$	10269.0 ± 0.7	
$\Upsilon(3S)$	1^{--}	10355.3 ± 0.5	0.026 ± 0.006

3. 重子磁矩

质子和中子有很大的反常磁矩，这完全不能在点粒子的基础上给以定量解释．按照夸克模型，重子的磁矩应该是组成重子的各带电粒子轨道磁矩和自旋磁矩的矢量和．由于胶子不带电，不贡献磁矩．海夸克和海反夸克的总和是无色无味，总角动量为零，对重子磁矩的贡献也为零．重子中有 3 个价夸克．基态重子中价夸克之间的相对轨道角动量为零，因此重子的磁矩归结为组成重子的各价夸克自旋磁矩的矢量和．夸克的自旋磁矩为

$$\mu = gQ_q\frac{e}{2m_q}\boldsymbol{S}$$

其中 Q_q 和 m_q 分别是夸克的电荷和质量，$g=2$ 是由 Dirac 方程给出的 g 因子，$\boldsymbol{S}$ 是夸克的自旋矢量．考虑$J^P=\frac{1}{2}^+$重子八重态，牵

涉到 u,d,s 夸克．考虑了组成重子时 3 个价夸克的自旋取向，计算出基态重子八重态的磁矩如下表所示：

粒　子	μ 公式 $\left(\frac{e}{2m_p}\right)$	μ 计算值 $\left(\frac{e}{2m_p}\right)$	μ 实验值 $\left(\frac{e}{2m_p}\right)$
p	$\frac{8}{9}\frac{m_p}{m_u}+\frac{1}{9}\frac{m_p}{m_d}$	实验值输入	2.792847386 $\pm$0.000000063
n	$-\frac{2}{9}\frac{m_p}{m_u}-\frac{4}{9}\frac{m_p}{m_d}$	实验值输入	$-$1.91304275 $\pm$0.00000045
Λ	$-\frac{1}{3}\frac{m_p}{m_s}$	实验值输入	-0.613 ± 0.004
Σ^+	$\frac{8}{9}\frac{m_p}{m_u}+\frac{1}{9}\frac{m_p}{m_s}$	2.673	2.42 ± 0.05
Σ^-	$-\frac{4}{9}\frac{m_p}{m_d}+\frac{1}{9}\frac{m_p}{m_s}$	-1.091	-1.157 ± 0.025
Ξ^0	$-\frac{2}{9}\frac{m_p}{m_u}-\frac{4}{9}\frac{m_p}{m_s}$	-1.435	-1.250 ± 0.014
Ξ^-	$\frac{1}{9}\frac{m_p}{m_d}-\frac{4}{9}\frac{m_p}{m_s}$	-0.493	-0.69 ± 0.04

从上表可看出，作为初级近似，模型计算的结果与实验结果大体上是符合的．

4．重子的电磁质量差

$J^P=\frac{1}{2}^+$重子八重态中有 4 个同位旋多重态，它们的质量之间的联系在前面已经给出．对于同一同位旋多重态内部不同电荷态之间的质量差，可以由非相对论夸克模型给出．

重子的质量可以表为

$$m=\sum_i q_i+V(I,Y)+a\sum_{ij}Q_iQ_j+\sum_{ij}b_{ij}Q_iQ_j\boldsymbol{S}_i\cdot\boldsymbol{S}_j$$

其中第一项是夸克的质量之和，为简单起见，下面我们用粒子的符号代表该粒子的质量；第二项是强相互作用能，它与同位旋和超荷

有关，给出了$SU(3)$破缺的质量分裂；第三项是夸克之间的库伦能，它正比于两夸克的电荷乘积；第四项是夸克之间自旋磁矩作用能，它正比于两夸克自旋磁矩的内积，即正比于两夸克自旋、电荷乘积，反比于两夸克质量的乘积，因此有

$$b_{ij}=\frac{c}{\mathrm{q}_i\mathrm{q}_j}$$

后两项求和时限于$i\neq j$. 由于u夸克与d夸克质量接近相等，b_{ij}实际上只有三个不同的值，可以令

$$b=b_{\mathrm{uu}}=b_{\mathrm{ud}}=b_{\mathrm{dd}},\ b'=b_{\mathrm{us}}=b_{\mathrm{ds}},\ b''=b_{\mathrm{ss}}$$

$J^P=\frac{1}{2}^+$重子八重态中的N、Σ、Ξ粒子的质量按上式给出为

$$p=\mathrm{u}+\mathrm{u}+\mathrm{d}+V\left(\frac{1}{2},1\right)+\frac{2}{3}b$$

$$\mathrm{n}=\mathrm{u}+\mathrm{d}+\mathrm{d}+V\left(\frac{1}{2},1\right)-\frac{1}{3}a+\frac{1}{2}b$$

$$\Sigma^+=\mathrm{u}+\mathrm{u}+\mathrm{s}+V(1,0)+\frac{2}{9}b+\frac{4}{9}b'$$

$$\Sigma^0=\mathrm{u}+\mathrm{d}+\mathrm{s}+V(1,0)-\frac{1}{3}a-\frac{1}{9}b+\frac{1}{9}b'$$

$$\Sigma^-=\mathrm{d}+\mathrm{d}+\mathrm{s}+V(1,0)+\frac{1}{3}a+\frac{1}{18}b-\frac{2}{9}b'$$

$$\Xi^0=\mathrm{u}+\mathrm{s}+\mathrm{s}+V\left(\frac{1}{2},-1\right)-\frac{1}{3}a+\frac{1}{18}b''+\frac{4}{9}b'$$

$$\Xi^-=\mathrm{d}+\mathrm{s}+\mathrm{s}+V\left(\frac{1}{2},-1\right)+\frac{1}{3}a+\frac{1}{18}b''-\frac{2}{9}b'$$

同一同位旋多重态中相邻电荷态的质量差为

$$\mathrm{p}-\mathrm{n}=\mathrm{u}-\mathrm{d}+\frac{1}{3}a+\frac{1}{6}b$$

$$\Sigma^+-\Sigma^0=\mathrm{u}-\mathrm{d}+\frac{1}{3}a+\frac{1}{3}b+\frac{1}{3}b'$$

$$\Sigma^0-\Sigma^-=u-d-\frac{2}{3}a-\frac{1}{6}b+\frac{1}{3}b'$$

$$\Xi^0-\Xi^-=u-d-\frac{2}{3}a+\frac{2}{3}b'$$

等式右边实际只有3个独立参量，消去这些参量得到

$$p-n+\Xi^0-\Xi^-=\Sigma^+-\Sigma^-$$

实验给出等式左边为$-(7.7\pm0.6)$MeV，等式右边为$-(8.07\pm0.08)$MeV，在误差范围内符合得很好.

然而这四个电磁质量差之间实际上存在着更强的联系，将它们作图，如图1-3.10，可以发现它们很好地落在同一条线上，这要求

$$a+\frac{2}{3}b+\frac{1}{3}b'=0$$

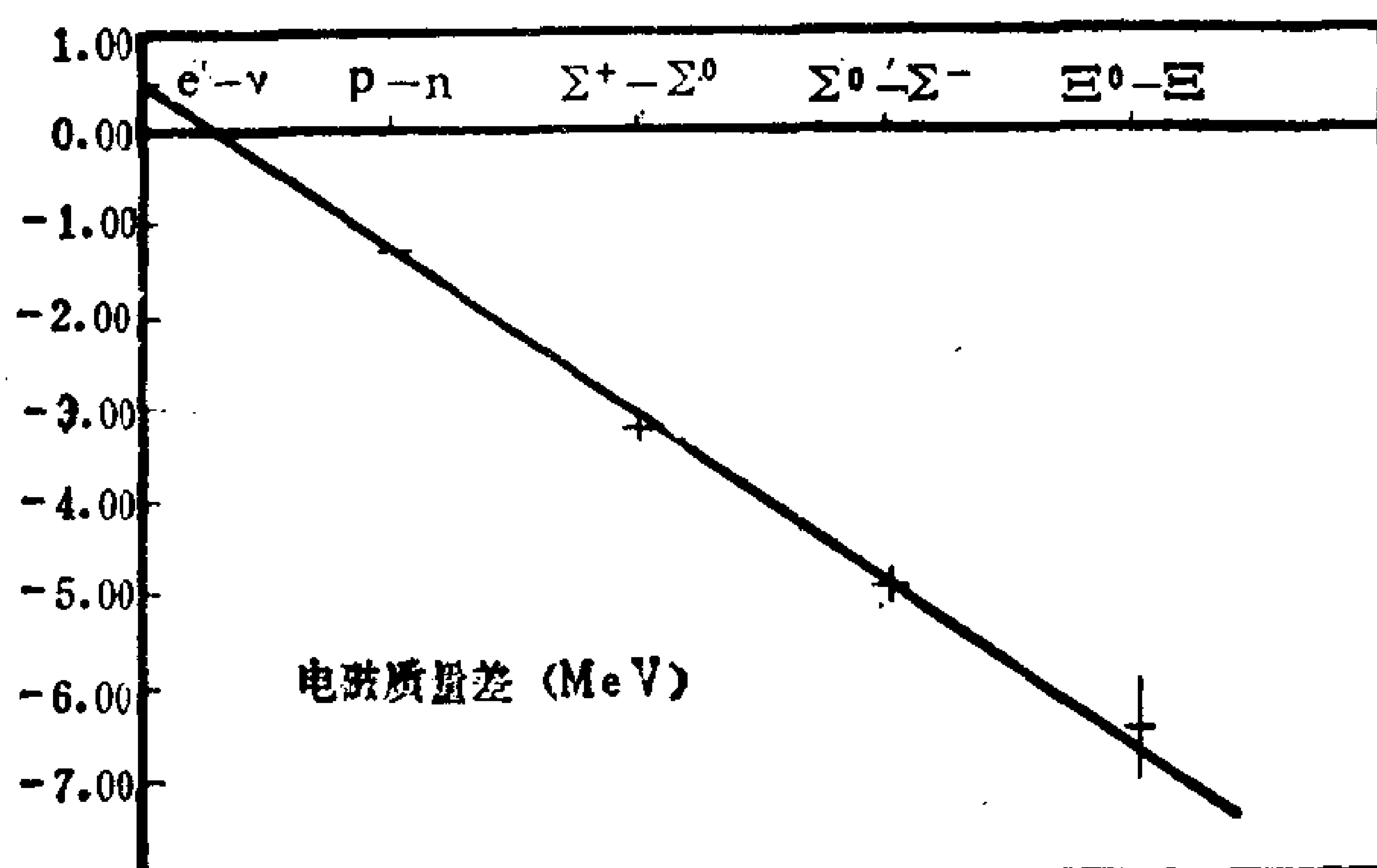


图 1-3.10

a的物理意义是库仑能参数，b和b'的物理意义是自旋磁矩作用能参数. 上式大体上是要求$\langle r^{-3}\rangle$近似等于$\langle r^{-1}\rangle$的三次方. 为什么它们很好地落在同一条直线上？这反映了重子结构的什么性质？确实是一个有意思的问题. 不仅如此，如果把这条直线延长一格，得到的正好是电子和中微子的质量差. 为什么电子和中微子的质

量差也很好地落在这条直线上？这究竟是巧合还是有深刻的物理原因？也还难于判定.

5. 重夸克和重夸克偶素

在 J/ψ 粒子发现之前，人们只知道存在 3 味夸克，即 u,d,s. 在研究K 介子的弱衰变性质时，为了解释在一级弱作用过程中不出现奇异数改变中性弱流的贡献，1970 年 Glashow, Iliopoulos 和 Maiani 提出了一个被称为 GIM 机理的模型方案，认为自然界应存在第四味夸克，称为粲夸克，用 c 来表示，理论并预言 c 的质量应约为 1.5 GeV 左右.

1974 年，Brookhaven 实验室和 Stanford 直线加速器中心同时在实验中发现一个新粒子. 丁肇中等人在 Brookhaven 实验室的质子轰击铍靶的实验中发现一个长寿命的重粒子，他们命名为 J 粒子. 同时，Richter 等人在 Stanford 直线加速器中心的电子正电子对撞实验中也发现了一个长寿命的重粒子，他们命名为 ψ 粒子. 他们发现的是同一个粒子，现在称为 J/ψ 粒子，这粒子的主要性质如下:

$$I^G=0^-, J^{PC}=1^{--};$$

$$m_{J/\psi}=(3096.93\pm0.09)\,\text{MeV}, \Gamma_{J/\psi}=(68\pm10)\,\text{keV}$$

$$R(e^+e^-)=(6.9\pm0.9)\%, R(\mu^+\mu^-)=(6.9\pm0.9)\%$$

$$R(\text{其他})=(86.2\pm2.0)\%$$

J/ψ 粒子的突出特征在于它的寿命出奇地长，比按一般规律估计不稳定粒子的寿命要长 3—4 个量级. 实验和理论的研究给出: J/ψ 粒子是由一对正反粲夸克作为价粒子的介子，粲夸克的质量约为 1.5 GeV 左右. 由于 J/ψ 粒子所有的强衰变道都是 Zweig 禁戒过程而受到压低，所有强衰变道的衰变宽度都和电磁衰变的衰变宽度同量级，结果分支比最大的衰变道反而是二级电磁衰变

的 e^+e^- 道和 $\mu^+\mu^-$ 道. J/ψ 粒子的发现给粲夸克的存在给出了一个直接的实验证据,使强子结构理论的研究展现出新的局面.

1977 年在电子正电子对撞实验中又发现了一个长寿命的重粒子,命名为 ϒ 粒子,这粒子的主要性质如下:

$$I^G=0^-, J^{PC}=1^{--}$$

$$m_\Upsilon=(9460.32\pm0.22)\text{MeV}, \Gamma_\Upsilon=(51.6\pm3.1)\text{keV}$$

$$R(e^+e^-)=(2.52\pm0.17)\%, R(\mu^+\mu^-)=(2.62\pm0.16)\%$$

$$R(\tau^+\tau^-)=(2.97\pm0.35)\%$$

ϒ 粒子也是寿命出奇地长. 实验和理论的研究给出: 和 J/ψ 粒子类似, ϒ 粒子是由一对正反底夸克作为价粒子的介子,底夸克的质量约为 4.6 GeV 左右. ϒ 粒子所有的强衰变道都是 Zweig 禁戒过程而受到压低,分支比最大的衰变道也是二级电磁衰变的 e^+e^- 道, $\mu^+\mu^-$ 道和 $\tau^+\tau^-$ 道.

量子力学给出, 通过散射所能分辨的空间间隔与散射时的动量成反比,即低能散射时分辨间隔大,高能散射时分辨间隔小. 如图 1-3.11 所示,低能散射时,由于分辨间隔大,对于强子内部结构不可能观察得很细致, 只能看到强子作为一个整体. 在高能散射时,由于分辨间隔小,对于强子内部结构就可以观察得很细致, 看到内部结构的具体细节. J/ψ 粒子和 ϒ 粒子是质量很重的粒子,研究它们的结构性质时所涉及的散射过程能量动量变化尺度是

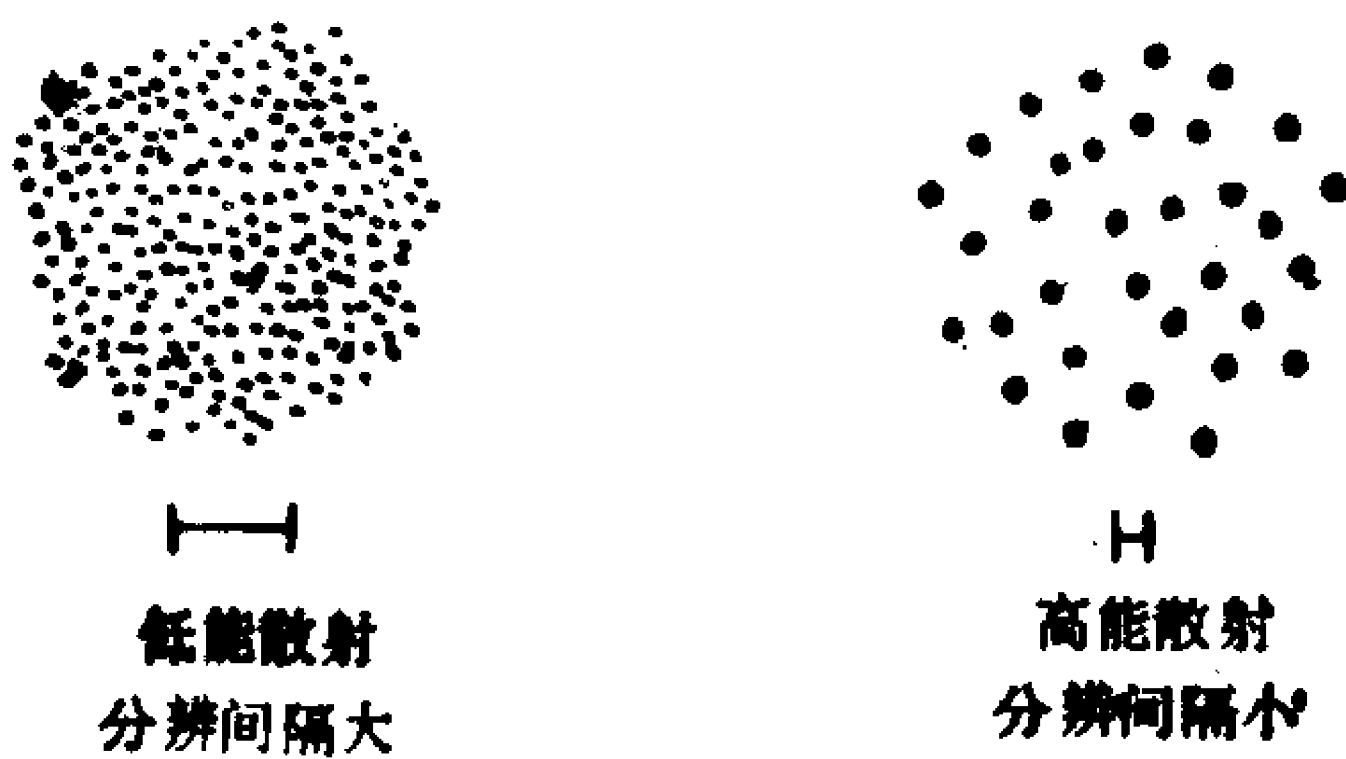


图 1-3.11

GeV 量级，这对应于分辨间隔小于 0.2 fm，因此人们可以对 J/ψ 粒子和 Υ 粒子的内部结构进行比轻介子细致得多的实验研究.

另一方面，由于粲夸克和底夸克很重，它们和相应的反夸克组成 J/ψ 粒子和 Υ 粒子时可以近似地按非相对论性运动来处理. 这在理论处理上大大简化，并能得到足够好的精确度，只有在精确讨论某些特殊性质时，才需要进一步考虑相对论性的修正.

一对正反夸克作为价粒子的介子称为夸克偶素. 由于上面实验和理论两方面的原因，尽管重夸克偶素发现得很晚，对它们内部结构性质的研究要比对轻介子内部结构性质的研究细致深入得多. 粲偶素的能级纲图如图 1-3.12 所示.

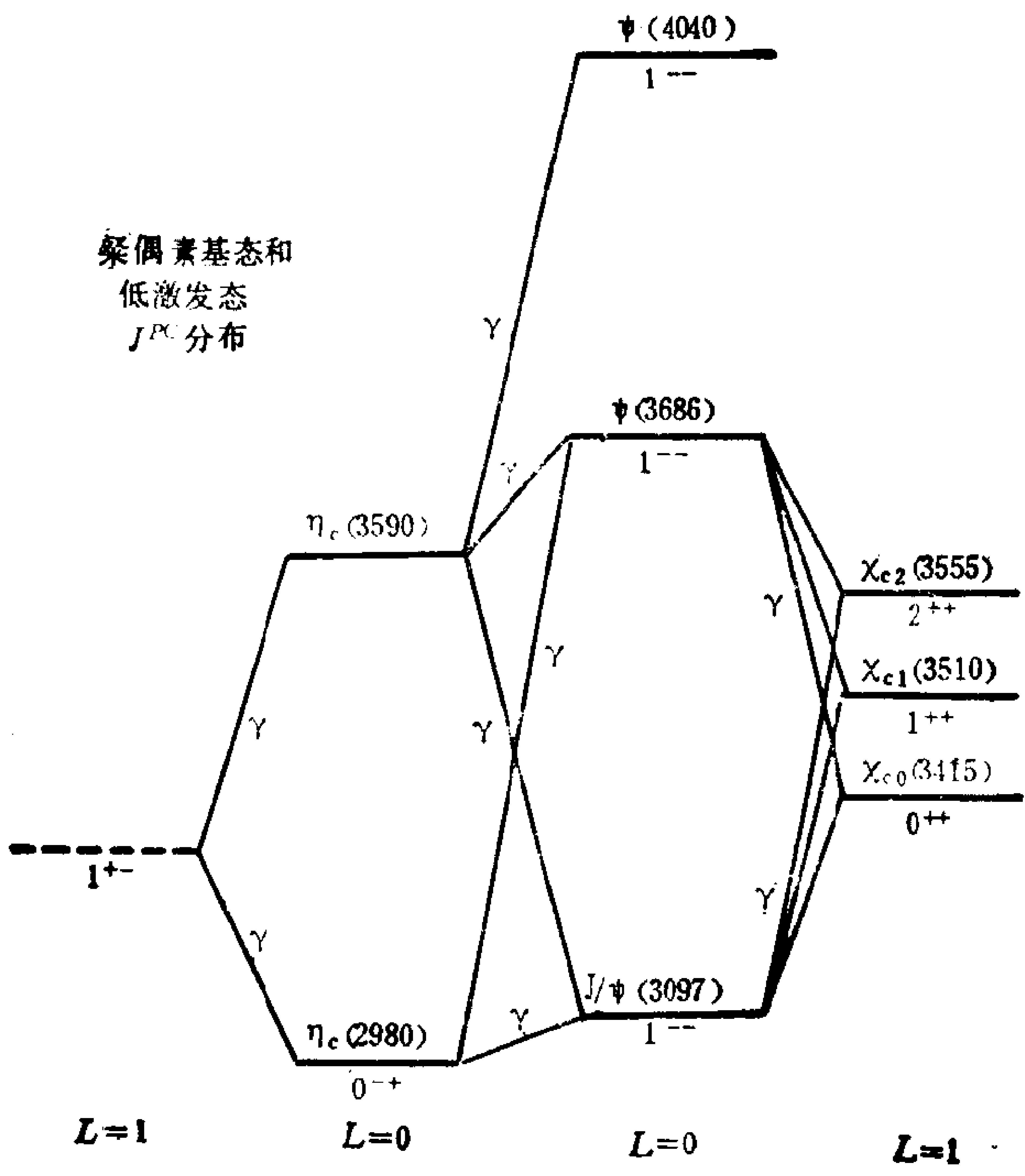


图 1-3.12

图中只给出了基态和第一激发态，只有 $J^{PC}=1^{--}$ 的第二径向激发态也列入了．现在已发现的粲偶素有 10 个，底偶素有 12 个．

6．粲粒子和底粒子

粲偶素的组成中虽然有粲夸克，但由于它包含一对正反粲夸克，它的粲数为零，称为隐粲粒子．只包含一个粲夸克或反粲夸克的介子称粲介子，同样地，只包含一个底夸克或反底夸克的介子称底介子．已发现的粲介子有 7 对正反粒子共 14 个，已发现的底介子有 2 对正反粒子共 4 个，它们的主要性质如下表：

粒子	S C B I J^P	m (MeV)	$\tau(10^{-13}s)$
D^+	0 1 0 $\frac{1}{2}$ 0^-	1869.3 ± 0.6	$10.69^{+0.34}_{-0.32}$
D^0	0 1 0 $\frac{1}{2}$ 0^-	1864.5 ± 0.6	4.28 ± 0.11
$D^*(2010)^+$	0 1 0 $\frac{1}{2}$ 1^-	2010.1 ± 0.6	$\Gamma<2.0$MeV
$D^*(2010)^0$	0 1 0 $\frac{1}{2}$ 1^-	2007.1 ± 1.4	$\Gamma<5$MeV
$D_J(2420)^0$	0 1 0 $\frac{1}{2}$	2422 ± 4	$\Gamma=(60\pm13)$MeV
D_S^+	1 1 0 0 0^-	1969.3 ± 1.1	$4.36^{+0.38}_{-0.32}$
D_S^*	1 1 0 0 1^-	2112.7 ± 2.3	$\Gamma<22$MeV
B^+	0 0 1 $\frac{1}{2}$ 0^-	5277.6 ± 1.4	$13.1^{+1.4}_{-1.3}$
B^0	0 0 1 $\frac{1}{2}$ 0^-	5279.4 ± 1.5	

如果重子的价夸克中有粲夸克称为粲重子，现已发现的粲重子有 5 对正反粒子共 10 个，它们的主要性质如下表：

这些符号中 c 的含意是相应重子的价夸克中的一个 s 夸克换成 c

粒　子	S	C	B	I	J^P	m(MeV)	$\tau(10^{-13}\mathrm{s})$
Λ_c^+	0	1	0	0	$\frac{1}{2}^+$	2284.9±1.5	$1.79^{+0.23}_{-0.17}$
$\Sigma_c(2455)^{++}$	0	1	0	1	$\frac{1}{2}^+$	2452.2±1.7	
$\Sigma_c(2455)^{+}$	0	1	0	1	$\frac{1}{2}^+$	2452.9±3.4	
$\Sigma_c(2455)^{0}$	0	1	0	1	$\frac{1}{2}^+$		
Ξ_c^+	−1	1	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}^+$	2460±19	$4.3^{+1.7}_{-1.2}$

夸克，由于 c 夸克的电荷比 s 夸克多 1，相应的重子的电荷都增加了 1.

§3.7 胶球，混杂子和重子偶素

胶球是有价胶子但没有价夸克的强子，胶球的典型特征是无色无味，这将在胶球对各强子道的衰变分支比中反映出来. 然而实际上胶球常和相同量子数的介子态发生混合，这就使胶球的辨认变得相当困难. 现有粒子中有两个是胶球的好的候选者，它们的主要性质如下:

$$\eta(1430)\,I^G=0^+,\ \ J^{PC}=0^{-+},\ \ m=(1440\pm 20)\,\mathrm{MeV},$$
$$\Gamma=(60\pm 30)\,\mathrm{MeV}$$
$$f_2(1720)\,I^G=0^+, J^{PC}=(2)^{++}, m=(1721^{+2}_{-4})\,\mathrm{MeV},$$
$$\Gamma=(138\pm 11)\,\mathrm{MeV}$$

其中 $f_2(1720)$ 的自旋倾向为 2，但还没有最后确定.

既有价夸克或反夸克又有价胶子的粒子称为混杂子，最简单的是混杂介子，它有一对正反价夸克和一个或多个价胶子，现在实验中发现的粒子中还没有混杂子很好的候选者.

有两个价夸克和两个价反夸克的强子称为重子偶素，重子偶素的典型特征是如果能量允许，它更容易衰变为一对正反重子. 由于重子偶素中有 4 个价夸克和反夸克，它有可能属于味 $SU(3)$ 的大于八维的表示，这是重子偶素的又一特性. 1986 年发现的 U 粒子，由于它的同位旋等于 $\frac{3}{2}$，应属于味 $SU(3)$ 的表示 27，如果它的存在被证实，将是重子偶素很好的候选者.

第四章　电弱统一理论

§4.1　弱相互作用现象

1. 弱衰变过程的特点

许多粒子可以通过弱相互作用而衰变，例如

$n \to p + e^- + \bar{\nu}_e$,　　$\mu^- \to e^- + \bar{\nu}_e + \nu_\mu$,　　$\pi^- \to \mu^- + \bar{\nu}_\mu$,

$\Lambda \to p + \pi^-$,　　$K^- \to \mu^- + \bar{\nu}_\mu$,

这种弱相互作用有其明显特点：

(1) 寿命长：中子的寿命最长，为(896 ± 10)s，μ^-粒子寿命为$(2.19703 \pm 0.00004) \times 10^{-6}$ s，其它弱衰变粒子的寿命在10^{-8} s到10^{-13} s的范围．即使是10^{-13} s的寿命，和粒子的自振动周期相比，仍然是很长的．这表明相互作用的强度很弱．

(2) 力程很短：质子的电磁半径为0.8 fm，实验表明，弱相互作用的力程至少远短于这个距离．根据现有实验得出弱相互作用的力程约为0.0024 fm，远短于强相互作用的力程．

(3) 每次弱相互作用过程往往伴随着粒子类型的变化或粒子转化为同类中不同荷电状态．

这些都说明弱相互作用是一种新类型的相互作用．

对弱相互作用规律的认识方面起重要作用的是关于"θ-τ疑难"的研究．1956年实验上发现了两个粒子θ和τ，它们的衰变行为分别为

$$\theta^+ \to \pi^+ + \pi^0, \qquad \tau^+ \to \pi^+ + \pi^+ + \pi^-$$

当时实验显示它们的质量和寿命在误差范围内相等，一个自然的解释是：θ和τ实际是同一种粒子的不同衰变方式．

由于π介子是赝标介子，θ^+ 介子衰变成的$\pi^+ + \pi^0$系统的总角动量和宇称只能是$0^+, 1^-, 2^+, \cdots$. τ^+介子衰变成的$\pi^+ + \pi^+ + \pi^-$系统的总角动量是两个π^+介子之间的相对轨道角动量 $\boldsymbol{L}_1$和π^-介子相对于 $\pi^+ + \pi^+$系统质心的轨道角动量$\boldsymbol{L}_2$的矢量和. 三个π介子的内禀宇称为(-1)，轨道宇称则取决于两个相对轨道角动量的量子数之和 $L_1 + L_2$. 由玻色统计给出L_1必须为偶，因此系统的宇称只能是$(-1)^{L_2+1}$. 从三个π介子的能量分布表明它们的总角动量为0，这表明必须 $L_1 = L_2$，因此宇称为-1. 但是 θ^+ 介子衰变成的$\pi^+ + \pi^0$ 系统的总角动量和宇称只能是0^+. 如果弱相互作用宇称是守恒的，则 θ^+ 和 τ^+ 是质量、寿命和电荷都相同但宇称相反的两种粒子，这是很难理解的，这就是"θ-τ 疑难".

2. 宇称不守恒问题

1956 年，李政道和杨振宁对这个问题进行了全面的分析，他们指出，宇称守恒在强相互作用和电磁相互作用过程中已经有大量的实验检验，但在弱相互作用过程中宇程守恒并没有经过判定性检验. 因此"θ-τ 疑难"出现的原因是把宇称守恒作为前提接受下来. 如果在弱相互作用过程中宇称可以不守恒，则 θ^+ 和 τ^+ 本来就是同一种粒子，"θ-τ 疑难"也就自然解决了.

1957 年，吴健雄等人用核磁共振的办法实现极化钴核，观察钴 60 核的 β 衰变：



$$60_{Co} \rightarrow 60_{Ni} + e^- + \bar{\nu}.$$

考虑衰变出的电子动量在极化钴核自旋方向的投影 p_J，这是一个赝标量，它在空间反射变换下是变号的. 如果弱相互作用宇称是守恒的，在 $p_J > 0$ 方向和 $p_J < 0$ 方向飞出的电子数应相等，亦即电子的角分布应为 $\cos\theta$ 的偶函数. 他们实验结果表明，向与钴核自旋相反方向飞出的电子数明显多于与钴核自旋相同方向飞出的电

子数，这就清楚地表明，弱相互作用过程中宇称守恒不再保持了.

§4.2 普适费米弱相互作用理论

1934 年，费米提出弱相互作用是 4 个费米子的直接相互作用，1957 年，Marshak 和 Sudarshan 根据弱相互作用过程中宇称不守恒的规律，总结提出普适费米弱相互作用理论. 这个理论认为：

(1) 弱相互作用的基本形式是费米子之间的直接转化，转化过程涉及两对费米子，每对费米子的类型相同，但电荷差为 1.

(2) 每对费米子的联系是既有矢量型的又有轴矢型的，这导致弱相互作用过程中宇称和 C 宇称分别都不守恒，但 CP 守恒.

(3) 所有弱相互作用过程中，耦合常数相同，是普适的.

这个理论普遍地准确地解释了当时观察到的所有弱相互作用实验现象. 现在定出普适费米弱相互作用耦合常数为

$$G_F=(1.16637\pm0.00002)\times10^{-5}\ \text{GeV}^{-2}$$

这理论在取得成功的同时，也从理论上遇到了两个基本困难：

(1) 理论对于弱相互作用过程算到最低级近似很好地与实验符合，进一步计算更高级修正时却得到无穷大，这就是"发散困难". 在量子电动力学中计算电磁相互作用时也遇到同样的问题，但这些无穷大可以通过重正化的办法消去，并得到精确的正确的结果. 量子场论的普遍理论给出，场论计算中出现的发散困难可以通过重正化的办法消去的一个必要条件是：所有的基本相互作用的耦合常数的量纲不是质量的负幂次.

场论中 Lagrange 作用量是无量纲量，但 Lagrange 作用量是 Lagrangian密度对全四维时空的积分，这就决定 Lagrangian密度的量纲是质量的四次方. 场量的物理意义是描写相应粒子的产生或湮灭，量子电动力学的基本相互作用是一个电子放出或吸收一

个光子，因此包含两个电子场量和一个电磁场量．但电子是费米子，光子是玻色子，而玻色子场量的量纲是质量的一次方，费米子场量的量纲是质量的1.5次方，量子电动力学的基本相互作用中各场量贡献的量纲共是质量的四次方，这决定了耦合常数(即电荷)是无量纲量，正符合可重正性的必要条件．

按照普适费米弱相互作用理论，基本的弱相互作用过程涉及两对费米子，基本相互作用中各场量贡献的量纲共是质量的六次方，因此决定普适费米弱相互作用耦合常数的量纲为质量的负二次方．按照上述可重正性的必要条件可以判定，利用普适费米弱相互作用理论计算高级修正时得到的无穷大并不能通过重正化的办法来消去，从而不可能得到精确的正确的结果．这是理论存在的严重问题．

(2) 粒子在碰撞时的碰撞概率用碰撞截面描写，碰撞截面的量纲是面积．粒子 A 和 B 的碰撞总截面的物理意义是：如果把两粒子的碰撞等效成刚性碰撞，A 粒子是点粒子，用 A 粒子去碰撞 B 粒子时，相当于 B 粒子的几何截面．显然截面愈大概率愈大．但碰撞总概率最大不能大于 1，这就决定碰撞总截面的增长要有个上限，称为幺正限．Froissart 普遍导出在碰撞质心系总能量$\sqrt{s}\to\infty$时，总截面的幺正限为

$$\sigma_{\text{tot}}<\sigma_0\left[\ln\left(\frac{s}{s_0}\right)\right]^2$$

其中 σ_0 和 s_0 为两个常数，这表明在高能时，总截面随质心系总能量的增加而增长的行为最多不能超过质心系总能量对数的平方．

Froissart 限描写了总截面高能行为所受的限制，但其中包含两个未知常数 σ_0 和 s_0，因此还难于从中直接作出定量的判断．考虑中微子和电子的散射

$$\nu_e+e^-\to\nu_e+e^-$$

其总截面按普适费米弱相互作用理论的一级近似给出为

$$\sigma=\frac{G_F^2}{\pi}s$$

它随 s 的增加而增加．但是现在是费米子的直接作用，只有角动量为零的分波有贡献，从散射的普遍理论给出总截面为

$$\sigma=\frac{\pi(1-\mathrm{Re}\,\alpha)}{2k^2}$$

其中 k 为在质心系中的动量，振幅 α 的模 $|\alpha|\leqslant 1$，这样在高能时因 $s=4k^2$，有

$$\sigma<\frac{4\pi}{s}$$

这个上限随 s 的增加而下降．由此得到普适费米弱相互作用理论得出的结果最多适用于

$$\sqrt{s}<\sqrt{\frac{2\pi}{G_F}}=734\ \mathrm{GeV}$$

即相当于动量为 367 GeV 的两个粒子对撞．由此可见，尽管普适费米弱相互作用理论取得了很大的成功，但它不是弱相互作用的基本理论，它只是在低能范围适用的一个很好的近似理论．需要进一步探索弱相互作用的基本理论，这个理论是可以重正化的，在高能时不会破坏幺正性，同时在低能范围内又以足够好的近似回到了普适费米弱相互作用理论．

§4.3 中间玻色子理论和电弱统一的可能性

针对普适费米弱相互作用理论的上述基本困难，很快地出现了弱相互作用的中间玻色子理论．带电粒子之间的电磁相互作用是通过带电粒子放出和吸收光子的交换过程而实现的，与此类似这个理论认为费米子之间的弱相互作用是通过放出和吸收质量很重的自旋为 1 的粒子——中间玻色子 W 的交换过程来实现的．

中间玻色子理论给出基本的弱相互作用过程是一个费米子放出或吸收一个中间玻色子，它包含两个费米子场量和一个玻色子场量，因此耦合常数可以是无量纲量，符合可重正性的必要条件.利用这个理论来计算高能散射过程时，所得结果相当于原来结果再乘一个正比于 M^4/s^2 的因子，其中 M 是中间玻色子的质量.有了这个因子，就有可能不出现随着 s 的增加截面超过幺正限的困难. 由此可见，普适费米弱相互作用理论的基本困难在中间玻色子理论中都有可能被克服，正因为如此，在普适费米弱相互作用理论建立后不久，弱相互作用的中间玻色子理论的探索研究很快就发展起来了.

场论普遍给出，如果相互作用的媒介粒子的质量为 M，相互作用荷为 g，则这种相互作用的静势为汤川型：

$$V(r)=g^2\frac{e^{-Mr}}{r}$$

其力程为

$$L=\frac{1}{M}$$

只由媒介粒子的质量决定. 由于光子无静止质量，电磁相互作用是一种长程相互作用.

根据实验中显示的弱相互作用的规律性可以得到对中间玻色子的要求. 弱相互作用过程中类型相同的费米子之间的电荷差为1，这要求中间玻色子 W 带单位电荷；弱相互作用的普适耦合常数 G_F 可以把中间玻色子的耦合常数和质量联系起来：

$$m<\sqrt{\frac{\pi\alpha_W}{\sqrt{2}\,G_F}}$$

其中 α_W 是费米子和中间玻色子的耦合常数. 如果 α_W 取值为精细结构常数 α，则中间玻色子的质量约为 $M=37.3$ GeV，相应地弱相互作用的力程为 5.29×10^{-18} m；如果 α_W 取值为 1，则中间玻

色子的质量约为 $M=436$ GeV，相应的力程为 4.53×10^{-19} m；这都和实验上显示的弱相互作用力程远短于 10^{-16} m的要求相一致.

电磁相互作用和弱相互作用的行为有很大的不同，主要表现在以下 4 方面.

电磁相互作用	弱相互作用
长　程	短　程
作用较强	作用较弱
作用时电荷不变	作用时电荷改变
宇称守恒	宇称不守恒

从中间玻色子理论来看，前三方面的差异都可以从中间玻色子 W 是质量很重的自旋为 1 的粒子来解释. 可以将弱相互作用的中间玻色子理论和电磁相互作用理论对比如下：

	电磁理论	中间玻色子理论
媒介粒子	光　子	中间玻色子
质量和力程	$m_\gamma=0\Rightarrow$长程	m_W 很大$\Rightarrow$短程
自　旋	$J_\gamma=1$	$J_W=1$
电　荷	$Q_\gamma=0\Rightarrow$不变	$Q_W=\pm1\Rightarrow$改变
耦合常数	$\alpha=0.0073$	$\alpha_W=5.25\times10^{-6}\dfrac{m_W^2}{\text{GeV}^2}$

由此可见，适当规定中间玻色子的性质所建立的中间玻色子理论，有可能是可以重正化的，在高能时不会破坏幺正性，同时在低能范围内又以足够好的近似回到了普适费米弱相互作用理论. 从电磁理论和中间玻色子理论对比来看，电磁相互作用和弱相互作用的机理很相似，有可能它们有统一的来源，可以在理论上统一起来. 由于电磁相互作用是规范相互作用，电磁场是一种规范场，电荷的普适性和电磁相互作用的可重正性都和这一点分不开. 统

一的电弱相互作用也应是规范相互作用. 如要建立电磁相互作用和弱相互作用的统一理论,还要解决以下几个问题:

(1) 规范相互作用总是和一定规范变换群下的不变性相联系,电磁规范相互作用是和$U(1)$规范不变性相联系. 如果有统一的电弱规范相互作用，首先要回答它是和什么规范变换群的不变性相联系.

(2) 电磁规范相互作用是通过放出和吸收光子来体现的，规范不变性决定光子的自旋为1,光子的质量为0. 统一的电弱相互作用如果是规范相互作用,则规范粒子的自旋应为1,质量应为0. 但中间玻色子的质量很重,这表明规范对称性已经破缺,就需要回答规范对称性如何破缺,如何使中间玻色子得到质量的机理.

(3) 电磁规范相互作用是可重正的，这是理论上已经证明了的. 但对于更大规范变换群的电弱相互作用，是不是仍然是可重正的,特别是在规范对称性破缺,中间玻色子得到质量之后，电弱相互作用是不是仍然是可重正的,这还需要从理论上给于证明.

(4) 场论中给出:在连续变换对称性自发破缺时,必然伴随出现零自旋,零质量的粒子,称为Goldstone玻色子.然而实验上并没有发现这样的粒子，因此，如何能在电弱规范对称性破缺的同时,又不出现这种零自旋、零质量的粒子，也是理论上必须解决的问题.

§4.4 电弱统一理论

1961年,Glashow提出了一个$SU(2)\times U(1)$电弱统一模型,1967年和1968年Weinberg和Salam把这个理论建立在规范场理论的基础上,并引入对称性自发破缺的机理,使这个理论发展完善。1971年和1972年't Hooft和Veltman等人证明了这个理论是可重正化的. 在把这个理论推广到包括夸克和强子时，理论

上遇到了如何保证不出现奇异数改变弱中性流的问题. 1970 年, Glashow、Iliopoulos、Maiani 提出了夸克混合的机理, 解决了这个困难. 这个机理称为GIM机理,它预言了有第 4 味夸克——粲夸克的存在,并预言了粲夸克的质量。1974 年发现的 J/ψ 粒子证实了粲夸克的存在, 并且其质量也和 GIM 机理中预言的相符合. 1973 年, Kobayashi 和 Maskawa 又把这种混合机理推广到 3 代夸克的情形. 这样一个包括轻子和夸克的 $SU(2)\times U(1)$电弱统一的规范理论就形成并建立起来了.

1. 电弱统一理论中包含的粒子

$SU(2)\times U(1)$电弱统一理论认为统一的电弱相互作用满足 $SU(2)\times U(1)$的内部规范对称性, 对应存在的规范场有 4 个独立分量,场的激发表现为 4 种规范玻色子:

W^+, W^-, W^0, 属于 $SU(2)$规范场

B^0, 属于 $U(1)$规范场

这些规范玻色子的质量为零,自旋为1. 由于质量为零,自由粒子只能以光速运动,其自旋沿运动方向的投影只能是 1 或 −1, 亦即只有 2 个独立自旋分量.

理论中要求存在的第 2 类粒子是费米子,自旋为$\frac{1}{2}$,质量均为零. 由于质量为零,自由粒子只能以光速运动,并且左旋分量和右旋分量互相独立,完全分开. 费米子的存在按照代来区分,每一代作为一个整体一起存在. 每一代费米子共包含 15 个独立分量,以第一代为例, 可以列如下表, 其中附标L和R分别表示左旋和右旋分量. 理论中并不一定要求有右旋中微子, 可以只有左旋中微子.

理论中要求存在的第 3 类粒子是 Higgs 粒子,自旋为 0, 质量

类型	轻子		夸克	
色 $SU(3)$ 表示	**1**	**1**	**3**	**3**
电荷	0	-1	$\frac{2}{3}$	$-\frac{1}{3}$
粒子	ν_L	e_L e_R	u_L u_R	d_L d_R

为纯虚数．最小电弱统一理论中可以只有 4 个 Higgs 粒子：ϕ^+，ϕ^-，ϕ^0，$\bar{\phi}^0$．

各粒子在 $SU(2)$ 规范变换下的性质可以用所属表示的量子数——弱同位旋 I 来描写，在 $U(1)$ 规范变换下的性质可以用描写 $U(1)$ 群表示的量子数——弱超荷 Y 来描写，因此粒子在 $SU(2)\times U(1)$ 规范变换下的性质可以用 (I,Y) 来描写．上面所介绍的各粒子的变换性质总结如下表：

类型	规范玻色子		轻子		夸克			Higgs 粒子
粒子	W^+ W^0 W^-	B^0	ν_L e_L	e_R	u_L d_L	u_R	d_R	$\phi^+\phi^0$
(I,Y)	$(1,0)$	$(0,0)$	$\left(\frac{1}{2},-1\right)$	$(0,-2)$	$\left(\frac{1}{2},\frac{1}{3}\right)$	$\left(0,\frac{4}{3}\right)$	$\left(0,-\frac{2}{3}\right)$	$\left(\frac{1}{2},1\right)$

注意其中 ϕ^-，$\bar{\phi}^0$ 分别是 ϕ^+，ϕ^0 的反粒子，在表中没有列入．

2．粒子之间的相互作用机理

规范相互作用的特点和优点是有统一的耦合常数，$SU(2)\times U(1)$ 规范相互作用实际上涉及的是两个互相独立的规范变换群 $SU(2)$ 和 $U(1)$．因此有 2 个独立的规范耦合常数：

g_2——$SU(2)$ 群的规范耦合常数，和 W^+，W^0，W^- 对应；

g_1——$U(1)$ 群的规范耦合常数，和 B^0 对应．

$SU(2)$规范场自己还可以和自己相互作用，它的耦合常数也是 g_2. 费米子和 Higgs 粒子与规范粒子的耦合常数都是 g_2 和 g_1. 费米子场量的量纲是质量的 1.5 次方，费米子的自作用至少要涉及四个费米子场量，一共是质量 6 次方的量纲，不符合可重正性的要求，因此费米子场没有直接的自相互作用. Higgs 场的场量的量纲是质量的一次方，涉及 4 个 Higgs 粒子的自作用仍然符合可重正性的要求，因此 Higgs 场有自相互作用. 在最小电弱统一理论中，Higgs 场自相互作用中共引入了 2 个独立的耦合常数 λ 和 μ. 费米子和 Higgs 粒子之间也有相互作用，在最小电弱统一理论中，如果只有一代费米子，则有 3 个独立的耦合常数 f_1, f_2, f_3. 粒子之间的上述相互作用联系的示意图如图 1-4.1.

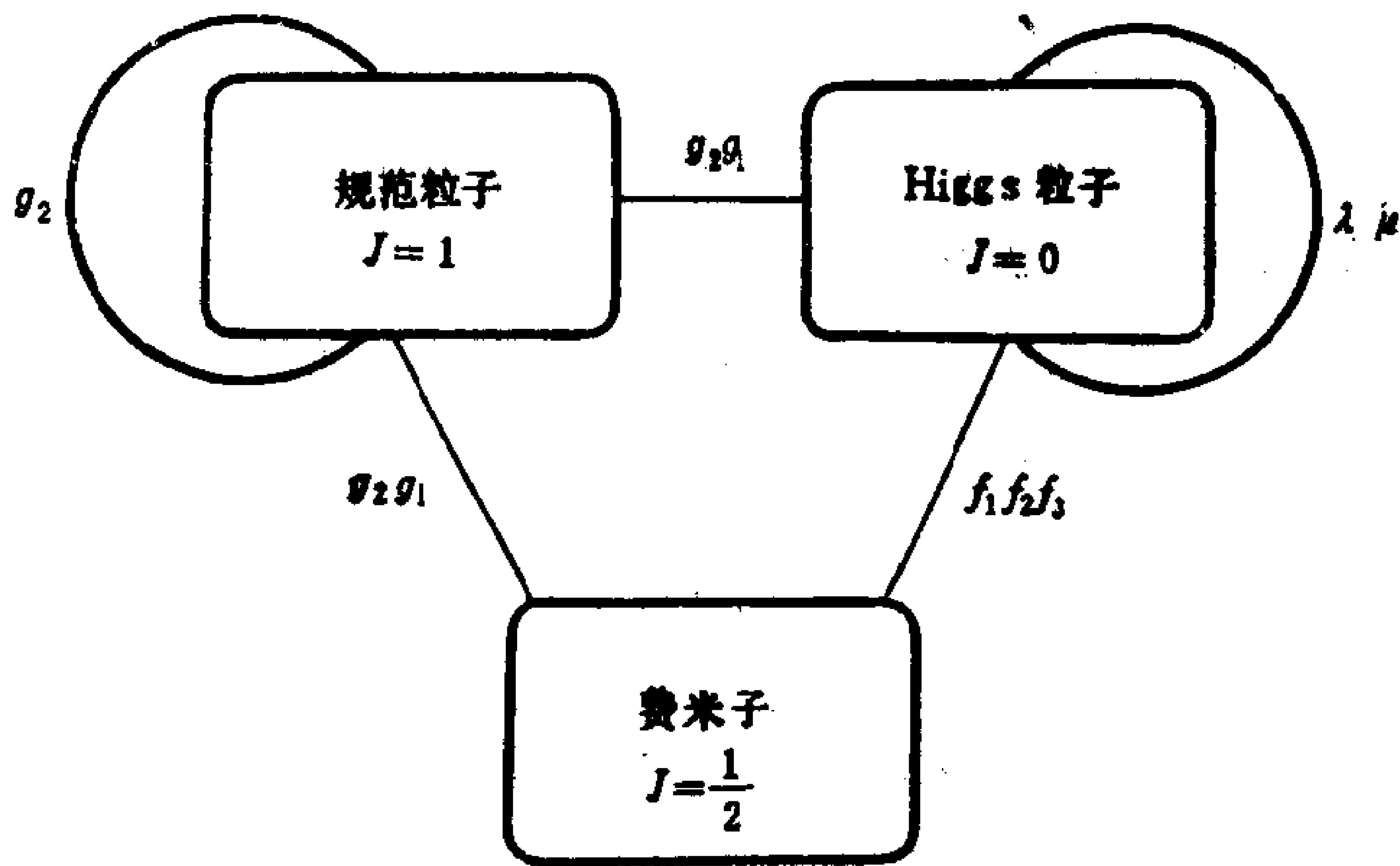


图 1-4.1

3. 对称性的自发破缺

整个理论要求在 $SU(2)\times U(1)$ 规范变换下是不变的，这是很高的对称性. 我们具体考察 Higgs 场的 Lagrangian，它可表为

$$L=(D_\mu\Phi)^+(D^\mu\Phi)-V(\Phi)$$

其中 Φ 是 Higgs 场的场量，由于这场量的变换性质是

$(I, Y)=\left(\frac{1}{2}, 1\right)$, Φ 可表为

$$\Phi=\begin{pmatrix}\phi^{+}\\ \phi^{0}\end{pmatrix}$$

D_μ 是协变微分算符，可表为

$$D_\mu=\begin{pmatrix}\partial_\mu-i\frac{g_2}{2}W_\mu^0-i\frac{g_1}{2}B_\mu^0 & -i\frac{g_2}{\sqrt{2}}W_\mu^{+}\\ -i\frac{g_2}{\sqrt{2}}W_\mu^{-} & \partial_\mu+i\frac{g_2}{2}W^0-i\frac{g_1}{2}B_\mu^0\end{pmatrix}.$$

$SU(2)$变换不变性的一个体现是 L 中的矩阵最后都乘成标量.

可以和力学进行对比. 如果考虑一个粒子的运动，描述粒子运动的量是粒子的空间位置坐标 x, y, z，粒子的 Lagrangian 可表为动能T和势能V之差. 动能是速度 v_x, v_y, v_z 的函数，即是坐标对自变量 t 的微商的函数. 势能 V 则只是粒子空间位置坐标的函数. 现在考虑的是一个充满全空间的 Higgs 场，描述场的运动状态的量是场量. 现在自变量是 4 维时空，因此和粒子速度相对应的量应是场量对 4 维时空的微商. 这样上面给出的 Lagrangian 的第一项正相当于场的动能，第二项正相当于场的势能.

对于粒子运动来说，最低能量状态应是动能为零、势能极小的位置. 对于 Higgs 场来说最低能量状态也应是动能为零，势能极小的情形. 如果场量 Φ 的值不随时空变化而是一个常数，则保证动能为零. Φ 各分量值的选取可以按照使 $V(\Phi)$ 达最小值的要求来决定，这就得到了 Higgs 场的最低能量状态.

所有的场都处于能量最低状态时称为真空，因此真空的一个必要条件是 Higgs 场处于能量最低状态. 按照上面的分析，就是要令 Φ 取某一常数值而使 $V(\Phi)$ 达最小值. 上面的这些对比列如下表.

现在来考察 Higgs 场自相互作用势 $V(\phi)$ 的结构和性质. 由

	粒　　子	Higgs 场
自变量	t	x_μ　$\mu=0,1,2,3$
状态的描写	$x(t)$	$\Phi(x)$
动　　能	$\frac{1}{2}m\left(\frac{dx}{dt}\right)^2$	$[D_\mu\Phi]^+[D^\mu\Phi]$
势　　能	$V(x)$	$V(\Phi)$
Lagrangian	$\frac{1}{2}m\left(\frac{dx}{dt}\right)^2-V(x)$	$[D_\mu\Phi]^+[D^\mu\Phi]-V(\Phi)$
能量最低态	$x=x_0$ 与 t 无关 $V(x)\|_{x=x_0}$达最小值	$\Phi=\langle\Phi\rangle_0$ 与 x_μ 无关 $V(\Phi)\|_{\Phi=\langle\Phi\rangle_0}$ 达最小值

于Φ的变换性质是$(I, Y)=\left(\frac{1}{2},1\right)$，$\Phi^+$的变换性质是$(I, Y)=\left(\frac{1}{2},-1\right)$，但$V(\phi)$的变换性质必须是(0，0)以体现在$SU(2)\times U(1)$变换下不变．如果把$V(\Phi)$表成$\Phi$和$\Phi^+$的幂级数，一定要$\Phi$与$\Phi^+$配对地出现，才能保证$Y=0$,并有可能使$I=0$.这样，这幂级数中将只出现偶次项．理论的可重正性要求Higgs场量的幂次不能超过4次，因此$V(\Phi)$的表达式中除了没有特别含义的常数项外,只能有2次项和4次项,可普遍表为

$$V(\Phi)=-\mu^2\Phi^+\Phi+\lambda(\Phi^+\Phi)^2$$

其中出现2个独立的参数λ和μ，λ是无量纲量，μ具有质量量纲.

为了便于讨论,将Φ表为

$$\Phi=\frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix}\phi_1+i\phi_2\\ \phi_3+i\phi_4\end{pmatrix}$$

其中$\phi_1,\phi_2,\phi_3,\phi_4$为实场,这样

$$\Phi^+\Phi=\frac{1}{2}(\phi_1^2+\phi_2^2+\phi_3^2+\phi_4^2)$$

令 $\Phi^+\Phi=f^2$，则 $V(\Phi)$ 只是 f 的函数：

$$V(\Phi)=-\mu^2 f^2+\lambda f^4.$$

求 $V(\Phi)$ 的最小值，$\frac{\partial V}{\partial f}=0$，给出 $f=0,\sqrt{\frac{\mu^2}{2\lambda}}$，并有

$$\left.\frac{\partial^2 V}{\partial f^2}\right|_{f=0}=-2\mu^2,$$

$$\left.\frac{\partial^2 V}{\partial f^2}\right|_{f=\sqrt{\frac{\mu^2}{2\lambda}}}=4\mu^2.$$

由此可以看出，$V(\Phi)$ 有确定最小值的必要条件是 $\lambda\geqslant 0$，如果 $\lambda>0$，同时也就是充分条件．在 $\lambda>0$ 的条件下，如果 $\mu^2<0$，则极小值落于 $f=0$ 处，在 f 取实数值时只有这一个极值；如果 $\mu^2>0$，则 $f=0$ 处是极大值，其值为 0，$f=\sqrt{\frac{\mu^2}{2\lambda}}$ 处是极小值，其值为 $V=-\frac{\mu^4}{4\lambda}$

重要的是 $\lambda>0$，$\mu^2>0$ 的情形，$V(\Phi)$ 的示意图如图 1-4.2，$V(\Phi)$ 对 f 的函数关系如图 1-4.3 所示．按照真空的含义，当 Φ 取值使 $f=\sqrt{\frac{\mu^2}{2\lambda}}$ 时是物理上的真空．满足条件

$$\Phi^+\Phi=f^2=\frac{1}{2}(\phi_1^2+\phi_2^2+\phi_3^2+\phi_4^2)=\frac{\mu^2}{2\lambda}$$

的所有的点的整体具有 $SU(2)\times U(1)$ 对称性，这些点的整体相当于以 ϕ_1,ϕ_2,ϕ_3，ϕ_4 为坐标的实4维欧氏空间中的一个3维球面，具有4维旋转对称性．但是尽管所有满足这条件的点(状态)都可以是物理真空，而现实的物理真空只有一个，亦即只能是这些状态中的某一个．这在图 1-4.2 中可以明显地看出，图中在一个二维平面上示意给出势能曲面．正中心的点是一个势能的极大值点，但在

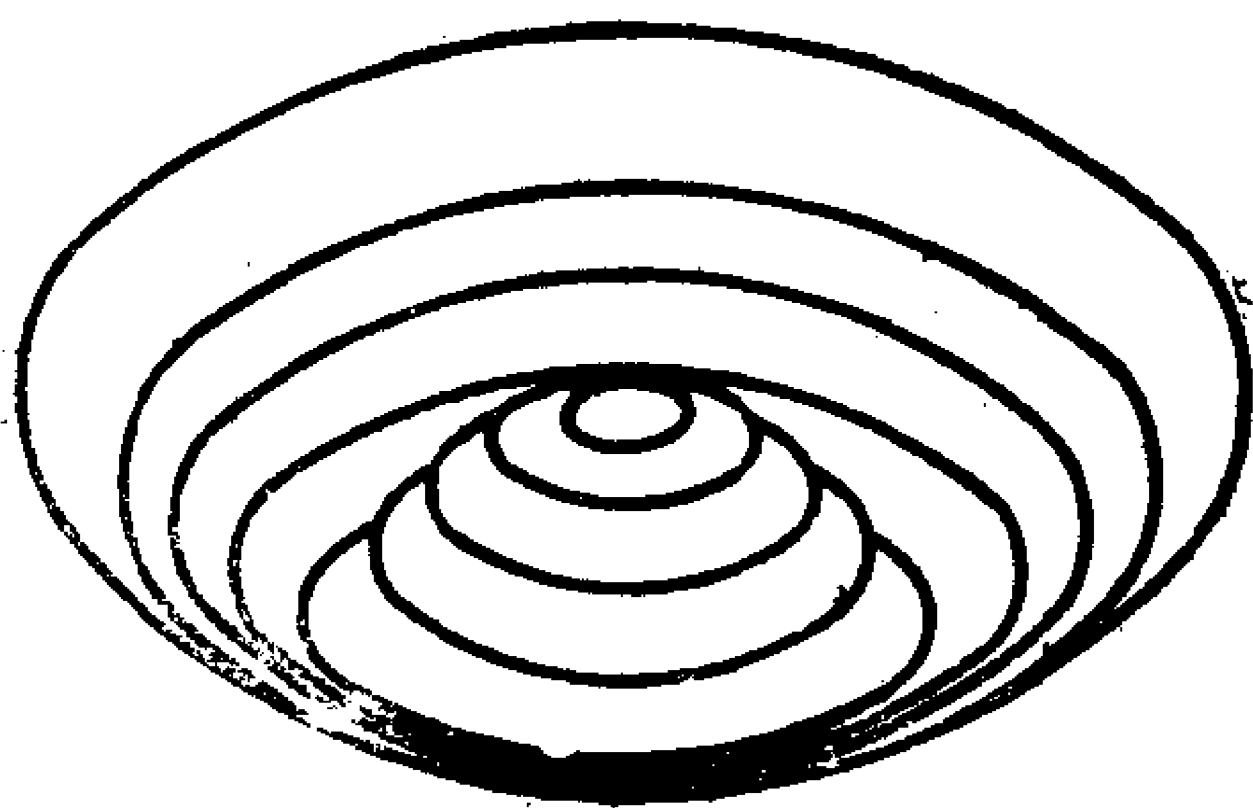


图 1-4.2

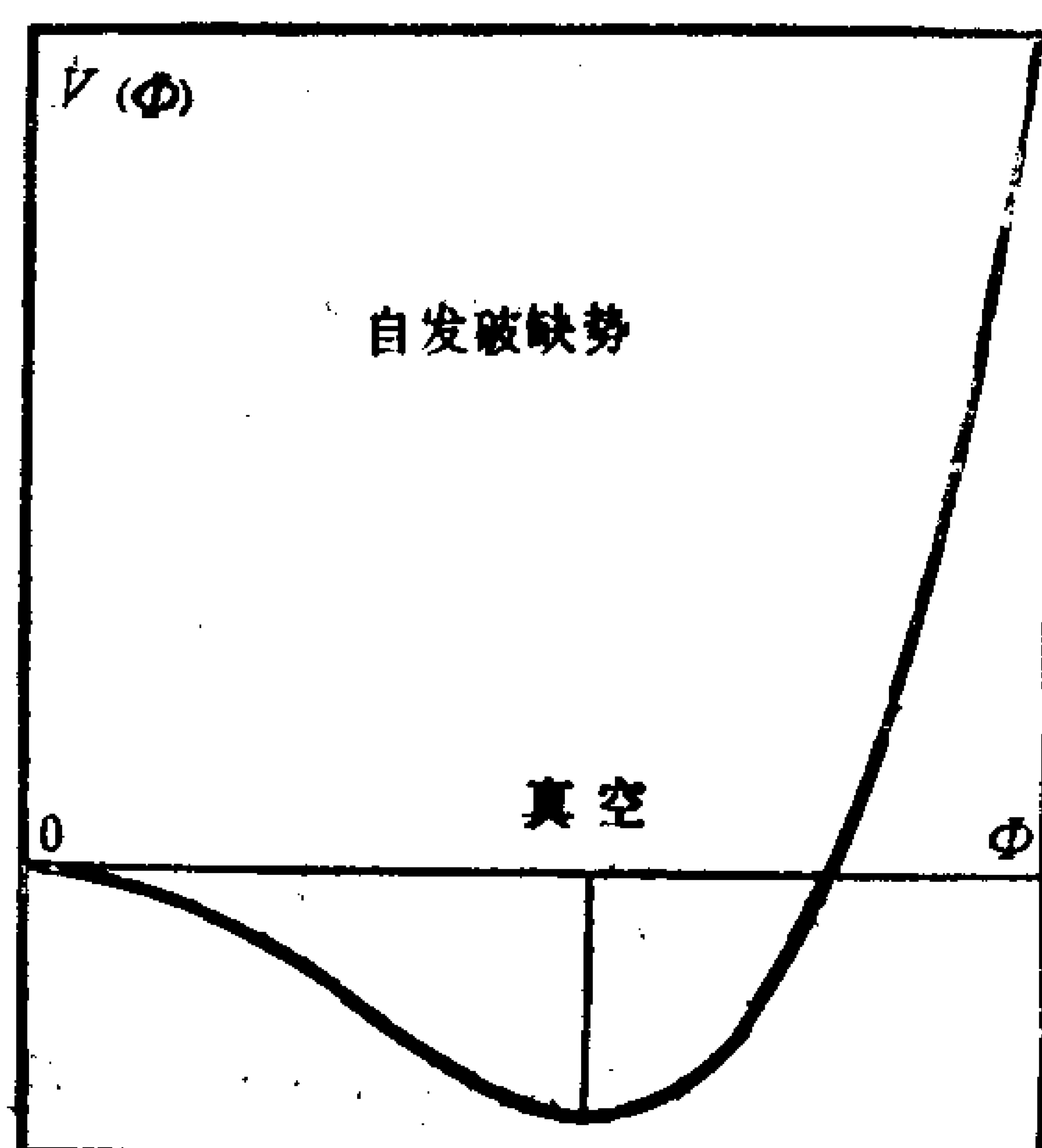


图 1-4.3

这点来看，周围的势能分布具有很好的旋转对称性，这个点不是能量最低状态，能量最低的点是在这点周围的一个圆圈上，构成一个环形山谷．这些点的整体具有很好的旋转对称性，但现实的物理真空只能是其中的某一点．对于这个作为物理真空的状态来看，原有的对称性就不再保持了，这就是对称性的自发破缺．

如果对称性自发破缺后 Higgs 场的真空期待值为

$$\langle \Phi \rangle_0 = \begin{pmatrix} 0 \\ \dfrac{v}{\sqrt{2}} \end{pmatrix}.$$

其中 $v=\sqrt{\dfrac{\mu^2}{\lambda}}$，可以考察对称性自发破缺的程度．群的变换性质由群的生成元来描写，如果一个状态被某一群所有的生成元乘之后都得零，就表明这个状态在该群的变换下不变．要考察在对称性自发破缺后还剩了什么对称性，只要考察真空态还具有什么对称性就行了．现在已知在物理真空中，除 Higgs 场外，其它场的场量都为零，只有 Higgs 场的真空期待值不为零，而取上式给出的值，因此上式实际上就是真空态在 Higgs 场量上的体现．

$SU(3)\times U(1)$的生成元共有4个，即$I_1, I_2, I_3, \frac{Y}{2}$，对于表示$(I, Y)=\left(\frac{1}{2}, 1\right)$的 Higgs 场 Φ，这4个生成元可表成2行2列矩阵形式：

$$I_1=\frac{1}{2}\begin{pmatrix}0 & 1\\ 1 & 0\end{pmatrix},\quad I_2=\frac{1}{2}\begin{pmatrix}0 & -i\\ i & 0\end{pmatrix}, I_3=\frac{1}{2}\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & -1\end{pmatrix},$$

$$\frac{Y}{2}=\frac{1}{2}\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$$

需要考察这4个生成元的哪个或哪几个线性组合乘到$\langle\Phi\rangle_0$上得零．结果很容易验证：

$$\left(I_3+\frac{Y}{2}\right)\langle\Phi\rangle_0=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}0\\ \frac{v}{\sqrt{2}}\end{pmatrix}=0$$

这表明尽管$SU(2)\times U(1)$的规范对称性破缺了，但仍然保留了一个以

$$Q=I_3+\frac{Y}{2}$$

为生成元的$U(1)$规范对称性．这个规范相互作用就是现在所观察到的电磁相互作用，Q就是电荷．这个仍保留的规范场的规范玻色子就是光子，它仍是无质量的粒子，它来源于原来W^0和B^0的线性组合．W^0和B^0的另一线性组合表现为Z^0粒子，在对称性自发破缺后获得很重的质量．原来的W^+和W^-在对称性自发破缺时也获得很重的质量．W^+，W^-，Z^0就是传递弱相互作用的媒介粒子．

考察对称性自发破缺后规范粒子所受的影响，在 Higgs 场Lagrangian 中的动能项中将Φ用它的真空期待值代入：

$$[D_\mu\langle\Phi\rangle_0]^+[D^\mu\langle\Phi\rangle_0]=\frac{g_2^2}{4}v^2W_\mu^+W^{-\mu}+\frac{g_2^2+g_1^2}{8}v^2Z_\mu^0Z^{0\mu}$$

其中

$$Z_\mu^0=\frac{g_2W_\mu^0-g_1B_\mu^0}{\sqrt{g_2^2+g_1^2}}.$$

按照场论，带电粒子场量二次项的系数是粒子质量的平方，中性粒子场量二次项的系数是粒子质量平方除 2. 因此 $W^\pm$ 粒子和 Z^0 粒子获得的质量 m_W 和 m_Z 分别满足：

$$m_W^2=\frac{1}{4}g_2^2v^2$$

$$m_Z^2=\frac{1}{4}(g_2^2+g_1^2)v^2$$

引入 Weinberg 角，定义为

$$\sin\theta_W=\frac{g_1}{\sqrt{g_2^2+g_1^2}},\quad \cos\theta_W=\frac{g_2}{\sqrt{g_2^2+g_1^2}}$$

这样立即有

$$m_W^2=m_Z^2\cos^2\theta_W.$$

Z^0 粒子场量可表为

$$Z_\mu^0=\cos\theta_W W_\mu^0-\sin\theta_W B_\mu^0$$

W_μ^0 和 B_μ^0 的另一个与之正交的线性组合就是电磁场量

$$A_\mu^0=\sin\theta_W W_\mu^0+\cos\theta_W B_\mu^0$$

它仍然是无质量的粒子，反映了电磁相互作用的 $U(1)$ 规范对称性仍然保持.

再考察 Higgs 粒子的质量，在 $V(\Phi)$ 中 Higgs 场量 2 次项的系数应是 Higgs 粒子质量的平方（对复场）或质量平方除 2（对实场）. 在对称性自发破缺前，这系数小于零，反映出 Higgs 粒子的质量应为虚数. 在对称性自发破缺后，情况有所不同，将

$$\Phi^+\Phi=\frac{1}{2}[\phi_1^2+\phi_2^2+(v+H)^2+\phi_4^2]$$

代入 $V(\Phi)$ 后展开，取出含场量 2 次的项为

$$\lambda v^2 + H^2 = \mu^2 H^2$$

这表明 H 粒子获得了质量，但 ϕ_1, ϕ_2, ϕ_4 表现为零质量粒子. 这 3 个粒子应表现为带电的 $\phi^+ = \frac{1}{\sqrt{2}}(\phi_1 + i\phi_2)$，$\phi^- = \frac{1}{\sqrt{2}}(\phi_1 - i\phi_2)$和中性的 ϕ_4. 这些零质量的粒子出现并没给理论上带来困难，原因是 3 个规范粒子 W^+, W^-，Z^0 得到了质量. 当它们质量为零时，尽管它们的自旋为 1，只有 2 个独立的极化分量. 在通过对称性自发破缺获得质量后，每一个粒子都将有 3 个独立的极化分量，还缺一个分量，这个分量可以通过规范变换将零质量的 Higgs粒子取来补充. 换言之，对称性的自发破缺，会产生零质量零自旋的玻色子，称为 Goldstone 粒子，同时又会使某些规范粒子获得质量，而每一个获得质量的规范粒子同时又将"吃掉"一个 Goldstone粒子. 最小电弱统一理论中出现的 3 个Goldstone 粒子刚好全部被 3 个重规范粒子所吃掉，因此不会出现可以被观察到的零质量零自旋的粒子. 可以被实际观察到的 Higgs 粒子将只有中性的 H^0.

既然对称性自发破缺之后只有 Higgs 场的真空期待值不为零，其它场的真空期待值仍为零，因此凡是有 Higgs 场参与的相互作用和过程，都将反映出对称性自发破缺所带来的影响和变化.

在电弱统一理论中，凡是左旋费米子都属于弱同位旋 2 重态，凡是右旋费米子都是弱同位旋单态. 在 Lagrangian 中费米子的质量项表现为左旋场量和右旋场量相乘的项. 但在电弱统一理论中，这样的项只能是弱同位旋 2 重态，不能符合 $SU(2) \times U(1)$不变性的要求，从而不能存在，这就决定了所有费米子都是无质量的粒子.

由于 Higgs 粒子是$(I, Y) = \left(\frac{1}{2}, 1\right)$的粒子，它和左旋费米子

以及右旋费米子一起可以构成$(I,Y)=(0,0)$的项，这样的项代表了 Higgs 场和费米子的相互作用. 对称性自发破缺时，将 Higgs 场量用它的真空期待值代入，就得到左旋费米子和右旋费米子耦合的项，这样费米子获得了质量.

4. 电磁相互作用与弱相互作用的分离

对称性自发破缺后，$W^{\pm}$ 粒子获得了质量，传递带电流弱相互作用，其耦合常数为$\frac{g_2}{\sqrt{2}}$. 由于 $W^{\pm}$粒子很重，相互作用力程很短.

中性流的情况比较复杂，主要涉及电磁相互作用和中性流弱相互作用的分离. 可以避开繁复的推导，如下地直接给出主要结果：

破缺前对称性	$SU(2)\times U(1)$	
耦合常数	g_2	g_1
场量	W^0	B^0

破缺后保留的 $U(1)$ 对称性 $\quad Q=I_3+\frac{Y}{2}$

电磁场量

$$A=\frac{\frac{1}{g_2}}{\sqrt{\frac{1}{g_2^2}+\frac{1}{g_1^2}}}W^0+\frac{\frac{1}{g_1}}{\sqrt{\frac{1}{g_2^2}+\frac{1}{g_1^2}}}B^0$$

电磁相互作用

$$\frac{\frac{1}{g_2}}{\sqrt{\frac{1}{g_2^2}+\frac{1}{g_1^2}}}g_2J^3+\frac{\frac{1}{g_1}}{\sqrt{\frac{1}{g_2^2}+\frac{1}{g_1^2}}}g_1J^Y$$

$$=\frac{g_1g_2}{\sqrt{g_1^2+g_2^2}}(J^3+J^Y)=\frac{g_1g_2}{\sqrt{g_1^2+g_2^2}}J^{em}$$

Z 粒子场量

$$Z=\frac{\frac{1}{g_1}}{\sqrt{\frac{1}{g_2^2}+\frac{1}{g_1^2}}}W^0-\frac{\frac{1}{g_2}}{\sqrt{\frac{1}{g_2^2}+\frac{1}{g_1^2}}}B^0$$

中性流弱作用

$$\frac{\frac{1}{g_1}}{\sqrt{\frac{1}{g_2^2}+\frac{1}{g_1^2}}}g_2J^3-\frac{\frac{1}{g_2}}{\sqrt{\frac{1}{g_2^2}+\frac{1}{g_1^2}}}g_1J^Y$$

$$=\sqrt{g_1^2+g_2^2}\left(J^3-\frac{g_1^2}{g_1^2+g_2^2}J^{em}\right)$$

由此可见，只要确定了对称性破缺后仍然保留的$U(1)$规范群的生成元是$Q=I_3+\frac{Y}{2}$，就可以推出以下结果：

	场　量	耦合常数	相互作用流
电磁相互作用	$\sin\theta_W W^0+\cos\theta_W B^0$	$g_2\sin\theta_W$	$J^{em}=J^3+J^Y$
中性流弱作用	$\cos\theta_W W^0-\sin\theta_W B^0$	$\frac{g_2}{\cos\theta_W}$	$J^3-\sin^2\theta_W J^{em}$

电弱统一理论解释了过去电磁相互作用理论和弱相互作用理论所解释的实验事实，同时还给出了过去理论中所没有的新的预言．这些预言中，在低能范围内就可以检验的是关于中性流弱相互作用的预言．电弱统一理论预言存在中性流弱相互作用；中性流弱相互作用和带电流弱相互作用强度是同量级的；中性流的结构唯一地由参数$\sin^2\theta_W$决定．

1973年，2个独立的实验验证了中性流弱相互作用的存在，并且其相互作用强度与带电流弱相互作用是同量级的．1978年，9个独立的关于中性弱流结构的实验定出的参数$\sin^2\theta_W$相互接近，平均值为$\sin^2\theta_W=0.23$．这些结果是对电弱统一理论的重要验证．现在实验定出

$$\sin^2\theta_W=0.230\pm0.005$$

低能弱相互作用过程是通过交换中间玻色子来实现的，有效耦合常数与所交换的中间玻色子的质量平方成反比．带电流弱相互作用和中性流弱相互作用交换的粒子分别是$W^{\pm}$粒子和Z^0粒

子，它们的质量不同，因此两者的相互作用强度也有所不同．一般引入参数

$$\rho=\frac{m_{\mathrm{W}}^{2}}{m_{\mathrm{Z}}^{2}\cos^{2}\theta_{\mathrm{W}}}$$

来描写中性流弱相互作用和带电流弱相互作用强度之比．对于最小电弱统一模型，只引入一个 Higgs 2 重态时 $\rho=1$．如果还有其它的 Higgs 多重态，则 ρ 值将改变．如果电弱相互作用的对称性大于 $SU(2)\times U(1)$，也将改变 ρ 的数值．现在实验给出的 ρ 值为

$$\rho=0.998\pm0.0086$$

很好地符合最小 $SU(2)\times U(1)$ 电弱统一理论的预言．

5. $W^{\pm}$ 粒子和 Z^{0} 粒子

尽管 1978 年前后，对中性流弱相互作用过程的实验研究已经对 $SU(2)\times U(1)$ 电弱统一理论给出了判定性的检验，但是对这个理论的更直接的检验则应是传递弱相互作用的中间玻色子 $W^{\pm}$ 粒子和 Z^{0} 粒子的发现．

按照最小 $SU(2)\times U(1)$ 电弱统一理论的预言，$W^{\pm}$ 粒子和 Z^{0} 粒子的质量将唯一地由 Weinberg 角 θ_{W} 决定：

$$m_{\mathrm{W}}^{2}=\frac{\pi\alpha}{\sqrt{2}\,G_{\mathrm{F}}}\frac{1}{\sin^{2}\theta_{\mathrm{W}}}\frac{1}{1-\Delta r}$$

$$m_{\mathrm{Z}}^{2}=\frac{m_{\mathrm{W}}^{2}}{\cos^{2}\theta_{\mathrm{W}}}$$

其中 $\frac{\pi\alpha}{\sqrt{2}\,G_{\mathrm{F}}}=(37.2805\mathrm{GeV})^{2}$，$\Delta r$ 是反映电弱相互作用高次效应造成精细结构常数推到 m_{W} 能标时的修正的量：

$$\alpha(m_{\mathrm{W}})=\frac{\alpha}{1-\Delta r}.$$

Δr 的值可以从理论上进行估算，其值与 Z 粒子、顶夸克 t，中性

Higgs粒子H^0的质量值有关.如果取$m_Z=91.1\text{GeV}$,$m_t=100\text{GeV}$,$m_H=100\text{GeV}$,则$\Delta r=0.05737$. 这样预言$W^\pm$粒子和Z^0粒子的质量分别为

$$m_W=(80.07\pm0.87)\text{GeV}$$

$$m_Z=(91.25\pm0.70)\text{GeV}$$

预言值的误差主要是由于$\sin^2\theta_W$的误差所带来的.

由于这些粒子的质量约为质子质量的85—97倍,远重于已发现的其它粒子,一直到1982年才有可能在用加速器所进行的实验中产生.1983年上半年,欧洲核子研究中心的UA1组和UA2组,同时在这方面做工作,先后发现了$W^\pm$粒子和Z^0粒子. 现在实验上给出的$W^\pm$粒子和Z^0粒子的质量分别为

$$m_W=(80.3\pm0.3)\text{GeV}$$

$$m_Z=(91.163\pm0.031)\text{GeV}$$

和理论给出的预言在误差范围内完全符合,这是对$SU(2)\times U(1)$电弱统一理论的直接验证.

理论预言$W^\pm$粒子和Z^0粒子的宽度分别为

$$\Gamma_W=(2.13\pm0.11)\text{GeV}$$

$$\Gamma_Z=(2.482\pm0.008)\text{GeV}$$

现在实验给出的值为

$$\Gamma_W=(2.20\pm0.20)\text{GeV}$$

$$\Gamma_Z=(2.537\pm0.026)\text{GeV}$$

和理论预言值大体上是符合的. 上述理论预言是假定能在$W^\pm$粒子和Z^0粒子衰变中出现的费米子都是已发现的3代费米子下给出的. 如果还有其它粒子可以在衰变中出现,则观察到的宽度值还应大于上面给出的预言值. 现在Γ_Z的实验值略大于理论预言值还是可以理解的. 关于$W^\pm$粒子和Z^0粒子的宽度的讨论和分析后面还要进行.

6. Higgs粒子 H^0

在最小 $SU(2)\times U(1)$电弱统一理论中对称性自发破缺后将只出现一个物理上可观察到的 Higgs 粒子H^0. H^0的质量为$\sqrt{2\lambda}v$, v 值虽然已经可以定出,但λ 值任意, 因此 H^0 粒子的质量仍然是未知的. 如果 $\lambda\ll g_2^2, g_1^2$, 考虑了高次相互作用的修正后, 从真空的稳定性 $V|_{f^2=\frac{v^2}{2}}<V|_{f^2=0}=0$ 要求可以给出在 t 夸克质量小时 H^0 质量的下限为

$$m_H>\frac{2^{1/4}}{4\pi}\sqrt{3G_F(2m_W^4+m_Z^4-4m_t^4)},$$

当 $m_t=0$ 时,给出 $m_H>6.96\text{GeV}$;当 $m_t=78.84$ 时,m_H下限为 0,实际上没有限制. 现在实验上给出 t 夸克的下限为 78GeV, 因此理论要求上实际上对 H^0 粒子质量下限没有给出限制.

关于 H^0 粒子的性质和行为是很有特征性的. 如果 $m_H<m_W$, 则其宽度 $\Gamma_H<3.8\text{MeV}$,这说明 H^0是一个窄宽度的中性粒子. H^0的主要衰变方式是衰变为一对正反费米子对. 考虑到衰变到正反夸克时实际也表现为强子, 而衰变为$\tau^+\tau^-$轻子对时主要也表现为有强子出现于末态, 因此最容易辨认的末态是 e^+e^-和$\mu^+\mu^-$. 它的行为和 J/ψ, Υ 等自旋宇称 $J^P=1^-$ 的夸克偶素有明显的区别:

(1) J/ψ 和Υ 等可以通过 e^+e^- 对撞直接形成, 其产生截面很大,H^0虽原则上也可以通过 e^+e^-对撞直接形成,但截面太小, 实际上很难通过这样的实验来获得 H^0.

(2) J/ψ 和Υ 等衰变到 e^+e^- 道和 $\mu^+\mu^-$ 道的部分宽度是相等的, 而 H^0 衰变到$\mu^+\mu^-$道的部分宽度比衰变到 e^+e^-道的部分宽度约大 4 万倍. $\mu^+\mu^-$衰变道的分支比对 J/ψ 粒子来说 $R(\mu^+\mu^-)=(0.069\pm0.009)$; 对$\Upsilon$ 粒子来说 $R(\mu^+\mu^-)=(0.026\pm0.002)$; 对

H^0粒子来说，当 $m_H < m_W$ 时，理论预言 $R(\mu^+\mu^-) = 1.54 \times 10^{-4}$，远小于 $J^P = 1^-$ 重夸克偶素的相应的分支比. 由于容易辨认的末态 $\mu^+\mu^-$ 的分支比太小，也使通过观察 $\mu^+\mu^-$ 来确认 H^0 粒子的出现变得困难.

7. 费米子的代和代的混合

$SU(2)\times U(1)$电弱统一理论是一个规范场理论。作为一个规范场理论，其中存在的费米子对规范场之间的相互作用也会有影响，在考虑由费米子所贡献的奇数个规范场的相互作用时，会出现发散的结果. 通常可以用“正规化”的办法来实现重正化而消除发散，但对于规范场理论来说，“正规化”的处理将破坏规范不变性，这个现象称为三角反常，简称反常. 反常的存在破坏了理论的规范不变性和可重正性，因此正确的理论必须是无反常的.

理论上对反常进行计算，结果表明，每一个费米子对反常的贡献是基本反常乘一个反常系数. 理论要求各费米子的反常系数之和为零. 各费米子的反常系数不同，一般来说也可取负值，并普遍具有如下性质：

(1) 反常系数与费米子质量无关，即使是很重的现在还没有发现的重费米子，也会对反常有贡献.

(2) 右旋费米子的反常系数和左旋费米子的反常系数符号相反.

对于纯 $SU(2)$规范场理论，总是无反常的，这是理论上普遍证明了的. 对于 $SU(2)\times U(1)$电弱统一理论，消除反常的充要条件是所有费米子电荷之和为零：

$$\sum_f Q_f = 0$$

这要求不同电荷的费米子的存在是互相依存的. 现在把满足上述

要求的一组费米子称为一代．理论中消除反常的要求表现为：自然界存在的费米子是按代出现的．如果实验上发现了一种费米子，则与这费米子同代的费米子也应存在，但质量多少并没有直接的限制．

电子中微子、电子、上夸克、下夸克的电荷符合上式的要求，考虑到夸克是色 3 重态，电荷要算 3 次：

$$\sum_f Q_f = 0 + (-1) + 3\times\left(\frac{2}{3}\right) + 3\times\left(-\frac{1}{3}\right) = 0$$

它们构成一代，即第一代费米子．类似地 ν_μ, μ^-, c, s 构成第 2 代费米子；ν_τ, τ^-, t, b 构成第 3 代费米子．其中 t 夸克到现在实验上还没有发现，但从理论的要求来看，它的存在应该是确定无疑的．如果 t 夸克不存在，理论必须作重大修改．

消除反常的条件对夸克的色对称性给出了很强的限制．为了弄清这一点，我们借用第一代费米子的符号来进行一个普遍讨论．假定一代费米子包含轻子 ν 和 e，夸克 u 和 d；轻子属于色单态而夸克属于色对称群的 n 维表示；ν 的电荷为 Q_ν，u 的电荷为 Q_u，这样从弱同位旋性质要求 e 和 d 的电荷分别为 $Q_\nu - 1$ 和 $Q_u - 1$．上述这些假定中我们实际上并没改变费米子各分量的 $SU(2)$ 群对称性质，只是适当调整它们弱超荷的值以使它们的电荷值可变．从电荷之和为零的消除反常条件给出

$$Q_u = -\frac{1}{n}Q_\nu + \frac{1}{2}\left(1 + \frac{1}{n}\right)$$

考虑到实验上已确知 $Q_\nu = 0$，立刻得到下表：

n	1	2	3	4	5	6	7	…
Q_u	1	$\frac{3}{4}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{5}{8}$	$\frac{3}{5}$	$\frac{7}{12}$	$\frac{4}{7}$	…

由此可见，u 夸克的电荷为$\frac{2}{3}$是与夸克的色对称性质属于 3 维表示有关，这与色对称性是 $SU(3)$分不开.

如果不先假定 $Q_{\nu}=0$ 而假定夸克属于色 $SU(n)$群的 n 维表示. 重子构成色单态要求重子由n个夸克组成. 由于重子自旋是半整数，n 必须为奇数. 这样如果有电子与质子电荷之和为零，即

$$Q_{\mathrm{p}}+Q_{\mathrm{e}}=0$$

就可得出

$$Q_{\mathrm{n}}+Q_{\nu}=0$$

即使在$Q_{\nu}\neq 0$ 时也严格成立.

现在讨论存在奇特带电费米子的可能性. 考虑有一代费米子 ν'，e'，u'，d'，其中奇特夸克 u'和d'也是色$SU(3)$的 3 维表示，奇特费米子和通常的费米子不同之处是带电状况不同，首先反映在 ν' 的电荷不为零. 这时有

$$Q_{\mathrm{u}'}=-\frac{1}{3}Q_{\nu'}+\frac{2}{3}$$

可以得到下表

$Q_{\nu'}$	1	$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$	0	$-\frac{1}{3}$	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{2}{3}$	-1
$Q_{\mathrm{u}'}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{4}{9}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{5}{9}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{7}{9}$	$\frac{5}{6}$	$\frac{8}{9}$	1

由此看到，如果存在带分数电荷的轻子，则夸克也带分数电荷，并且这样的 3 个夸克组成的重子仍然带分数电荷. 值得注意的是，如果 $Q_{\nu'}=-1$，则$Q_{\mathrm{u}'}=1$，则这一代中全部粒子都是带整数电荷的. 现在实验上还没有发现奇特电荷费米子存在的迹象.

理论要求消除反常决定了费米子整代地存在，现在已知自然界至少存在 3 代费米子，但消除反常的要求并没有规定哪几个粒

子属于同一代．$W^{\pm}$粒子把相邻电荷的轻子联系起来，也可以把相邻电荷的夸克联系起来．可以把 $W^{\pm}$ 粒子所联系的两个粒子归结为属于同一代，这样作法对轻子是成功的，可以确定 ν_e 和 e，ν_μ 和 μ，ν_τ和 τ 分别属于 3 代．但对于夸克，这样作实际上就不可能了，因为u夸克通过W粒子既可以和d联系，也可以和 s 联系，还可以和b联系．产生这个复杂情况的原因在于，在对称性自发破缺之前，所有费米子都是无质量的，3 代费米子中相应的态性质完全相同．在对称性自发破缺从而费米子得到质量时，3 代粒子产生态的混合，物理上观察到的粒子是质量的本征态，这是在把3行3列的质量矩阵对角化后给出的．因于 $Q=\frac{2}{3}$的夸克质量矩阵对角化时所作的 3 维转动和$Q=-\frac{1}{3}$的夸克质量矩阵对角化时所作的 3 维转动不同，两者的差造成带电流弱相互作用中显现出代的混合．

如果自然界存在 n 代费米子，n代夸克的混合用一个 n 行 n 列的幺正矩阵来描写，这个幺正矩阵把n 个 $Q=\frac{2}{3}$的夸克和n 个 $Q=-\frac{1}{3}$的夸克联系起来．由幺正矩阵性质决定这个矩阵中有n^2个独立实参量，其中通过规定 $2n$ 个夸克之间的相对相角可以去掉 $2n-1$ 个，还有$(n-1)^2$ 个实参量．可以选其中 $\frac{1}{2}n(n-1)$ 个为描写 n 维实空间中转动的 Euler 角 θ_i，$i=1,\cdots,\frac{1}{2}n(n-1)$，另$\frac{1}{2}(n-1)(n-2)$个为不能表为实 n 维空间 Euler 角的不可去相角 δ_j，$j=1,\cdots,\frac{1}{2}(n-1)(n-2)$．$\theta_i$ 的出现直接体现了代的混合，δ_j 的出现则反映为代的混合中的 CP 破坏．θ_i 和 δ_j 的个数如下表所示：

代　　数	2	3	4	5	6
混合角θ_i数目	1	3	6	10	15
不可去相角δ_i数目	0	1	3	6	10

从上表可以看出：描写代的混合的参数的数目将随费米子代数的增加而迅速增加；在 2 代时，可以不出现 CP 破坏，但存在 3 代或更多代费米子时，就可能出现 CP 破坏．这是 CP 破坏的一种可能的机理，称作弱 CP 破坏．

对于 3 代夸克的情形，混合矩阵

$$V=\begin{pmatrix} V_{ud} & V_{us} & V_{ub} \\ V_{cd} & V_{cs} & V_{cb} \\ V_{td} & V_{ts} & V_{tb} \end{pmatrix}$$

通过 4 个参数可表为

$$V=\begin{pmatrix} C_1 & -S_1C_3 & -S_1S_3 \\ S_1C_2 & C_1C_2C_3-S_2S_3e^{i\delta} & C_1C_2S_3+S_2C_3e^{i\delta} \\ S_1S_2 & C_1S_2C_3+C_2C_3e^{i\delta} & C_1S_2S_3-C_2C_3e^{i\delta} \end{pmatrix}$$

其中 $S_i=\sin\theta_i, C_i=\cos\theta_i, \theta_1, \theta_2, \theta_3, \delta$是 4 个独立参数，这个矩阵是 Kobayashi 和 Maskawa 最初引入的参数化形式．另一种参数化形式为

$$V=\begin{pmatrix} C_{12}C_{13} & S_{12}C_{13} & S_{13}e^{-i\delta_{13}} \\ -S_{12}C_{23}-C_{12}S_{23}S_{13}e^{i\delta_{13}} & C_{12}C_{23}-S_{12}S_{23}S_{13}e^{i\delta_{13}} & S_{23}C_{13} \\ S_{12}S_{23}-C_{12}C_{23}S_{13}e^{i\delta_{13}} & -C_{12}S_{23}-S_{12}C_{23}S_{13}e^{i\delta_{13}} & C_{23}C_{13} \end{pmatrix}$$

8. 中微子质量和中微子振荡

不同代的夸克之间有代的混合，出现混合的前提是电荷 $Q=\frac{2}{3}$ 和 $Q=-\frac{1}{3}$ 的夸克都有质量．如果中微子的质量都为零，轻

子就不会有代的混合．如果中微子有质量，即使其质量值很小，也就有可能带来代的混合．

现在实验给出3代中微子的质量上限分别为

$m_{\nu_e}<18\text{eV}$，置信水平95%

$m_{\nu_\mu}<0.25\text{MeV}$，置信水平90%

$m_{\nu_\tau}<35\text{MeV}$，置信水平95%

对中微子是否有质量还难于做出确定的结论．从现有实验来看，中微子即使有质量也是很小的值．需要研究的是：如果中微子确有很轻的质量，并且也产生了代的混合，则将以什么形式在实验上表现出来．

为确定起见，讨论两代混合的情形，如果与 e^- 相联系的中微子是 ν_e，与 μ^- 相联系的中微子是 ν_μ，但 ν_e 和 ν_μ 都不是质量的本征态．令中微子的两个质量本征态是 ν_1 和 ν_2．代的混合可表为

$$|\nu_e\rangle=\cos\theta|\nu_1\rangle+\sin\theta|\nu_2\rangle$$

$$|\nu_\mu\rangle=-\sin\theta|\nu_1\rangle+\cos\theta|\nu_2\rangle$$

如果 $t=0$ 时产生了 ν_e，可以表为

$$|\nu(0)\rangle=|\nu_e\rangle=\cos\theta|\nu_1(0)\rangle+\sin\theta|\nu_2(0)\rangle,$$

经过 t 时间后，态演化为

$$\begin{aligned}|\nu(t)\rangle&=\cos\theta|\nu_1(t)\rangle+\sin\theta|\nu_2(t)\rangle\\&=\cos\theta e^{-iE_1t}|\nu_1(0)\rangle+\sin\theta e^{-iE_2t}|\nu_2(0)\rangle,\end{aligned}$$

其中 $E_1=\sqrt{p^2+m_1^2}$，$E_2=\sqrt{p^2+m_2^2}$，由于 $m_1\neq m_2$，$E_1\neq E_2$．这时中微子态中就包含有 ν_μ 的成分：

$$\begin{aligned}|\nu(t)\rangle=&(\cos^2\theta e^{-iE_1t}+\sin^2\theta e^{-iE_2t})|\nu_e\rangle\\&+\sin\theta\cos\theta(e^{-iE_2t}-e^{-iE_1t})|\nu_\mu\rangle\end{aligned}$$

这时 ν_μ 存在的概率为

$$|\langle\nu_\mu|\nu(t)\rangle|^2=\frac{1}{2}\sin^2 2\theta[1-\cos(E_1-E_2)t]$$

这概率随时间作振荡，最小时为零，最大时为$\sin^2 2\theta$. 如果混合角是 45°，最大时为 1，即表现为纯 ν_μ 态.

现在实验给出的中微子的质量很小，实际上远小于 β 衰变所放出中微子的动量，即 $m_i \ll p$. 这样

$$(E_1-E_2)t=\left(p+\frac{m_1^2}{2p}-p-\frac{m_2^2}{2p}\right)t$$

$$=\frac{m_1^2-m_2^2}{2p}t$$

考虑到中微子实际以光速运动，t 时间走过的距离 $L=t$，上式可写作

$$|\langle\nu_\mu|\nu(t)\rangle|=\sin^2 2\theta\sin^2\left(\frac{m_1^2-m_2^2}{4p}L\right)$$

即观察到 ν_μ 的概率随走过的距离作振荡. 振荡的周期长度为

$$\frac{4\pi p}{|m_1^2-m_2^2|}$$

如果 $m_1^2-m_2^2=\Delta m^2$ 以eV^2 为单位，p 以MeV为单位，则上式可表为数字式为

$$2.48\frac{p(\mathrm{MeV})}{\Delta m^2(\mathrm{eV}^2)}$$

单位为米. 从这式子可以看出，如果Δm^2 是 eV^2量级或更小的量，中微子振荡的周期可以是一个宏观距离.

如果中微子是通过原子核反应或 β 衰变而来的，则中微子的能量和动量是MeV 的量级，当它运动一段距离后再去和其它粒子碰撞时，其中 ν_e 的成分还可通过弱相互作用再产生电子，ν_μ 的成分则应通过弱相互作用而产生 μ子. 但由于μ子的产生阈很高，这个过程不能发生，这样仍然只能观察到产生了电子. 中微子振荡表现为产生的电子数比无振荡时要少.

太阳发热的能源来自核反应，同时有中微子射出，这些中微子应是 ν_e，射到地球上时可以再和原子核产生反应而产生电子. 实际观察到的比预言的少，一种可能的解释是由于中微子振荡，一部分 ν_e 到地球表面时演化成 ν_μ，不和原子核相互作用而产生电子.

关于中微子是否确有质量以及是否会出现中微子振荡现象，现在实验上还没有给出确定的结论.

§4.5 电弱统一理论基础上的进一步探索

1. 大统一理论

电弱统一理论的成功促进了人们对于大统一理论的探索研究. 大统一理论是指把强相互作用和电弱相互作用统一起来的理论. 国际上曾提出过许多种大统一理论方案，各有不同特点. 比较起来，$SU(5)$ 大统一理论可以概的已知规律很多，同时又不引入过多的现已能发现但尚未发现的粒子，并有可以在实验中检验的预言，在已有的各种模型方案中，具有典型代表性.

强相互作用的规律可以用色 $SU(3)$ 规范场理论来描写，即量子色动力学，电弱相互作用的规律由 $SU(2)\times U(1)$ 电弱统一理论来描写. 把量子色动力学和电弱统一理论合起来的 $SU(3)\times SU(2)\times U(1)$ 规范场理论，称为标准模型. 标准模型概括了对于强相互作用和电弱相互作用规律的认识，但是在标准模型中，强相互作用和电磁相互作用还是互相独立的. 大统一理论就是期望在标准模型的基础上，找到强相互作用和电弱相互作用的内在联系而统一起来.

1974 年，Georgi 和 Glashow 提出 $SU(5)$ 大统一理论。这个理论认为自然界本来存在的是 $SU(5)$ 规范相互作用，其媒介粒子是 $5^2-1=24$ 种规范粒子，规范相互作用有统一的耦合常数. 自

然界还存在费米子，这些费米子是无质量的，从而左旋费米子和右旋费米子是分开的；费米子是按代而成代地出现的，每代费米子有15个分量，这些都和电弱统一理论一样．自然界还存在自旋为零的Higgs粒子，Higgs粒子的数目比电弱统一理论要多，适当选取Higgs自相互作用势能就能使对称性自发破缺出现．

$SU(5)$大统一理论认为随着相互作用能标的降低，先后出现2次对称性的自发破缺．

第一次破缺发生于10^{16}GeV能标上，这时

$$SU(5) \longrightarrow SU(3) \times SU(2) \times U(1)$$

即统一的$SU(5)$规范相互作用破缺为$SU(3)$色相互作用和$SU(2) \times U(1)$电弱相互作用．破缺后有12个规范粒子仍然是无质量的，其中8个是$SU(3)$色规范场的媒介粒子——胶子，另4个是$SU(2) \times U(1)$电弱相互作用$SU(2) \times U(1)$规范场的媒介粒子—$W^{\pm}$, W^0, B^0．还有12个规范粒子获得了质量，量级为10^{14}GeV或更重，它们在现有能量实验中不可能被观察到．这12个重规范粒子通常称为$X_i, Y_i, i=1,2,3$，和它们的反粒子$\bar{X}_i, \bar{Y}_i, i=1,2,3$．在这次破缺后费米子并没有获得质量．

第二次破缺发生于10^2GeV能标上，这时

$$SU(2) \times U(1) \longrightarrow U(1)^{em}$$

即电弱相互作用破缺为具有$U(1)$规范对称性的电磁相互作用和弱相互作用．这就是电弱统一理论中已讨论过的对称性自发破缺．经过这次破缺，$W^{\pm}$粒子和Z^0粒子获得质量，光子仍保持无质量，费米子也获得了质量．

经过第一次破缺后，统一的规范耦合常数变成了同时是$SU(3)$、$SU(2)$和$U(1)$这3个规范场的耦合常数．规范场的重正化理论给出，有效规范耦合常数的值，随着相互作用能标的改变会逐渐演化，不同规范群的演化行为不同．这样随着能标的降低，这3个

规范场的耦合常数逐渐相互分离，到低能时，色 $SU(3)$ 的规范耦合常数 g_3 就变得远大于 $SU(2)\times U(1)$ 的规范耦合常数 g_2 和 g_1，这也正是现在能量下所看到的情况.

从 $SU(5)$ 大统一理论出发考虑了耦合常数的演化，可以计算电弱统一理论中的 Weinberg 角，计算所得 $\sin^2\theta_W$ 和实验给出的值是符合的. 但对 $SU(5)$ 大统一理论最重要的检验是这个理论预言质子可以衰变，而这个预言是过去其它理论所没有的，从而可以作为这个理论的判定性检验.

$SU(5)$ 大统一理论中的重规范粒子 X 和 Y 具有一个特殊性质：一对夸克可以变成一个 X 粒子或 Y 粒子，而一个 X 粒子或 Y 粒子又可以变成一个反夸克和反轻子. 也就是说，可以有下列过程：

$$\mathrm{uu}\longrightarrow \mathrm{X},\quad \mathrm{X}\longrightarrow \bar{\mathrm{d}}\mathrm{e}^+$$

$$\mathrm{ud}\longrightarrow \mathrm{Y},\quad \mathrm{Y}\longrightarrow \bar{\mathrm{u}}\mathrm{e}^+$$

这样通过 X 粒子或 Y 粒子作为中间过程，就可以实现

$$\mathrm{p}\longrightarrow \pi^0\mathrm{e}^+,\ \rho^0\mathrm{e}^+,\ \omega\mathrm{e}^+,\ \eta\mathrm{e}^+,\ \cdots$$

等衰变过程.

可以对这个衰变过程的部分宽度的量级做个估算，对于

$$\mathrm{p}=(\mathrm{uud})\longrightarrow(\mathrm{Xd})\longrightarrow(\mathrm{e}^+\bar{\mathrm{d}}\mathrm{d})=\mathrm{e}^+\pi^0$$

的过程，由于有2次相互作用，部分宽度应正比于 α_5^2；由于X粒子是在中间过程中存在的，所以部分宽度应反比于 m_X^4. 要使这因子无量纲化，可用所讨论的系统总能量即质子的质量来达到无量纲化；这样部分宽度具有质量量纲，因此正比于质子质量. 这样可以估计衰变的部分宽度，可表为

$$\Gamma=\eta\alpha_5^2\left(\frac{m_p}{m_X}\right)^4 m_p$$

其中 η 应为一个无量纲的量级为 1 的数. 作为量级估计，暂取

$\eta=1$，并利用 $\tau=\frac{1}{\Gamma}$ 可以估算质子寿命的量级. 取 $m_X\approx3\times10^{14}$ GeV, $m_p\approx1$GeV, $\alpha_5\approx0.01$，得出

$$\tau=\frac{1}{\Gamma}\sim\frac{1}{\alpha_5^2}\left(\frac{m_X}{m_p}\right)^4\frac{1}{m_p}\sim2\times10^{30}\text{ 年}$$

最小 $SU(5)$ 大统一模型中质子的主要衰变方式为 $p\to e^+\pi^0$，现在实验给出这衰变道的部分宽度对应的平均寿命下限为 $\tau>3.1\times10^{32}$ 年，这比理论预言值要大 40 倍. 因此在质子衰变的预言上，最小 $SU(5)$ 大统一理论并没有取得实验的判定性的支持.

2. 更高电弱对称性的探寻

由于 $SU(2)\times U(1)$ 电弱统一理论取得了成就，人们又进一步探讨是否电弱统一相互作用的对称性高于 $SU(2)\times U(1)$ 对称性，而这个更高对称性的规范相互作用在低能时以 $SU(2)\times U(1)$ 规范相互作用为其足够好的近似. 主要研究过的有 3 类模型:

(1) $SU(2)\times U(1)\times U(1)$ 模型;

(2) $SU(2)\times SU(2)\times U(1)$ 模型;

(3) $SU(3)\times U(1)$ 模型.

在 $SU(2)\times U(1)\times U(1)$ 模型中将比 $SU(2)\times U(1)$ 模型多 1 个中性的重规范玻色子 Z′，而在 $SU(2)\times SU(2)\times U(1)$ 模型中则比 $SU(2)\times U(1)$ 模型多 2 个带电重规范玻色子 $W'^{\pm}$ 和 1 个中性重规范玻色子 Z′. 这些新增加的中间玻色子的质量都将远重于 $W^{\pm}$ 粒子和 Z 粒子. 即使这样，在低能中性流弱相互作用过程中，还是有可能通过精确的实验把它们鉴别开来.

最小 $SU(2)\times U(1)$ 模型中，低能中性流弱相互作用的有效 Lagrangian 为

$$L_{NC}=4\frac{G_F}{\sqrt{2}}J_\mu J^\mu$$

其中中性流 J_μ 为

$$J_\mu = J_\mu^3 - \sin^2\theta_W J_\mu^{em}$$

对于 $SU(2)\times U(1)\times U(1)$ 和 $SU(2)\times SU(2)\times U(1)$ 模型，有效 Lagrangian 变为

$$L_{NC} = 4\frac{G_F}{\sqrt{2}}[J_\mu J^\mu + CJ_\mu^{em}J^{em\mu}]$$

其中 C 是一个常数

$C = D\cos^4\theta_W$，对于 $SU(2)\times U(1)\times U(1)$ 模型；

$C = D\sin^4\theta_W$，对于 $SU(2)\times SU(2)\times U(1)$ 模型.

D 也是一个常数. 实验给出 C 的上限为

$C<0.015$，置信水平 95%

由此还不能给出这两种模型之一成立的肯定的信息.

上面对于 $SU(2)\times U(1)\times U(1)$ 模型得到的结果是在某些特殊假定下给出的，对普遍情形，有效 Lagrangian 变为

$$L_{NC} = 4\frac{G_F}{\sqrt{2}}[J_\mu J^\mu + D(\cos^2\theta_W J_\mu^{em} + J'_\mu)(\cos^2\theta_W J^{em\mu} + J'^\mu)]$$

其中 J'_μ 是由新增 $U(1)$ 对称性所决定的中性弱流.

对于 $SU(3)\times U(1)$ 模型，理论上自然要求它在破缺后可以约化为 $SU(2)\times U(1)$ 模型，从这要求出发，只可能有两种情形，它们

	1	2
电荷 Q	$I_3+\frac{1}{\sqrt{3}}I_8+Y$	$I_3-\sqrt{3}I_8+Y$
$\sin^2\theta_W$	$\frac{3}{4\left(1+\frac{3g_3^2}{g_1^2}\right)}$	$\frac{1}{4\left(1+\frac{g_3^2}{g_1^2}\right)}$
$\sin^2\theta_W$ 上界	$\frac{3}{4}$	$\frac{1}{4}$
新增加的重规范粒子	$Z'^0, U^+, U^-, V^0, \bar{V}^0$	$Z'^0, U^+, U^-, V^{++}, V^{--}$
有无新的守恒量子数	无	有

可以列表比较(见上页)．现在实验上还未显示出可能存在这些更高对称性的迹象，进一步的判断信息需要在远高于$W^{\pm}$粒子和Z^0粒子质量的能区进行实验．

第五章　超高能物理

§5.1　W粒子和Z粒子

1. W粒子和Z粒子的宽度给出的信息

W粒子的主要衰变方式是衰变成一对正反轻子和衰变为一对正反夸克．由于现已发现的各种轻子和夸克的质量都远低于W粒子的质量，在计算W粒子衰变宽度时可以略去它们的质量．这样W^+粒子衰变为$e^+\nu_e$，$\mu^+\nu_\mu$和$\tau^+\nu_\tau$末态的部分宽度都是

$$\Gamma(W^+\to l^+\nu_l)=\frac{G_F}{6\sqrt{2}\pi}m_W^3=0.232\mathrm{GeV}$$

衰变为一对正反夸克的部分宽度为

$$\Gamma(W^+\to u_i\bar{d}_j)=\frac{G_F}{6\sqrt{2}\pi}m_W^3\cdot 3\left(1+\frac{\alpha_s(m_W)}{\pi}\right)|V_{ij}|^2$$
$$=0.719|V_{ij}|^2\mathrm{GeV}$$

其中夸克的下标i,j表示代数，即

$$u_1=u;\quad u_2=c;\quad \bar{d}_1=\bar{d};\quad \bar{d}_2=\bar{s};\quad \bar{d}_3=\bar{b}$$

和轻子末态相比，多的因子3是因为夸克有3色，它们贡献之和给出因子3；多的因子$\left(1+\frac{\alpha_s(m_W)}{\pi}\right)$是因为夸克可以有色相互作用，考虑了色相互作用影响后的修正是通过这因子给出的；$\alpha_s(m_W)$是色相互作用耦合常数，它是相互作用涉及动量的缓变函数，在讨论W粒子衰变时，涉及的动量取m_W值，根据现有关于强作用耦合常数的知识，$1+\frac{\alpha_s(m_W)}{\pi}=1.0388$．$|V_{ij}|^2$是反映弱相互作用中夸克之间代的混合给出的因子，其值对所有i，j均小于1．一般说

来 $i=j$ 时，值接近于 1；$i\neq j$ 时，值远小于 1. $|V_{ij}|^2$ 的值由实验确定.

W 粒子还可以有其它衰变方式，但都是稀有衰变方式，其部分宽度都远小于衰变成一对正反轻子或正反夸克的部分宽度，因此可以由其各主要衰变方式的部分宽度的总和来估算 W 粒子的宽度. 考虑了所有现在已发现的轻子和夸克的贡献，采用 W 粒子质量的实验值为 $m_W=(80.3\pm0.3)\mathrm{GeV}$，则理论预言的 W 粒子的宽度为

$$\Gamma_W=(2.14\pm0.11)\mathrm{GeV}$$

Z 粒子的主要衰变方式也是衰变成一对正反轻子和衰变成一对正反夸克. 衰变成一对正反轻子的部分宽度为

$$\Gamma(\mathrm{Z}\to l\bar{l})=\frac{G_F}{12\sqrt{2}\,\pi}m_Z^3(1-4\sin^2\theta_W|Q|+8\sin^4\theta_W Q^2)$$

其中 Q 为轻子的电荷. Z 粒子衰变成一对正反夸克的部分宽度为

$$\Gamma(\mathrm{Z}\to \mathrm{q}\bar{\mathrm{q}})=\frac{G_F}{12\sqrt{2}\,\pi}m_Z^3(1-4\sin^2\theta_W|Q|+8\sin^4\theta_W Q^2)\cdot 3\left(1+\frac{\alpha_s(m_Z)}{\pi}\right).$$

其中 Q 为夸克的电荷. 因子 $3\left(1+\frac{\alpha_s(m_Z)}{\pi}\right)$出现的原因和 W 粒子衰变成一对正反夸克时相同. 利用 $1+\frac{\alpha_s(m_Z)}{\pi}=1.0388$ 和实验给出的$\sin^2\theta_W=0.230\pm0.005$，$m_Z=(91.163\pm0.031)\mathrm{GeV}$，可以预言 Z 粒子各主要衰变方式的部分宽度为

$$\Gamma(\nu_e\bar{\nu}_e)=\Gamma(\nu_\mu\bar{\nu}_\mu)=\Gamma(\nu_\tau\bar{\nu}_\tau)=0.165\mathrm{GeV}$$

$$\Gamma(e^+e^-)=\Gamma(\mu^+\mu^-)=\Gamma(\tau^+\tau^-)=0.0832\ \mathrm{GeV}$$

$$\Gamma(u\bar{u})=\Gamma(c\bar{c})=0.296\ \mathrm{GeV}$$

$$\Gamma(d\bar{d})=\Gamma(s\bar{s})=\Gamma(b\bar{b})=0.382\ \mathrm{GeV}$$

总宽度为

$$\Gamma_Z=(2.482\pm0.008)\text{GeV}$$

这样得出 W 粒子和 Z 粒子宽度预言值的误差主要来自 W粒子和 Z 粒子质量的实验误差以及末态色相互作用修正因子的估算误差. 其中Γ_W的误差主要是由于 m_W 的实验误差所决定，而对于 Γ_Z 来说，由于 m_Z的误差很小，末态色相互作用修正因子的估算误差的影响就成为主要的了。

以上这些预言都是根据现已发现的轻子和夸克作出的，如果自然界还存在有尚未发现的低质量的轻子或夸克，它们可以在衰变末态中出现，则 W 粒子和 Z 粒子的宽度还要变宽.

现在实验上已发现的 3 代费米子中，唯一尚未观察到的是顶夸克 t. 实验给出 t 夸克质量的下限为

$$m_t>78\text{GeV}$$

因此在考虑 W 粒子和 Z 粒子衰变产物中，t 夸克将无直接贡献. 如果自然界还存在第 4 代费米子，其中的夸克的质量应更重，从而不会在 W 粒子和 Z 粒子衰变过程中出现. 但是轻子的质量较轻，实验给出新的带电轻子 L^+ 的质量下限为

$$m_{L^+}>41\text{GeV}，\text{置信水平 } 90\%$$

中微子的质量没直接限制. 因此需要考虑的是：有可能在 W 粒子和 Z 粒子的衰变中出现的轻子不止 3 代.

今 N_ν 和 N_e 分别是在 W 粒子和 Z 粒子衰变过程中能出现的中微子和带电轻子代数，并假定它们质量都远小于 0.5 m_Z. 对 W 粒子和 Z 粒子，宽度都用 GeV 为单位表出时记为 Γ'_W 和 Γ'_Z，即 $\Gamma_W=\Gamma'_W\text{GeV}$、$\Gamma_Z=\Gamma'_Z\text{GeV}$. 可以给出

$$\Gamma'_W=0.232N_e+1.444$$

$$\Gamma'_Z=0.165N_\nu+0.083N_e+1.737$$

由此可以得到

$$N_e = 4.316\Gamma'_W - 6.232$$

$$N_\nu = 6.050\Gamma'_Z - 2.172\Gamma'_W - 7.372$$

这样如果从实验上精确测定了 Γ'_W 和 Γ'_Z 的值，就可以推出 N_e 和 N_ν 的值.

现在实验上给出的 W 粒子和 Z 粒子的宽度分别为

$\Gamma_W = (2.20 \pm 0.20)\text{GeV}$

$\Gamma_Z = (2.537 \pm 0.026)\text{GeV}$

还不能据此得到直接的结果.

考虑到带电轻子 L^+ 的质量下限已接近 0.5 m_Z，即使它的质量确小于 $0.5m_Z$，在 Z 粒子衰变时，由于末态相空间的压低效应，在上面所求出的部分宽度公式中还要乘上一个因子：

$$\sqrt{1-\frac{4m_f^2}{m_Z^2}}\left(1+\frac{2m_f^2}{m_Z^2}\right)$$

其中 m_f 为末态费米子的质量. 如果带电轻子L^+的质量为43GeV，这个因子将等于 0.48，这样它对 Z 粒子总宽度的贡献比上面估计得更小.

假定 Z 粒子能衰变成的带电轻子只有 3 代，则有

$$\Gamma'_Z = 0.165N_\nu + 1.986$$

这样可以由 Z 粒子的宽度直接定出 N_ν 值来. 但是由总宽度来定出 N_ν 时，涉及的理论估算较多，会带来较多的误差. 在 Z 粒子的主要衰变方式中，衰变成一对正反中微子时，末态中看不到粒子；衰变成一对带电轻子时，末态中可以观察到带电轻子或强子；衰变成一对正反夸克时，由于色禁闭的效应，末态最终还将表现为强子. 因此确定 N_ν 的公式实际上是

$$\Gamma_Z = \Gamma(\text{中微子}) + \Gamma(\text{带电粒子和强子})$$

$$\Gamma(\text{中微子}) = N_\nu \Gamma(\nu\bar{\nu})$$

上面给出的结果实际上是对 Γ（带电轻子和强子）的值用理论计

算值来估计的．更直接的做法是从实验上设法直接测量 Γ(带电轻子和强子)而加以扣除，这样只有衰变成一对中微子的部分宽度 $\Gamma(\nu\bar{\nu})$ 是从理论上估算的值了，从而可以大大减少误差．

$\Gamma(\nu\bar{\nu})$ 的值敏感地依赖于 m_Z 的值，当 $m_Z=91.086\text{GeV}$ 时，$\Gamma(\nu\bar{\nu})=0.165\text{GeV}$；当 $m_Z=91.9\text{GeV}$ 时，$\Gamma(\nu\bar{\nu})=0.170\text{GeV}$．因此从 Γ_Z 来估算 N_ν 时，也敏感地依赖于 Z 粒子的质量值．

考虑到

$$\Gamma(e^+e^-)=(1-4\sin^2\theta_W+8\sin^4\theta_W)\Gamma(\nu\bar{\nu})$$

两个部分宽度之比只取决于一个参数 $\sin^2\theta_W$，与量子色动力学修正无关，如果实验上能测定 $\Gamma(e^+e^-)$，则可以利用上式把 $\Gamma(\nu\bar{\nu})$ 间接地由实验定出，而避免采用理论上给出的 $\Gamma(\nu\bar{\nu})$ 来估算 N_ν，这样可以只依靠 Γ_Z、$\Gamma(e^+e^-)$、Γ(带电轻子和强子)、$\sin^2\theta_W$ 的实验值来给出 N_ν 的估值了．

现在不同的实验采用不同的估算办法给出了 N_ν 的几个互相接近的估值．它们的平均值为

$$N_\nu=3.02\pm0.12$$

这个结果表明：尽管中微子的直接测量相当困难，但 Z 粒子宽度的精确测量表明自然界存在 3 种轻的中微子．

现在实验上已发现了 3 代费米子，但自然界究竟存在几代费米子一直是理论上感兴趣的重要问题．理论的研究曾给出费米子的质量有一定上限，这说明自然界存在费米子的代数是有限的．由于已发现的 3 代费米子中的中微子质量都很轻，并且很可能近于零，所以如果存在多于 3 代费米子，那么其中最轻的粒子也很可能是中微子，可以在 Z 粒子的衰变中出现．Z 粒子的宽度显示出并没有出现第 4 种中微子．

现有的费米子都可以按照它们的电弱相互作用性质分成 3 代，如果存在不能归入代的费米子，则称为奇特费米子．如果某种

奇特费米子的质量小于 $0.5m_Z$，则 Z 粒子可以衰变成这种奇特费米子和其反粒子，其部分宽度为

$$\Gamma(\mathrm{f}\bar{\mathrm{f}})=C\frac{G_{\mathrm{F}}}{3\sqrt{2}\,\pi}m_{\mathrm{Z}}^{3}[(I_{3L}-\sin^{2}\theta_{\mathrm{W}}Q)^{2}+(I_{3R}-\sin^{2}\theta_{\mathrm{W}}Q)^{2}]\cdot\left(1+\frac{2m_{\mathrm{f}}^{2}}{m_{\mathrm{Z}}^{2}}\right)\cdot\sqrt{1-\frac{4m_{\mathrm{f}}^{2}}{m_{\mathrm{Z}}^{2}}},$$

其中 m_{f} 为奇特费米子的质量；Q 为奇特费米子的电荷，I_{3L} 和 I_{3R} 分别是奇特费米子左旋分量和右旋分量的 I_3 量子数；C 是一个参数，对轻子 $C=1$，对夸克，$C=3\left(1+\frac{\alpha_s(m_Z)}{\pi}\right)$. 这个式子实际上是 Z 粒子衰变成一对正反费米子时部分宽度的普遍公式，前面讨论的各种情形，都是这公式的特例. 如果 Z 粒子有这种奇特费米子对衰变道，则 Z 粒子的宽度也将变宽. 从现有实验结果来看，还没有显露出存在轻奇特费米子的迹象.

2. W粒子的磁矩

W 粒子是带电的自旋为 1 的重粒子，它本身是弱相互作用的媒介粒子. 但由于它带电，可以参与电磁相互作用，放出和吸收光子. 理论物理的研究给出，可以从最小电磁作用原理来给出带电粒子的电磁相互作用性质. 对于自旋为 S 的带单位电荷的点粒子，最小电磁作用原理给出这粒子自旋磁矩的 g 因子满足 $gS=1$. 如果 W 粒子满足最小电磁作用原理，它的 g 因子应等于 1. 但是 W 粒子作为电弱统一理论中所描写的规范玻色子，它与光子的相互作用性质已由电弱统一理论完全规定了. 其中给出 W 粒子的自旋磁矩 g 因子等于 2. 因此测量 W 粒子的自旋磁矩就成为理论上很有意义的工作. 如果实验证实 $g=2$，是进一步验证了电弱统一理论，同时也是第一次直接测到一个不满足最小电磁作用原理的带电点粒子. 在此以前，有内部结构的带电复合粒子不符合

最小电磁作用原理对点粒子的描写，但用最小电磁作用原理来描写带电点粒子时还没有碰到过困难．如果实验给出了 $g=1$，表明 W 粒子的电磁相互作用性质符合最小电磁作用原理的要求，但这也同时说明电弱统一理论需要修改。如果实验定出 g 的值既不等于 2 也不等于 1，则对最小电磁作用原理和电弱统一理论都是一个冲击．因此 W 粒子自旋磁矩 g 因子的测量在理论上是有意义的．

为了判定 W 粒子 g 因子的值，可以在高能下用电子和正电子对撞，观察

$$e^{+}e^{-}\rightarrow\mu^{+}\mu^{-}$$

反应的截面．计算表明，如果质心系总能量固定于 100GeV－140 GeV 范围内的某值时，$g=2$ 的反应截面约为 $g=1$ 的反应截面的 2 倍多．因此可以根据实验测定的反应截面值来确定 W 粒子的 g 因子值．

3. 第二个W粒子和第二个 Z 粒子

实验上证实了 $SU(2)\times U(1)$ 电弱统一理论的正确之后，一个进一步的问题是：电弱相互作用是否满足更高的对称性，即比 $SU(2)\times U(1)$ 对称性大并包含 $SU(2)\times U(1)$ 的对称性．如果存在这种对称性，在对称性自发破缺后，将会出现除 W 粒子和 Z 粒子之外的新的重规范粒子，首先要考虑的是带单位电荷的第二个 W 粒子和中性的第二个 Z 粒子．

到现在为止，实验上并没有观察到第二个W粒子和第二个Z粒子，这些粒子如果存在，现有实验提供了它们的质量下限．置信水平为 90％时，质量下限如下：

通常的 W 粒子与左旋费米子耦合，如果存在与右旋费米子耦合的粒子 W_R，则其质量 $m>406$GeV;

如果存在另一种与费米子耦合方式与W粒子相同的粒子W′，则其质量 $m>210\mathrm{GeV}$；

如果电弱相互作用的对称性是 $SU(2)_L\times SU(2)_R\times U(1)$，并且左旋耦合常数和右旋耦合常数相等，对应存在的Z′粒子质量 $m>343\mathrm{GeV}$；

从大统一理论中对称性自发破缺给出的重粒子Z′质量 $m>112\mathrm{GeV}$；

如果存在另一种与轻子耦合方式与Z粒子相同的Z′粒子，则其质量 $m>180\mathrm{GeV}$.

§5.2 Higgs 粒子

1. 中性 Higgs 粒子

在最小 $SU(2)\times U(1)$ 电弱统一模型中，只存在一个 Higgs 二重态．在对称性自发破缺之后，只剩下一个有质量的中性Higgs 粒子 H^0．理论对 H^0 的质量并没有直接的预言，实验给出，如果 H^0 粒子存在，质量的下限为

$$m>15\mathrm{GeV},\qquad \text{置信水平 } 95\%$$

H^0 粒子的相互作用性质非常确定，它和一对正反费米子 $\bar{\mathrm{f}}\mathrm{f}$ 的相互作用项为

$$2^{\frac{1}{4}}\,G_{\mathrm{F}}^{\frac{1}{2}}m_{\mathrm{f}}\bar{f}fH$$

它和 $\mathrm{W}^+\mathrm{W}^-$ 或 $\mathrm{Z}^0\mathrm{Z}^0$ 的相互作用项为

$$2^{\frac{5}{4}}\,G_{\mathrm{F}}^{\frac{1}{2}}m_{\mathrm{W}}^2W_{\mu}^{+}W^{-\mu}H+2^{\frac{1}{4}}G_{\mathrm{F}}^{\frac{1}{2}}m_{\mathrm{Z}}^2Z_{\mu}Z^{\mu}H$$

由此得到 H^0 粒子衰变到正反费米子对的衰变宽度为

$$\Gamma(\bar{\mathrm{f}}\mathrm{f})=\frac{CG_{\mathrm{F}}}{4\sqrt{2}\,\pi}m_{\mathrm{f}}^2m_{\mathrm{H}}\left(1-\frac{4m_{\mathrm{f}}^2}{m_{\mathrm{H}}^2}\right)^{3/2}$$

衰变到 $\mathrm{W}^+\mathrm{W}^-$ 和 $\mathrm{Z}^0\mathrm{Z}^0$ 的衰变宽度分别为

$$\Gamma(\mathrm{W}^+\mathrm{W}^-)=\frac{G_F m}{8\sqrt{2}\,\pi}\left(1-4\frac{m_W^2}{m_H^2}+12\frac{m_W^4}{m_H^4}\right)\left(1-\frac{4m_W^2}{m_H^2}\right)^{\frac{1}{2}},$$

$$\Gamma(\mathrm{Z}^0\mathrm{Z}^0)=\frac{G_F m_H^3}{16\sqrt{2}\,\pi}\left(1-4\frac{m_Z^2}{m_H^2}+12\frac{m_Z^4}{m_H^4}\right)\left(1-\frac{4m_Z^2}{m_H^2}\right)^{\frac{1}{2}}.$$

当然这些公式都只是在 H^0 的质量超过末态粒子总质量时才成立，如果 H^0 质量小于末态粒子总质量，则该衰变过程就不可能发生. 在 $\Gamma(\bar{f}f)$ 中出现的参数 C 是反映费米子的色对称性质的参数，对轻子 $C=1$，对夸克 $C=3$.

从 $\Gamma(\bar{f}f)$ 的表达式可以看出，H^0 粒子衰变到一对正反费米子的部分宽度随 H^0 的质量增加而增加，当 $m_H\gg m_f$ 时，大体上与 m_H 的一次方成比例地增加. 也就是说当 $m_H\gg m_f$ 时，$\frac{\Gamma(\bar{f}f)}{m_H}$ 基本上与 m_H 无关，是一个常数. 对不同费米子，这常数取不同值，它正比于费米子质量的平方. 这表明在 H^0 可以衰变到的各个正反费米子对末态中，质量愈重的费米子道占的分支比愈大，例如 μ 子比电子约重 200 倍，H^0 衰变到 $\mu^+\mu^-$ 的部分宽度就有可能比 e^+e^- 道的部分宽度大 40000 倍. 这是 H^0 粒子的一个特有的性质，可以作为从实验上检测判断的根据.

从 $\Gamma(\mathrm{W}^+\mathrm{W}^-)$ 和 $\Gamma(\mathrm{Z}^0\mathrm{Z}^0)$ 的表达式可以看出，当 $m_H\gg m_W$ 和 m_Z 时，这两个部分宽度大体上与 m_H 的 3 次方成比例地增加. 这样当 m_H 增加到一定值时，$\Gamma(\mathrm{W}^+\mathrm{W}^-)$ 和 $\Gamma(\mathrm{Z}^0\mathrm{Z}^0)$ 就有可能增加到达到或超过 m_H 的地步，这时由于宽度太宽，就可能难以辨认. 从这方面来说也对 H^0 粒子的质量给出了一个可辨认的上限，重于这个上限的 H^0 粒子即使存在，也难以从实验上加以辨认.

如果 H^0 粒子的质量小于 W 粒子的质量，H^0 的主要衰变方式是衰变到正反费米子对，其总宽度可以表为

$$\Gamma=\frac{G_F m_H}{4\sqrt{2}\,\pi}\sum_f C_f m_f^2\left(1-\frac{4m_f^2}{m_H^2}\right)^{\frac{3}{2}},$$

其中主要的贡献来自 b 夸克．将现有各轻子和夸克的质量值代入，考虑到 $m_f \ll m_H$，上式给出

$$\Gamma = 4.76 \times 10^{-5} m_H$$

在估算时，取了 $m_c = 1.4\text{GeV}$，$m_b = 4.6\text{GeV}$．即使 $m = 80\text{GeV}$，给出 $\Gamma = 3.8\text{MeV}$，这说明 H^0 是一个宽度很窄的粒子．

当 $m_H > m_W$ 时，H^0 粒子还可以有含一个 W 粒子的衰变过程：

$$H^0 \to W^+ l_i^- \bar{\nu}_i, \qquad W^- l_i^+ \nu_i$$

$$H^0 \to W^+ d_i \bar{u}_j, \qquad W^- u_i \bar{d}_j$$

其中 i 是代数脚标．一般说来，H^0 衰变到 W 粒子和一对正反费米子 $f_i \bar{f}_j$ 的部分宽度为

$$\Gamma(Wf_i\bar{f}_j) = \frac{C_{ij} G_F^2}{16\pi^3} m_W^4 m_H F\left(\frac{m_W}{m_H}\right)$$

其中 C_{ij} 对于轻子取值 $C_{ij} = \delta_{ij}$，对于夸克取值 $C_{ij} = 3|V_{ij}|^2$；$F\left(\frac{m_W}{m_H}\right)$是一个无量纲函数，取值量级为 $O(1)$．将已知的值代入得

$$\Gamma(Wf_i\bar{f}_j) = 1.175 \times 10^{-5} C_{ij} F\left(\frac{m_W}{m_H}\right) m_H$$

由此可以看出，H^0 衰变成一个 W 粒子和一对正反费米子的部分宽度与衰变到一对正反重费米子的部分宽度将是同量级的．

当 $m_H > m_Z$ 时，H^0 粒子还可以衰变为 Z^0 加一对费米子：

$$H^0 \to Z f_i \bar{f}_i.$$

也可导出类似的部分宽度公式，其量级也和衰变到一对正反费米子的部分宽度相同．

当 m_H 增加到 $m_H > 2m_W$ 时，$H^0 \to W^+W^-$ 衰变过程就可以发生了；当$m_H > 2m_Z$时，$H^0 \to Z^0Z^0$ 衰变过程也可以发生了．这时，这两个过程随 m_H 的增加很快上升为主要衰变方式．例如，如果 $m_H = 200\text{GeV}$，由上式计算给出

$$\Gamma(W^+W^-)=1.029\text{GeV},\quad \Gamma(Z^0Z^0)=0.372\text{GeV}$$

两者之和为 1.401 GeV，比衰变到一对正反费米子对的衰变宽度大 2 个数量级．因此在 m_H 再增加时

$$\Gamma=\Gamma(W^+W^-)+\Gamma(Z^0Z^0)$$

就是一个很好的近似．

考察 H^0 粒子宽度与质量之比

$$r=\frac{\Gamma_H}{m_H},$$

当 $m_H<m_W$ 时，它不敏感地随 m_H 变化，取值基本上是常数 $\approx 4.76\times10^{-5}$，$H^0$ 粒子是一个窄宽度粒子．当 $m_H>m_W$ 但 $<2m_W$ 时，r 逐渐增加，但大体上仍在这个量级．当 $m_H>2m_W$ 时，r 随 m_H 的增加而迅速增加．到 $m_H=200\text{GeV}$ 时，$r=0.007$；当 $m_H=1440\text{GeV}$ 时，$r=1$．如果 m_H 再增加，粒子的宽度将大于质量，这样粒子将难于被辨认出来．

在最小 $SU(2)\times U(1)$ 电弱统一模型中所要求存在的粒子中，只有中性 Higgs 粒子是理论要求其存在但实验上仍未发现的粒子．理论虽不能对 H^0 粒子的质量给出直接的预言，但 H^0 粒子的质量确定后，其全部相互作用性质和行为都完全确定了．H^0 粒子的衰变方式、各衰变方式的部分宽度和分支比、粒子的总宽度都唯一地由 H^0 粒子的质量所决定，不涉及其它未知的待定参数．H^0 粒子的这些性质是实验上辨认和寻找 H^0 粒子的主要依据．

2. 多个 Higgs 粒子的可能性

在 $SU(2)\times U(1)$ 电弱统一理论中，也有可能存在多于一个 Higgs 多重态．人们首先注意存在 2 个 Higgs 多重态的情形．

在最小 $SU(2)\times U(1)$ 电弱统一模型中，只引入了一个 Higgs 二重态，它在 $SU(2)\times U(1)$ 群下的变换性质为：弱同位旋 $I=\frac{1}{2}$，

弱超荷 $Y=1$，简记为 $(I,Y)=\left(\frac{1}{2},1\right)$. 这个 Higgs 二重态的引入，实现了所需要的对称性自发破缺，并且给出以下 5 点结果：

（1）使 W 粒子和 Z 粒子获得质量；

（2）使夸克和带电轻子获得质量；

（3）给出反映中性流弱相互作用和带电流弱相互作用强度比的参数

$$\rho \equiv \frac{m_{\mathrm{W}}}{M_{\mathrm{Z}}^{2}\cos^{2}\theta_{\mathrm{W}}}=1$$

（4）只存在一个可观察的质量不为零的中性 Higgs 粒子 H^0；

（5）不出现零质量的无自旋粒子.

这些结果中，(1)是对称性自发破缺必然要求的，(5)是对理论的要求，(2)—(4)都是和特定的 $(I,Y)=\left(\frac{1}{2},1\right)$ 相联系的. 现在实验给出

$$\rho=0.998\pm0.0086$$

因此给出(3)正符合实验的要求.

如果存在 2 个 Higgs 多重态，为了保证(2)仍成立，其中一个仍应为 $(I,Y)=\left(\frac{1}{2},1\right)$的二重态. 一般说来第二个多重态 ϕ 引入后，(3)，(4)，(5)都有可能改变. 由于实验上未发现零质量的无自旋粒子，理论仍应保持(5)的成立. 这个要求限制了 ϕ 的 (I,Y) 不能任意选取，只能取以下各情形之一：

$$\left(n+\frac{1}{2},1\right), n=0,1,2,\cdots;\ (1,0);\ (1,2);\ \left(\frac{3}{2},3\right)$$

ϕ 的出现使参数 ρ 值有所改变，理论给出

$$\rho=\frac{m_{\mathrm{W}}^{2}}{m_{\mathrm{Z}}^{2}\cos^{2}\theta_{\mathrm{W}}}=1+\frac{\left[2I(I+1)-\frac{3}{2}Y^{2}\right]}{1+Y^{2}\left|\frac{v_{\phi}}{v_{\mathrm{H}}}\right|^{2}}\left|\frac{v_{\phi}}{v_{\mathrm{H}}}\right|^{2},$$

其中 v_ϕ 和 v_H 分别是对称性自发破缺时 Higgs 多重态 ϕ 和 H 的不为零的真空期待值. 按这个关系可以把上述各情形按 ρ 值进行分类:

$$\rho=1, \qquad \left(\frac{1}{2},1\right)$$

$$\rho>1, \qquad (1,0);\left(n+\frac{1}{2},1\right), n=1,2,\cdots$$

$$\rho<1, \qquad (1,2);\left(\frac{3}{2},3\right)$$

由于实验给出 ρ 值接近于1,这就对各种 $\rho\neq1$ 情形中 $\left|\frac{v_\phi}{v_H}\right|^2$ 的值给出了上限，并进而对 Higgs 粒子质量分布情况给出了限制.

3. Higgs 粒子的分布

现在对按 ρ 值分类的几种情形各举例讨论.

(1) $\rho=1, \phi$ 是 $(I,Y)=\left(\frac{1}{2},1\right)$ 多重态

这时物理上表现为存在 3 个中性的 Higgs 粒子和 2 个带电的 Higgs 粒子:

$$H^0, H'^0, \phi^0, \phi^+, \phi^-$$

它们的质量之间没有直接的限制和约束.

(2) $\rho>1, \phi$ 是 $(I,Y)=(1,0)$ 多重态

这时物理上表现为存在 2 个中性的 Higgs 粒子和 2 个带电的 Higgs 粒子:

$$H^0, \phi^0, \phi^+, \phi^-$$

在一定的假定下可以给出它们的质量间有以下关系

$$m^2_{\phi^+}=m^2_{\phi^-}, (\text{记作 } m^2_{\phi^\pm})$$

$$m^2_{\phi^0} > m^2_{\phi^\pm}$$

$$\frac{m^2_{H^0}}{m^2_{\phi^\pm}} = 0\left(\left|\frac{v_\phi}{v_H}\right|^2\right)$$

按现有实验给出 ρ 值的精度，得到 $\left|\frac{v_\phi}{v_H}\right|^2 < 0.0017$. 这结果表明 Higgs 粒子按质量分成 2 组，H^0 粒子最轻，构成轻的一组，重的一组中包括 ϕ^0, ϕ^+, ϕ^-，其中 $\phi^\pm$ 质量比 ϕ^0 轻，但也要比 H^0 重约 1 个数量级或更多些.

(3) $\rho < 1$, ϕ 是 $(I, Y) = (1, 2)$ 多重态

这时物理上表现为存在 3 个中性的 Higgs 粒子和 4 个带电的 Higgs 粒子：

$$H^0, H'^0, \phi^0, \phi^+, \phi^-, \phi^{++}, \phi^{--}$$

在一定的假定下可以给出它们的质量间有以下关系：

$$m^2_{\phi^+} = m^2_{\phi^-}, (\text{记作 } m^2_{\phi^\pm})$$

$$m^2_{\phi^{++}} = m^2_{\phi^{--}}, (\text{记作 } m^2_{\phi^{\pm\pm}})$$

$$m^2_{H'^0} > m^2_{\phi^0},$$

$$m^2_{\phi^0} + m^2_{\phi^{\pm\pm}} > 2m^2_{\phi^\pm}$$

$$\frac{m^2_{H^0}}{m^2_{\phi^0}} = 0\left(\left|\frac{v_\phi}{v_H}\right|^2\right)$$

按现有实验给出 ρ 值的精度，得到 $\left|\frac{v_\phi}{v_H}\right|^2 < 0.0053$. 这结果表明和上面的情形完全类似，Higgs 粒子按质量分成 2 组，轻的一组只含有一个粒子 H^0，另 6 个粒子都属于重的一组，其中 H'^0 肯定不是最轻的. 这 6 个粒子的质量要比 H^0 的质量重约 1 个数量级或更多一些.

考虑到现在实验给出 H^0 粒子的下限为 15GeV，可以估计对于 $(I, Y) = (1, 0)$ 和 $(1, 2)$ 这两种情形中，重的一组Higgs 粒子质量的量级应为 200GeV 或更重.

4. 重 Higgs 粒子的衰变行为

如果 ϕ 粒子是 $(I,Y)=\left(\frac{1}{2},1\right)$的多重态，那么物理上显现的 Higgs 粒子的质量并没受到限制. 但如果 ϕ 是$I=1$的多重态，则很可能除H^0 粒子外，其它的 Higgs 粒子质量都很重，很可能重于200 GeV. 需要考察它们主要的典型的衰变行为.

对于带电重 Higgs 粒子 ϕ^+ 和 ϕ^{++}，下列衰变

$$\phi^+\to H^0W^+$$

$$\phi^+\to Z^0W^+$$

$$\phi^{++}\to W^+W^+$$

属于它们的主要衰变方式. 对于$(I,Y)=(1,0)$情形， $\phi^+\to H^0W^+$ 的部分宽度为

$$\Gamma=\frac{\sqrt{2}\,G_F(\rho-1)}{\pi}k^3$$

其中

$$k=\frac{1}{2m_{\phi^+}}\sqrt{[m_{\phi^+}^2-(m_W+m_{H^0})^2][m_{\phi^+}^2-(m_{W^+}-m_{H^0})^2]}$$

是在 ϕ^+ 静止系中衰变产物所获得的动量值. 利用 $m_{H^0}>15$GeV 和 $\rho-1<0.0106$，可以给出这部分宽度的上限：

m_{ϕ^+} (GeV)	300	500	700	900
$\Gamma_{H^0W^+}$ (GeV)	<0.148	<0.800	<2.29	<4.95

从这个表上可以看出，尽管 ϕ^+ 的质量很重并且衰变动量很大，但是衰变部分宽度仍很小.

衰变方式$\phi^+\to Z^0W^+$ 和 $\phi^{++}\to W^+W^+$ 是同类型的，都是 Higgs 粒子衰变成两个重的中间玻色子. $\phi^{++}\to W^+W^+$的部分宽

度为

$$\Gamma=\frac{G_F}{4\sqrt{2}\pi}\frac{1-\rho}{2\rho-1}m_{\phi^{++}}^3\left(1-\frac{4m_W^2}{m_{\phi^{++}}^2}+\frac{12m_W^4}{m_{\phi^{++}}^4}\right)\sqrt{1-\frac{4m_W^2}{m_{\phi^{++}}^2}}.$$

利用 $1-\rho<0.0066$ 可以给出这部分宽度的上限:

$m_{\phi^{++}}$(GeV)	300	500	700	900
$\Gamma_{W^+W^+}$ (GeV)	<0.077	<0.469	<1.39	<3.05

从这个表上也可以看出,尽管 ϕ^{++}的质量很重并且衰变动量很大,衰变部分宽度仍然很小.

如果两个相邻电荷的重 Higgs 粒子的质量差大于 W 粒子的质量，则可有放出一个 W 粒子的衰变方式. 例如对于 $\phi^{++}\to\phi^{+}W^{+}$ 衰变,部分宽度为

$$\Gamma=\frac{2\sqrt{2}G_F}{\pi}k^3$$

当衰变动量 $k=21.1$ GeV 时 $\Gamma=100$ MeV; $k=45.7$ GeV 时 $\Gamma=1$GeV. 这种过程如果可以出现，也将成为重 Higgs 粒子的主要衰变方式之一.

如果存在 $I=1$ 的第二个 Higgs 多重态,就会多存在 3 个或 6 个中性或带电的 Higgs 粒子. 很可能，这些 Higgs 粒子的质量都要比 H^0大一个数量级或更重一些,但这些粒子即使重到质量近于 1 TeV 时,也仍然具有很小的$r=\frac{\Gamma}{m}$值，表现为窄宽度粒子. 这是这类重 Higgs 粒子的特有的特征.

§5.3 顶夸克和第 4 代费米子

现在已发现的 3 代费米子中，唯一没有被发现的粒子是顶夸克 t. 在正负电子对撞产生正反 b 夸克对的实验中，可以根据截

面的左右不对称性来判定 b 夸克弱同位旋第 3 分量的值，实验值定出为 $I_3=-0.49\pm0.10$. 这说明 b 夸克不属于弱同位旋单态，而应属于 $I=\frac{1}{2}$的态，这样还应有$I=\frac{1}{2}$, $I_3=\frac{1}{2}$的态，即 t 夸克存在.

现在实验给出 t 夸克质量的下限为

$$m_t>78\text{GeV}$$

同时从理论上看，t 夸克的质量取不同值时，对 W 粒子和 Z 粒子质量的修正不同，导致反映中性流弱相互作用和带电流弱相互作用强度比的参数

$$\rho=\frac{m_W^2}{m_Z^2\cos^2\theta_W}$$

的值也会有所不同，根据现有 ρ 值的实验数据推测给出的 t 夸克的质量上限为

$$m_t<180\ \text{GeV}$$

如果存在 t 夸克，人们自然期望能观察到 t 夸克偶素$(t\bar{t})$. 特别是应该容易从 e^+e^- 对撞中直接生成 $J^{PC}=1^{--}$ 的$(t\bar{t})$. 对 c 夸克和 b 夸克，$J^{PC}=1^{--}$ 的夸克偶素分别是 J/ψ 粒子和 Υ 粒子，它们的质量和宽度分别为

粒　　子	质量(MeV)	宽度(keV)	$\Gamma(e^+e^-)$keV
$J/\psi=(c\bar{c})$	3096.9 ± 0.1	68 ± 10	4.72 ± 0.35
$\Upsilon=(b\bar{b})$	9460.3 ± 0.2	52 ± 3	1.34 ± 0.05

从这个对比来看，随着夸克质量的增加，夸克偶素的总宽度反而减少，理论的计算也确实给出这样的结果. 现在 t 夸克质量重于 b 夸克，人们自然预期 t 夸克偶素也将表现为宽度很窄的粒子. 但是现在 t 夸克质量下限已接近 W 粒子质量，并且有可能超过W

粒子，t 夸克本身的弱相互作用衰变宽度就不小了，并且随 t 夸克质量的增加而迅速增加. 在 $m_t=100\mathrm{GeV}$ 时，t 夸克衰变的总宽度约为 80MeV，这就大大超过了 t 夸克偶素通过强相互作用和电磁相互作用衰变的总宽度. 这说明，t夸克产生后，还不足以形成 t 夸克偶素就将衰变掉了. 因此在 $m_t>100\mathrm{GeV}$ 时，实验上探测 t 夸克的存在不能像研究 c 夸克和 b 夸克时那样利用夸克偶素的出现，而必须直接着眼于 t 夸克本身的相互作用和运动行为.

现在实验上已发现的费米子有 3 代，人们自然要问是否自然界只有 3 代费米子，首先要问的是，是否存在第 4 代费米子.

对于Z 粒子宽度测量的分析给出，自然界应只存在 3 代轻中微子。有可能自然界只有 3 代费米子，也有可能还存在第 4 代费米子，如果这一代费米子中的中性轻子质量较重，也还可以不和从 Z 粒子宽度分析给出的结论相冲突.

现在实验给出的质量下限为:

如果中微子质量近于零，带电轻子 L^+ 的质量

$$m_{L^+}>41\mathrm{GeV}，置信水平 90\%;$$

中性重轻子 E^0 的质量

$$m_{E^0}>22.5\ \mathrm{GeV}，置信水平 95\%;$$

含第 4 代夸克 b′ 的粒子 B′ 的质量

$$m_{B'}>32\mathrm{GeV}，置信水平 90\%$$

b′ 夸克的特点是通过弱相互作用最容易衰变到 t 夸克，衰变到 c 和 u 都较困难. 如果 $m_{b'}<m_t$，则 b′ 衰变到 t′ 是不可能发生的，而只能靠衰变到 c 或 u 来进行，这样 b′ 夸克应表现得特别稳定. 当然，如果 $m_{b'}<\frac{1}{2}m_Z$，则 $Z\to b'\bar{b}'$ 过程是可以进行的，对 Z 粒子的宽度也会有所贡献.

第六章 高能多粒子产生现象

§6.1 多粒子产生现象的实验特征

60年代后期，随着高能加速器能量的提高，实验上对高能碰撞的研究日益增多，看到了许多过去没有明显看到的新现象，表现出新的物理特点和新的规律性，其中一个重要的方面是多粒子产生现象.

在高能碰撞中产生大量粒子的反应称为多粒子产生反应. 这时末态粒子的数目很多，因此对任何一个事例作运动学上的细致观察和分析都是困难的，在理论上对大量粒子产生的过程用场论计算和讨论也是困难的. 研究多粒子产生现象的规律性，首先需要认识多粒子产生现象的特点，采用符合其特点的描述和分析方法.

多粒子产生反应中，实验上能直接观测的是带电粒子，一个事例末态中所包含的带电粒子数目称为多重数 n，碰撞产生多重数为 n 的末态的反应截面称为拓扑截面，用 σ_n 来表示. 显然，给定初态下对所有拓扑截面求和就得到粒子的非弹性碰撞总截面 σ_T

$$\sigma_T=\sum_n \sigma_n$$

在粒子碰撞反应时，末态多重数为 n 的概率 P_n 为

$$P_n=\frac{\sigma_n}{\sigma_T}.$$

在给定初态粒子时，σ_n、σ_T、P_n 都是质心系总能量$\sqrt{s}$的函数. 在任何能量下 P_n 都满足归一化条件:

$$\sum_n P_n=1$$

即使给定初态粒子和能量，每个事例的多重数并不相同，可以在观测大量事例后得到这个反应的平均多重数$\langle n\rangle$:

$$\langle n\rangle=\sum_{n}nP_{n}=\frac{1}{\sigma_{T}}\sum_{n}n\sigma_{n}$$

当然同样也可以测量多重数的 l 次矩:

$$\langle n^{l}\rangle=\sum_{n}n^{l}P_{n}$$

注意，一般而言，$\langle n^{l}\rangle\geqslant\langle n\rangle^{l}$，只有在 P_n 是 $P_{n}=\delta_{nn_0}$ 时等号才成立.

对多粒子产生反应，除了可以用多重数来描写，考察它的多重数分布外，还可以考察末态粒子的快度分布. 以对撞方向为轴，可以把末态中各粒子对于对撞方向的快度测出来，考察末态粒子在对撞轴方向的快度分布函数，用截面表示出来是

$$\frac{1}{\sigma_{T}}\frac{d\sigma}{dy}$$

其中y是末态粒子的快度. 注意，测量任一事例时，并不需要考虑该事例的多重数是多少. 只要在这事例中，快度为y处有一个粒子，就对这分布函数在y处贡献一个"点". 由此可见，多重数愈大的事例，对分布函数贡献的"点"数也就愈多，事例对分布函数贡献的"点"数等于该事例的多重数. 由此可见，这个分布函数对所有快度都加起来后并不归一到 1，而是归一到该反应的平均多重数:

$$\frac{1}{\sigma_{T}}\int\frac{d\sigma}{dy}dy=\langle n\rangle$$

这个分布又称单举分布，物理意义是，不论产生了多少粒子，只看其中任一粒子的快度分布.

还可以考察末态粒子对于对撞轴来说的横动量分布，也就是末态粒子动量在垂直于对撞轴的平面上投影大小的分布，也可以类似地用截面对横动量的微分表示出来.

高能多粒子产生现象有以下几个明显特点:

(1) 平均多重数随能量缓慢上涨

在给定能量下，每一碰撞可以产生的粒子数有一个上限. 以质子碰质子为例，如果质心系总能量为$\sqrt{s}$，产生粒子数最多的情形是产生的都是静止的π介子，如果π介子有N个，则有

$$2m_p+Nm_\pi=\sqrt{s}$$

但π介子中平均有$\frac{2}{3}$是带电π介子，因此最大多重数$n_{\max}$为

$$n_{\max}=2+\frac{2}{3}N=\frac{2\sqrt{s}}{3m_\pi}-\left(\frac{4m_p}{3m_\pi}-2\right)$$

下面列出高能下质子反质子对撞时的最大多重数和实验测得的平均多重数的值:

$\sqrt{s}$ (GeV)	200	546	900
$n_{\max}$	959	2630	4341
$\langle n\rangle$	21.6 ± 0.5	28.3 ± 0.2	35.1 ± 0.6

从上表可以看出，在能量很高时，$n_{\max}$正比于$\sqrt{s}$，但$\langle n\rangle$随$\sqrt{s}$的增长则要慢得多，并且有$\langle n\rangle\ll n_{\max}$

由实验可以总结出平均多重数随$\sqrt{s}$的增长为

$$\langle n\rangle=a+b\ln s+c(\ln s)^2,$$

其中a,b,c为由实验值拟合出来的参数，其值随所拟合实验值的能区范围和采用的实验数据不同而不同.

(2) 介子为主，π介子为主

在多粒子产生事例中，新产生的粒子绝大多数为介子，重子和反重子很少；而在所产生的介子中，绝大多数为π介子，其它重介子只占很少的比例. 70年代前期就明显地显示出，新产生的粒子

中，π介子占80%以上。除了π介子外，主要是K介子，至于各种重子和反重子加在一起才占百分之几，而且这个结果，并不随能量的增加而显著变化。

当考察造成介子为主、π介子为主的物理原因时，人们自然首先考虑到阈效应。产生π介子的最低能量是m_π；产生K介子时，奇异数守恒要求成对产生，最低能量是$2m_K$；产生重子时，重子数守恒要求重子和反重子成对产生，最低能量是$2m_p$。由于$m_\pi \ll 2m_K \ll 2m_p$，使π介子最容易产生，其次是K介子，最难产生的是重子和反重子。按照这样的理解，随着碰撞质心系总能量的增加，有可能出现两种情况：

一种可能性是，随着$\sqrt{s}$的增加，m_π，$2m_K$，$2m_p$都变得远小于$\sqrt{s}$。和$\sqrt{s}$相比，它们都可以近似地看作是零质量粒子，它们之间的差异趋于消失。这样K介子和重子所占比例都应该上升，π介子为主的情况逐步减弱。

另一种可能性是，随着$\sqrt{s}$的增加，新产生的粒子数增加了，但产生每一个粒子时的阈效应仍旧存在，并不随质心系总能量的增加而有所改变。

实验上判定实际发生的是哪种情况将有利于探索多重产生的物理机理。如果多粒子产生时是一个一个地逐个产生的，则每一个粒子产生时都是质心系总能量整体在起作用，这时就很可能发生前一种情况。如果多粒子产生时是同时产生许多粒子，则每一个粒子产生时起作用的只是质心系总能量的很小一部分，这时就有可能发生后一种情况。实验的发展显示出实际发生的是后一种情况。从70年代前期到现在，多粒子产生现象的质心系总能量已经提高了一个数量级，但介子为主、π介子为主的特征一直是稳定的。同时也显示出π介子以外其它介子和重子反重子所占的比例都在缓慢地逐渐有所增加。

(3) 平均横动量有限

多粒子产生现象的一个明显特征是产生的粒子平均横动量有限．当质心系总能量$\sqrt{s}$增加时，所产生粒子的平均纵动量$\langle p_L\rangle$是增加的，而平均横动量$\langle p_T\rangle$则基本上保持不变，只有$\sqrt{s}$大幅度增加时才有缓慢的增加．当质心系总能量从5GeV增加到540GeV时，相当于用高能粒子去碰固定靶时粒子入射能量提高了4个数量级，所产生粒子的平均横动量只从约为350MeV增加到约为500MeV左右，这个增长是极为缓慢的．

多粒子产生时，产生粒子的横动量分布可以经验地表为指数型，即正比于e^{-bp_T}，其中参数b由实验定出约为$6\mathrm{GeV}^{-1}$，这个分布很像统计物理学中的Boltzmann分布．如果新产生的粒子是由一个温度$T=167\mathrm{MeV}$的热源中发射出来的，就会有这样的横动量分布，如果多粒子产生时首先产生了几个整体纵动量不同的热源，则新产生粒子的纵动量就会有很宽的分布．在这个特点的启示下，建立了以局部热统计平衡为基础的许多多粒子产生的模型理论．

(4) 领头粒子效应

多粒子产生时，末态粒子的快度分布一般呈现为一个平滑曲线，曲线的形状大体上与入射粒子没有明显依赖关系，曲线的快度分布区域的宽度则随质心系总能量$\sqrt{s}$的增加而增加．但入射粒子的性质，包括重子数、电荷、奇异数等量子数，也会在末态粒子的快度分布的高快度区反映为一个附加的峰，称为领头粒子效应。例如在质子参加的碰撞中，末态带电粒子的快度分布和重子的快度分布中，都会显现出领头粒子效应，但在末态奇异粒子的快度分布中，就不会显现出领头粒子效应．

实验显示出，多粒子产生中末态粒子的快度分布在扣除领头粒子效应的贡献后，只与碰撞的类型是强子与强子、轻子与强子、

轻子与轻子这几大类有关，而与这一类型中具体是什么粒子去参加碰撞没有明显的依赖关系．这个特点给出的启示是：很可能多粒子产生的机型随碰撞的类型不同而不同，但粒子产生时的具体过程与入射粒子是什么粒子并没有直接的依赖关系．

（5）局部中性

考虑扣除领头粒子效应的快度分布．取一个小的快度间隔，观察其中末态粒子的总电量值，其结果为零，即平均是中性的．但这个快度区间不能过小，因为如果其中包含的粒子数太少，统计涨落影响就会太大了，这个性质称为电荷的局部中性．局部中性不仅表现在电量上，还表现在重子数、奇异数等各种守恒量子数上。这个特征对于探索多粒子产生的机理有重要的启示．例如，如果认为多粒子产生过程是先产生出许多强子集团，再由这些强子集团衰变成强子，那么局部中性启示：很可能这些强子集团都是纯中性的．

§6.2　多重数分布

多粒子产生过程中的多重数分布由拓扑截面 σ_n 或多重数概率 P_n 来描写．一般说来，确定 P_n 需要无穷多个参数，即给出各 n 所对应的 P_n 值．实际上如果有了一定的多粒子产生机理，就可以推导出概率 P_n，把 P_n 通过有限个参量表示出来．

如果多粒子产生过程是由无穷多次互相独立的准发射过程所组成的，每次准发射过程中最多只发射出 1 个粒子，其概率是确定的，则多重数概率分布是 Poisson 分布：

$$P_n = e^{-\langle n\rangle}\frac{\langle n\rangle^n}{n!}$$

其中只出现一个参数 $\langle n\rangle$，它的物理意义就是平均多重数．

为了讨论简便，对概率分布 P_n 常引入母函数

$$G(x)=\sum_n P_n x^n$$

则归一化条件为

$$G(1)=1$$

多重数的 l 次矩可表为

$$\langle n^l\rangle=\left(x\frac{d}{dx}\right)^l G(x)\Big|_{x=1}.$$

还可定义多重数的 l 次阶化矩$\langle n(n-1)\cdots(n-l+1)\rangle$，可表为

$$\langle n(n-1)\cdots(n-l+1)\rangle=\left(\frac{d}{dx}\right)^l G(x)\Big|_{x=1}$$

概率 P_n 则可表为

$$P_n=\frac{1}{n!}\left(\frac{d}{dx}\right)^n G(x)\Big|_{x=0}.$$

用母函数方法来处理，则 Poisson 分布的母函数为

$$G(x)=e^{(x-1)\langle n\rangle}$$

多重数的 2 次关联函数 f_2 定义为

$$f_2=\langle n(n-1)\rangle-\langle n\rangle^2$$

如果 $f_2=0$，它表明平均来说各粒子的产生是相互独立的，是无关联的；如果 $f_2>0$，称为正关联，它表明平均来说一个粒子产生了就增加了另一个粒子也产生的概率；如果 $f_2<0$，称为负关联，它表明平均来说一个粒子产生了就减少了另一个粒子也产生的概率.

对于 Poisson 分布，$f_2=0$，这正反映了各粒子是相互独立无关联地产生的.

另一种重要的分布是二项分布.如果多粒子产生过程是由 N 次互相独立的准发射过程所组成的，每次准发射过程中最多只发射出 1 个粒子，其概率为 p，则多重数概率分布是二项分布，它有 2 个独立参数 N 和 p:

$$P_n=\frac{N!}{n!(N-n)!}p^n(1-p)^{N-n}$$

其母函数为

$$G(x)=[1+p(x-1)]^N$$

平均多重数为$\langle n\rangle=pN$，可以把p通过$\langle n\rangle$和N表示出来，母函数变为

$$G(x)=\left[1+\frac{\langle n\rangle}{N}(x-1)\right]^N$$

这时多重数的 2 次关联函数为

$$f_2=-\frac{\langle n\rangle^2}{N}<0$$

出现负关联的原因是：尽管每次准发射过程是相互独立的，但整体上受了总次数有限的限制，这个限制给出了整体负关联. 如果$N\to\infty$，$f_2\to 0$，二项分布变成了 Poisson 分布.

在 70 年代前期，人们曾猜测多个粒子产生时是通过某种独立发射机理产生的，从而其多重数分布应为 Poisson 分布. 然而对pp碰撞的多粒子产生实验表明，多重数关联函数f_2在能量较低时<0，在$P_L=50$GeV时$=0$，在$P_L>50$GeV 时$f_2>0$并且随碰撞能量的增加而增加. 这个结果表明，多个粒子产生时有着复杂的相互关联，并且在能量高时，表现为很强的正关联.

1972年，Koba、Nielsen、Olesen 提出，在能量很高时，多重数分布概率P_n对碰撞质心系总能量$\sqrt{s}$的依赖关系可渐近地表为

$$\langle n\rangle P_n=\psi(z),\qquad z=\frac{n}{\langle n\rangle}$$

其中$\psi(z)$是一个与碰撞能量无关的只与碰撞类型有关的函数，P_n对能量的依赖关系通过$\langle n\rangle$体现出来. 由概率P_n的归一条件和$\langle n\rangle$的定义，要求$\psi(z)$满足两个等式：

$$\int_0^\infty\psi(z)dz=1$$

$$\int_0^\infty z\psi(z)dz=1$$

将当时 pp 碰撞多粒子产生的实验值代入后发现，$P_L=50\text{GeV}$—405 GeV 的拓扑截面乘平均多重数作为 z 的函数果然落在同一条曲线上. 很快又得知，如果把 z 的定义修改为 $z=\frac{n-\alpha}{\langle n-\alpha\rangle}$，取 $\alpha=0.9$，则从 $P_L=12\text{GeV}$起就都落在同一条曲线上了.

Koba、Nielsen、Olesen 提出的这行为称为 KNO 无标度性，最初是作为在高能极限下会渐近地表现出来的行为，然而实验的分析却表明，在不很高的能量下就表现出 KNO 无标度性，甚至在相当低的能量下，修改的 KNO 无标度性就很好地出现了.

从 KNO 无标度性可以普遍导出多重数的归一化矩

$$c_l=\frac{\langle n^l\rangle}{\langle n\rangle^l}$$

将是与能量无关的常数，这样

$$f_2=\left(c_2-1-\frac{1}{\langle n\rangle}\right)\langle n\rangle^2.$$

由于 $c_2-1>0$，这给出当$\langle n\rangle$很小时 $f_2<0$，当$\langle n\rangle$增加时 f_2 逐渐增加到 0，再增加到>0，并且一直随$\langle n\rangle$的增加而增加.

80 年代，实验上实现了$\sqrt{s}=200, 546, 900\text{GeV}$ 的$p\bar{p}$ 对撞，比过去的对撞能量从质心系提高了一个数量级，然而所得的多重数分布却离开了 KNO 无标度性函数，表明在这么高能区，KNO 无标度性反而遭到了破坏. 根据实验得到的多重数分布分析，多重数概率可以用一个负二项分布来描写.

负二项分布相当于把二项分布中的幂次N换成一个负数$-k$，这时 k 不再限于取整数值了. 负二项分布用 2 个参量$\langle n\rangle$ 和 k 来描写，其概率为

$$P_n=\frac{\Gamma(n+k)}{\Gamma(k)\Gamma(n+1)}\left(\frac{k}{\langle n\rangle+k}\right)^k\left(\frac{\langle n\rangle}{\langle n\rangle+k}\right)^n$$

其母函数为

$$G(x)=\left[1+\frac{\langle n\rangle}{k}(1-x)\right]^{-k}$$

其多重数关联函数为

$$f_2=\frac{\langle n\rangle^2}{k}>0$$

表现为正关联.

在给定碰撞粒子类型后，随着质心系总能量$\sqrt{s}$的变化，碰撞后的多重数分布也要变化，这表现为$\langle n\rangle$和k都是$\sqrt{s}$的函数. 实验的分析表明，很大的能量变化范围里的多重数分布都可以用负二项分布来描写. 对于pp和p$\bar{\text{p}}$碰撞，参数k对$\sqrt{s}$的依赖关系为

$$\frac{1}{k}=-(0.104\pm0.004)+(0.058\pm0.001)\ln\sqrt{s}$$

这表明，随着$\sqrt{s}$的增加，k的值逐渐减少.

进一步在实验上又测量限定某一快度区间内的多重数分布，这个快度区间称为快度窗口. 实验给出的给定快度窗口的多重数分布也可以用负二项分布来描写. 在给定质心系总能量时，比较不同窗口的多重数分布，结果表明，$\langle n\rangle$和k都是随窗口的加大而增加，这又是一个重要的特点.

多重数分布可以在相当好的近似下用负二项分布来描写，这是一个很好的经验规律. 为什么不同能量、不同快度窗口的多重数分布都能用负二项分布来描写？什么机理造成多重数分布显示为负二项分布？什么机理决定了参数k随能量和窗口大小的变化？这些都是需要从进一步的理论和实验研究中解决的问题.

§6.3 关联和集团效应

1. 单举谱和双举谱

在多粒子产生过程中，如果不管每个事例中共产生多少个粒子，只测量一个指定性质的粒子的快度分布，就称为单举过程. 例如可以规定只测量一个带电粒子或只测量一个 π^+ 介子的快度分布. 这样给出的分布函数是该给定粒子快度的函数，记为 $f_1(y)$. 如果只看某两类各一个粒子的快度分布，这样的测量过程称为双举过程. 例如可以同时测量一个 π^+ 介子和一个 π^- 介子的快度分布，这样给出的分布函数是两种粒子的快度的函数，记为 $f_2(y_1, y_2)$. 为确定起见，实验中测量 π^+ 的单举分布和 π^- 的单举分布，分别得到了快度分布函数 $f_+(y_1)$ 和 $f_-(y_2)$，测量 π^+ 和 π^- 的双举分布给出了快度分布函数 $f_{+-}(y_1, y_2)$. 如果 π^+ 介子产生时与 π^- 介子无关，则双举分布函数应等于单举分布函数之积:

$$f_{+-}(y_1, y_2) = f_+(y_1) f_-(y_2)$$

实验上测量结果表明它们的差并不等于零. 这说明这两类粒子产生时是有关联的.

2. 快度关联

多粒子产生中的快度关联有两类: 短程关联和长程关联.

如果两个粒子是由一个粒子衰变而来的，则在某处发现第 1 个粒子后，在其快度附近发现第 2 个粒子的概率就增大了，表现为正的短程关联. 归一化的关联函数(略去末态粒子的质量)为

$$\frac{1}{4\mathrm{ch}^2\left(\frac{y_1 - y_2}{2}\right)}$$

关联长度为2. 如果这两个粒子是由 1 个粒子衰变成的许多个粒

子中的两个，也有短程关联，只是关联函数略有改动，基本性质未变. 实验上已分析出许多粒子间的短程关联.

快度的长程关联则往往是由整体的运动学限制或动力机理所带来的. 实验上研究得比较多的是左右关联. 把快度分为左右两部分，以质心系快度为零作为分界，选取左边的多重数 n_L 给定时，测量右边的平均多重数 $\langle n_R\rangle_{n_L}$，考察 $\langle n_R\rangle_{n_L}$ 作为 n_L 的函数行为. 如果它不随 n_L 而改变，则表明没有左右的长程快度关联. 实验上显示 $\langle n_R\rangle_{n_L}$ 随 n_L 的增加而上升，表明存在左右的长程正关联. 这个长程正关联是整体运动学约束所造成的，因为动量守恒要求左边粒子的动量要有右边粒子的动量来抵消，这样左边的粒子数多时，平均来说也就要求右边有较多的粒子，这就自然表现为正关联.

多粒子产生过程关联的实验研究为探究多粒子产生的动力机理提供了重要的信息和启示.

3. 集团效应

多粒子产生过程是先产生大量强子集团，再由这些强子集团衰变成末态强子，这个机理从 70 年代以来一直就有了. 如果接受这种机理;

(1) 可以自然地说明短程关联的来源;

(2) 可以解释多粒子产生中的局部中性;

(3) 可以有利于说明介子为主、π 介子为主的原因，并进而研究各种粒子产额比;

(4) 有利于说明平均横动量有限;

(5) 有利于说明扣除领头粒子效应后，多粒子分布性质与入射粒子无直接关系的特点.

强子集团的衰变行为有多种类型，最主要的典型有两类：一

类是一次型衰变，即强子集团一次直接衰变成末态粒子；另一类是家族型衰变，即强子集团先衰变成几个小集团，这些小集团再衰变成更小的集团，经过几次级联衰变后才到末态强子.

一次型衰变有可能衰变成的末态粒子数较少，但粒子间的关联长度较短. 家旋型衰变可能衰变成的末态粒子总数较多，粒子间的平均关联不像一次型衰变强，平均关联长度则较长.

根据现有实验资料分析，对于多粒子产生的中间强子集团机理，有以下几点认识：

(1) 肯定有中间强子集团出现，也有直接产生的强子，两者各占一部分；

(2) e^+e^- 对撞中，直接产生强子所占的比例相对于强子强子碰撞要大；

(3) 集团有中性的，也有带电的，有可能中性集团较多；

(4) 集团的大小取决于集团作什么型衰变，现在从实验还难对集团的衰变类型作肯定的判断. 如果假定集团作一次型衰变，则一个集团平均衰变成的带电粒子数较少，并且不随$\sqrt{s}$的增加而迅速增加；如果假定集团作家族型衰变，则一个集团平均衰变成的带电粒子数较多，并且随$\sqrt{s}$的增加而增加.

第七章　相对论性重离子碰撞

§7.1　相对论性重离子碰撞的实验特点

近几年来，粒子物理学中一个重要的研究方向是相对论性重离子碰撞的实验和理论研究.

重离子碰撞是把原子电离成重离子，然后用高能加速器加速后实现原子核与原子核的碰撞. 相对论性重离子碰撞则是把重离子加速到很高能量，例如超过每个核子平均 10GeV 以上，这样在碰撞时就完全不同于通常的原子核碰撞，首先它必然表现为多粒子产生，这和强子与强子碰撞的多粒子产生现象类似. 但相对论性重离子碰撞还有其特有的与强子与强子碰撞不同的新的特点，这就是它可以实现在一不太小的有限体积内的高温高密度状态. 强子强子碰撞时，涉及的体积很小，涉及的重子数也小，只能观察到粒子的相互作用和反应. 而在相对论性重离子碰撞中，就可以观察到强子物质在高温高密度下有什么变化，是不是会发生相变，产生新的相. 相对论性重离子碰撞研究的对象是原子核，但研究的内容更直接和粒子物理、凝聚态理论相关，需要用的理论方法直接和量子色动力学，多粒子产生理论，场论及统计物理学相联系.

为了突出研究相对论性重离子碰撞中特有的新的物理现象和规律. 在理论工作上，首先要把强子碰撞的多粒子产生现象的已知规律，用来分析重离子碰撞中的结果，把其中直接由于强子碰撞的多粒子产生加以扣除，只剩下反映重离子碰撞特有的新物理内容的结果.

§7.2 相和相变

1. 强子物质态和夸克胶子等离子体

原子核的半径 $R=R_0A^{1/3}$，其中 A 为原子核的质量数 $R_0=1.20\times10^{-15}\mathrm{m}=1.20\mathrm{fm}$. 原子核中核子数密度 n_0 为

$$n_0=\frac{A}{V}=\frac{3}{4\pi R_0^3}=0.138\mathrm{fm}^{-3}$$

两个相邻核子间距离为

$$D_0=2^{\frac{1}{6}}\left(\frac{4\pi}{3}\right)^{\frac{1}{3}}R_0=2.17\mathrm{fm}$$

在核内，各核子之间距离大于核子半径的两倍，各核子之间是互相分开的，色禁闭使各个强子之间是相对独立的，这是典型的强子物质态.

在原子物理学中已经讲过，如果有两个点电荷 e 相距距离 r，则势能为

$$V(r)=\frac{e^2}{r}$$

如果这两个点电荷是在许多电荷组成的等离子体中，则势能受到了 Debye 屏蔽，变为

$$V(r)=\frac{e^2}{r}e^{-\frac{r}{r_D}}$$

其中 r_D 是等离子体的 Debye 屏蔽半径，这相当于等效电荷随距离增加迅速减小. 当 $r\gg r_D$ 时，，势能迅速趋于零，两电荷之间的相互作用被屏蔽掉了.

在量子色动力学中也会发生同样情形，两个夸克之间有着色禁闭的相互作用，其势能随 r 线性增长. 如果两个夸克之间有许多其它的夸克，它们也会造成 Debye 屏蔽. 如果两个夸克的距离

增加到远大于 Debye 屏蔽半径时，它们之间的相互作用就被屏蔽掉了，亦即色禁闭性被解除了．这时看到的不是由许多色单态强子组成的强子物质态，而是由许多夸克、反夸克和胶子组成的夸克胶子等离子体．夸克和反夸克都可以放出或吸收胶子，同时一对正反夸克可以湮没成一个胶子，胶子又可以变成一对正反夸克，胶子本身也可以放出或吸收胶子．夸克、反夸克和胶子通过这些相互作用过程在夸克胶子等离子体中达到动态平衡．夸克胶子等离子体是不同于强子物质态的新相．

2．实现相变的途径

实现相变的一个重要途径是通过相对论性重离子碰撞，使在核体积范围内造成高温高密度的核物质态．如果把重离子加速到每个核子能量 $E_L = m_N \gamma_L$ 去碰撞另一静止核靶，在正碰时能达到的质心系最大核子数密度 n 为

$$n = n_0 \sqrt{2(\gamma_L + 1)}\,.$$

n 随碰撞能量的变化见图 1-7.1．从图上可以看到，当 $\gamma_L = 49$时，

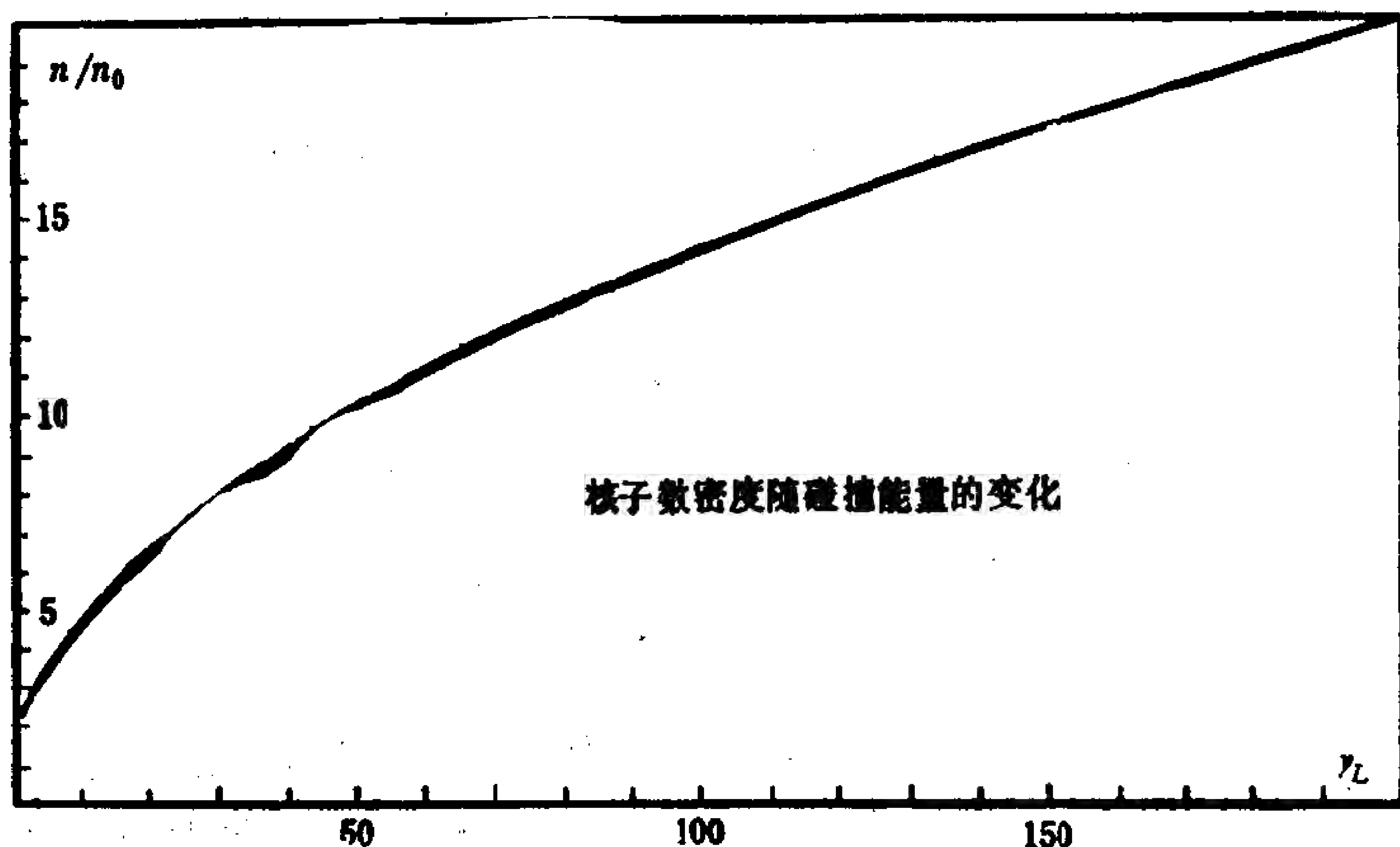


图 1-7.1

$n=10n_0$，当$\gamma_L=199$时，$n=20n_0$. 将n_0值代入，分别为1.38fm^{-3}和2.76fm^{-3}.

再考察碰撞时在质心系可以得到的核子间最近距离随入射能量的变化

$$D=D_0[2(\gamma_L+1)]^{-\frac{1}{6}}$$

其变化情形显示于图1-7.2，其中d是质子中平均两个夸克的距离，$d=1.38$fm. 从这图上看，当$\gamma_L=6$时，两核子间的距离接近到等于静止质子中两个夸克之间的平均距离；当$\gamma_L=84$时，D减少到只有静止质子中两个夸克之间平均距离的$\frac{2}{3}$. 由此可以看出，并不需要很高的能量，就可能使核子互相交叠，消除边界.

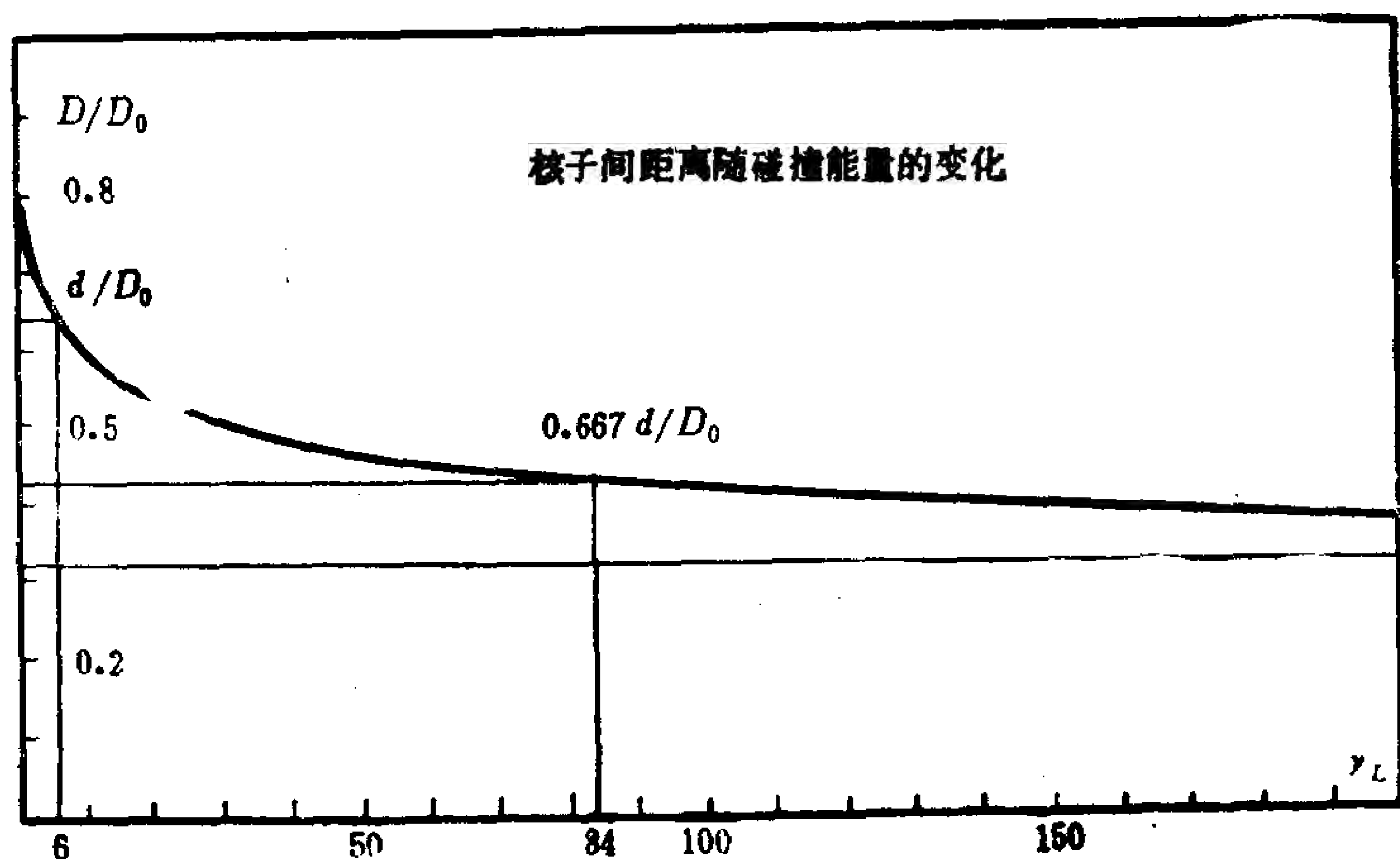


图 1-7.2

按照量子色动力学的估算，相变发生的温度约为200MeV，而温度又和能量密度相联系，理论估计相变可能发生于能量密度达到2-3GeVfm^{-3}时. 如果实现了夸克胶子等离子体，则其所达温度和入射核的能量关系如图1-7.3，图中有两条曲线是因为对

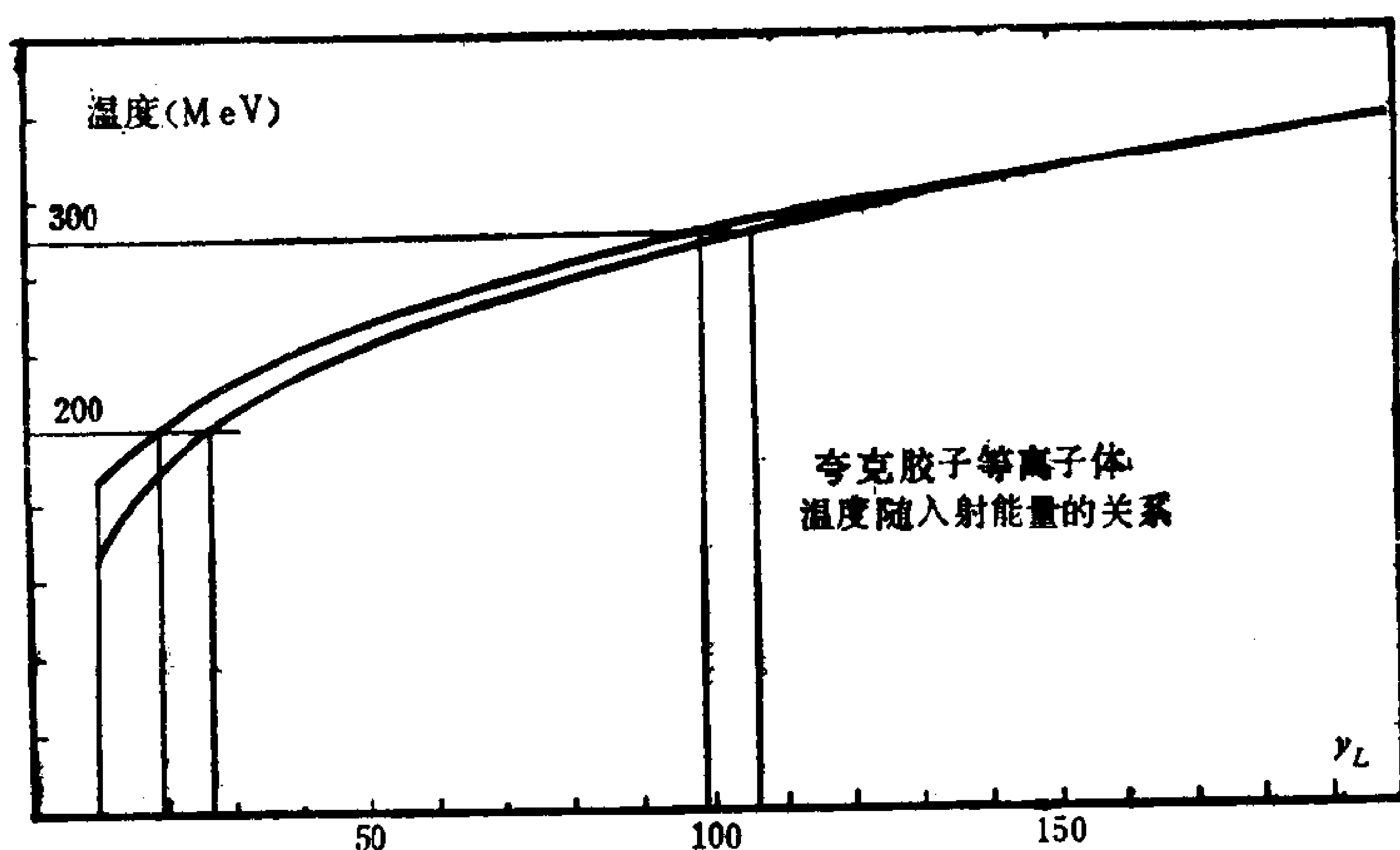


图 1-7.3

式中出现的一个参数选取了两个极端值，每一条曲线对应一个极端值，而实际情况应在两条线之间.

当然，上面的估计都是假定为正碰的理想情况下作出的，与实际情况还有一定的偏离.

3. 手征对称性恢复相

费米子有质量的条件是没有手征对称性，理论上也曾讨论过，有可能在能量高时本来有手征对称性，只是在低能下手征对称性破缺了，从而费米子可以得到质量. 如果是这样，就有可能在高温和高压下手征对称性又恢复了，这又是一种新相. 这个相的特点是夸克又都是无质量的了，从而不同味之间表现出更高的对称性.

§7.3 相变的几个实验表现

在相对论性重离子碰撞的实验研究中，人们特别注意判断是否确实实现了从强子物质态到夸克胶子等离子体的相变. 有几个

方面的实验现象被作为夸克胶子等离子体出现时带有特征性的信号.

(1) 直接光子和直接轻子

在大量强子产生时，还会伴随有光子和轻子产生，由于强相互作用产生的是强子，光子和轻子往往是由强子再衰变而产生的，这样它们的能量一般比较低. 如果产生了夸克胶子等离子体，就可能在夸克胶子等离子体形成初期温度还比较高时，就由夸克反夸克直接发出光子和通过光子产生轻子，这些直接光子和轻子将具有较高的能量，与强子衰变出来的光子和轻子有明显的不同.

(2) $\frac{K}{\pi}$的上升

在夸克胶子等离子体中，K 介子和 π介子的形成都是由夸克与反夸克直接生成的. 由于温度 $T\sim200\text{MeV}$, s 夸克虽比 u、d 夸克重，但由于温度高，s 夸克和u、d 夸克质量差对 K 介子和π介子相对产额的影响要比强子物质相时小得多. 这将表现为$\frac{K}{\pi}$的增长. 考虑到 s 夸克只有一部分形成 K^- 和 $\bar{K}^0$ 粒子，同时 K^- 介子产生后也很容易再被吸收，而 $\bar{s}$ 夸克将主要形成 K^+ 和 K^0 介子，并且 K^+介子产生后也不易再被吸收，这种增长将特别明显地在$\frac{K^+}{\pi^+}$上表现出来.

(3) J/ψ 压低

如果在夸克胶子等离子体中产生了 c 和 $\bar{c}$，它们可以结合成 J/ψ 粒子，也可以和其它夸克反夸克结合成 D 和 $\bar{D}$ 介子. 由于 c 和 $\bar{c}$ 数量较少，它们的平均距离较远，Debye 屏蔽效应将使它们不容易相互结合成 J/ψ 粒子而比较容易就近与其它夸克反夸克结合成 D 和 $\bar{D}$ 介子. 因此和 D、$\bar{D}$ 相比，J/ψ 粒子的产生就受到了压低. 而在强子物质相中不会有这种机理.

尽管这几个实验现象被作为夸克胶子等离子体出现时带有特征性的信号而提出来，但是理论的研究又表明：即使没有发生相变，在强子物质相的基础上，这几种特征性的信号也都有可能会出现．因此在实验上观察到了这些信号之后，要确切判断是否确实出现了夸克胶子等离子体，还需要理论和实验相配合做艰巨细致的分析工作．

粒子物理部分参考文献

1. S. Adler, Phys. Rev. **117** (1969) 2426.
2. R. E. Behrends, J. Dreitlein, C. Fronsdal and W. Lee. Rev. Mod. Phys. **34**(1962) 1.
3. J. S. Bell and R. Jackiw, Nuovo Cimento **60 A** (1969) 47.
4. J. D. Bjorken and S. D. Drell, Relativistic Quantum Field, McGraw-Hill, New York (1965).
5. E. Fermi and C. N. Yang, Phys. Rev. **76** (1949) 1739.
6. R. P. Feynman and M. Gell-Mann, Phys. Rev. **109**(1958) 193.
7. M. Gell-Mann, Phys. Rev. **125** (1962) 1067.
8. M. Gell-Mann, Phys. Lett. **8** (1964) 214.
9. H. Georgi and S. L. Glashow, Phys. Rev. Lett. **32**(1974) 438.
10. S. L. Glashow, Nucl. Phys. **22** (1961) 579.
11. S. L. Glashow, J. Iliopoulos and L. Maiani, Phys. Rev. **D** 2(1970) 1285.
12. J. Goldstone, Nuovo Cimento **19** (1961) 154.
13. P. W. Higgs, Phys, Lett. **12** (1964) 132.

14. P. W. Higgs, Phys, Lett. **13** (1964) 508.
15. P. W. Higgs, Phys, Rev. **145** (1966) 1156.
16. C. Itzykson and J. B. Zuber, Quantum Field Theory, McGraw-Hill, New York (1980).
17. M. Kobayashi and M. Maskawa, Prog, Theor. Phys. **49** (1973) 652.
18. P. Langacker, Phys. Rep. **72** (1981) 185.
19. T. D. Lee and C. N. Yang, Phys. Rev. **104** (1956) 254.
20. T. D. Lee and C. N. Yang, Phys. Rev. **108** (1957) 1645.
21. T. D. Lee and C. N. Yang, Phys, Rev. **109** (1958) 1755.
22. T. D. Lee, Particle Physics and Introduction to Field Theory, Harwood Academic Publisher GmbH(1981).
23. Y. Ne'eman, Nucl. Phys. **26** (1962) 222.
24. E. Noether, Nachr. Kgl. Ges. Wess. Göttingen (1918) 235.
25. S. Okubo, Prog. Theor. Phys. **27** (1962) 949.
26. S. Sakata, Prog. Theor. Phys. **16** (1956) 686.
27. A. Salam, In Elementary Particle Theory, Proceedings of the 8th Nobel Symposium, ed. N. Svartholm (Almquist and Wiksells, Stockholm, 1969) p. 367.
28. J. Schwinger, Phys. Rev. **82** (1951) 664.
29. E. C. G. Sudarshan and R. E. Marshak Phys. Rev. **109** (1958) 1860.
30. S. Weinberg, Phys, Rev. Lett, **19** (1967) 1264.

31. C. S. Wu, E. Ambler, R. W. Hayward, D. D. Hoppes and R. P. Hudson, Phys. Rev. **105** (1957) 1413.
32. C. N. Yang and R. Mills, Phys. Rev. **96** (1954) 191.
33. G. Zweig, CERN Reports TH. 401 (1964).
34. Particle Data Group, Phys. Lett. B **204** (1988) 1.

第二篇　原子核物理学*

第一章　绪　　论

§1.1　历史的简单回顾

原子核物理这门学科的诞生，要追溯到Rutherford著名的α粒子对原子的散射实验的分析[1]．根据α粒子对原子散射中出现的大角度偏转现象(图 2-1.1)，Rutherford提出，原子中有一个“核”，其半径($\sim 10^{-14}$m)比原子半径($\sim 10^{-10}$m)小得多，但原子的全部正电荷以及几乎全部的质量都集中在“核”上，否则无法说明α粒子的大角度偏转．这就是原子的有核模型．从此，人们不仅对

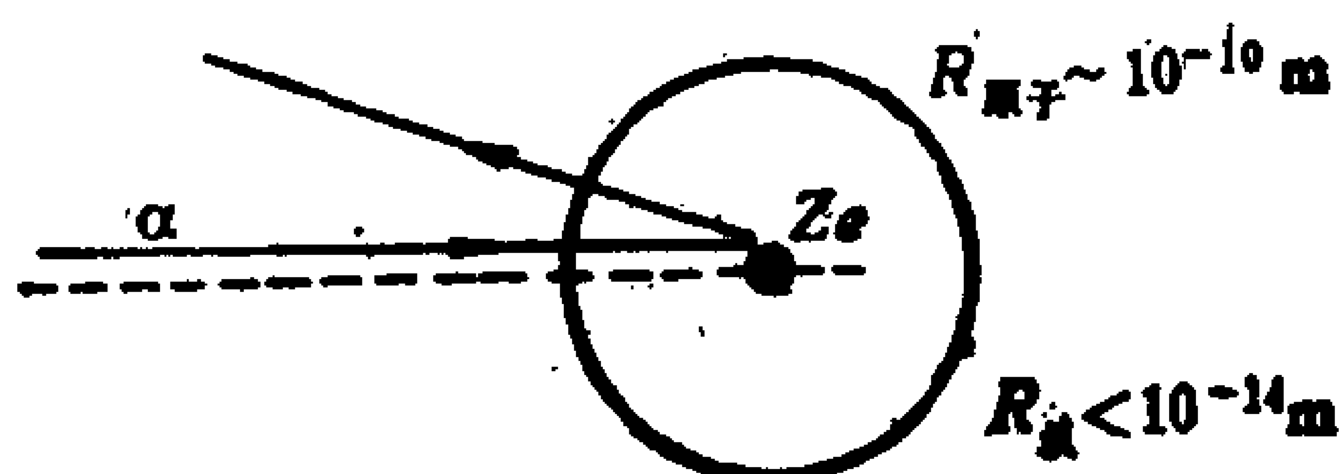


图 2-1.1　α 粒子对原子的散射

---

1) E. Rutherford, Phil. Mag. **21** (1911), 672

* 鉴于国内已有一些原子核物理学的教材，本讲座着重介绍原子核物理学的一些新的进展(特别是实验上已肯定的成果以及与实验密切配合的理论工作，例如原子核超导性，高自旋态及超变形核态等)．常见教材中已涉及的课题（例如原子核的稳定性，壳结构，原子核转动与振动等)的一些新的进展和看法，也予以简单介绍．对于与实验联系不大密切或实验基础还不够稳固的理论，以及需要较复杂的数学才便于讲清楚的理论，本讲座将不涉及，有兴趣的读者可参阅有关的原子核理论著作或总结性文献．

于原子结构的研究有了一个正确的出发点，而且也开始对原子核本身的性质进行探索．

首先摆在人们面前的问题是：原子核是由什么东西组成的？当时人们已发现的比原子更小的微粒子只有电子，质子和 α 粒子．可以理解的一种设想是，原子核由若干电子(e)和质子(p)组成．但稍加分析即可发现这种假设与量子理论有明显矛盾．

(a) 统计性分析．例如 $^{14}_{7}$N，按上述看法，应看成 14p+7e．由于质子与电子均为费米子，由 21 个费米子组成的体系作为一个整体也是一个费米子，遵守费米统计．但根据 N_2 分子转动光谱的谱线强度交替变化的规律的分析，^{14}N应该为玻色子(自旋为$\hbar$)．

(b) 不确定关系的分析．由于电子质量非常小，要把一个电子束缚在原子核内($\Delta x\sim5\times10^{-14}$m)，按不确定关系，$\Delta p\sim\hbar/\Delta x$．从数量级来考虑 $p\sim\Delta p$，而电子能量($\gg mc^2$)为 $E=\sqrt{p^2c^2+m^2c^4}\sim pc\sim c\Delta p\sim\hbar c/\Delta x\sim40$MeV．但在原子核 β 衰变中观测到的电子能量一般为～1MeV．两者相差过分悬殊，因此上述关于原子核组成的设想是很难成立的．

1932 年 Chadwick 发现中子[2]之后，原子核组成问题才得到满意解决．人们立即认识到，原子核是由若干质子(p)和中子(n)组成的．首先我们看到，关于统计性的矛盾立即消失．中子自旋与质子相同，都是 $\hbar/2$，即都是费米子，而且 $m_n\simeq m_p\simeq1840m_e$．仍以 ^{14}N 为例，按新的组成假定，^{14}N 的组成为 7p+7n，即由 14个费米子组成．所以作为一个整体看待时，是一个玻色子，与观测一致．其次，由于 $m_n\gg m_e$，不确定关系带来的困难也不复存在*．在物理上这是容易理解的，因为相对于电子来讲，中子是一个庞然大

---

2) J. Chadwick, Nature 129 (1932) 312

* 后来人们认识到，β 衰变中发射出的电子，并非原来就稳定地存在于核内，而只是在β衰变过程中才产生出来的。

物，行动“笨拙”，把它束缚在核内，要比电子容易得多．从此之后，人们习惯用 ^A_Z[元素符号]$_N$ 标记一个原子核，Z 为质子数，N 为中子数，而 $A=N+Z$．

原子核组成问题解决之后，人们就着手研究原子核结构．显然，核结构与组成原子核的粒子（质子和中子）的相互作用有密切的关系．通过核结构和核反应的研究，就可以得出关于核力的许多重要信息．从原子核的γ，β 和 α 衰变现象，人们了解到衰变前后原子核能量之差是以 MeV 为单位来计算的，而在原子中（其结构由电磁作用及量子力学规律支配）能级之差则以 eV 为单位来计算．由此可以判断：核力是比电磁作用强得多的一种新型作用．此外，根据原子核稳定存在的事实，可以判断核力主要是吸引力，否则无法形成束缚态．由于人们对于这种强相互作用没有现成的理论可以依据，这就决定了在相当长的一段时期内主要是通过实验以及采用唯象理论来了解原子核结构．

根据下列几点实验事实：(*a*)中子与质子自旋都是 $\hbar/2$，都遵守费米统计，(*b*)$m_n \approx m_p$，（相差～0.13%），(*c*)把 pp 之间库仑斥力影响除外，则 np，pp 力几乎完全相同，Heisenberg 提出核力的电荷无关性假定[3]，并在数学形式上类比自旋，提出同位旋(*isotopic spin* 或 *isospin*)概念（详见 § 3.1）．

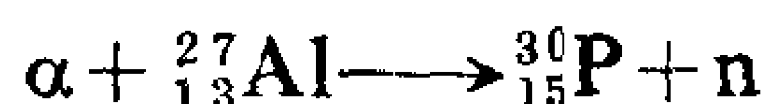
30 年代中，除加速器和探测技术得到重大发展外，下列重要事件对于核物理的发展具有重要意义：

(*a*) 由于中子与原子核之间无库仑排斥力，人们广泛利用中子进行核反应实验．在研究慢中子引起的核反应时，Fermi 发现，截面 $\sigma(E)$ 曲线出现很窄的共振峰．N. Bohr 由此提出了复合核(*compound nucleus*)概念[4]．此概念至今仍在核反应中被广泛采

3) W. Heisenberg, Z. Physik, **77** (1932) 1.
4) N. Bohr, Nature **137** (1936) 344.

用. 不久,Hahn &. Strassman 在利用中子轰击重核时,发现原子核分裂成两个较小的碎块, 即核裂变(*fission*) 现象[5]. 这为人们利用核能开辟了广阔的远景. 二次世界大战中, 原子弹的制造就基于对此现象的研究.

(*b*) 人工放射性同位素的发现. Irene Curie 与 Frédéric Joliot 用 α 粒子打击铝核,发现了人工放射性同位素 $^{30}_{15}P$:



$$\alpha + {}^{27}_{13}Al \longrightarrow {}^{30}_{15}P + n$$

在自然界中,稳定的核素有 280 个,还有 68 个天然放射性核素,它们的半寿命比太阳系的年龄长,或相差不大,否则早已不存在于太阳系中了. 人工放射性同位素的半寿命一般都比较短. 它们的发现大大扩充了核物理研究的范围, 是研究远离 β 稳定线的核素的开始. 迄今,人们已能用人工制备出 2000 多种核素.

在 30 和 40 年代中,核结构研究集中于原子核粗块性质(*bulk property*,指至少有大部分核子参与贡献的那些性质), 主要有下列几方面:(*a*)原子核的大小,(*b*)原子核的结合能和质量,(*c*)核裂变,(*d*)原子核巨共振. 这将在第 2 章中介绍.

核结构的系统理论研究开始于 40 年代末和 50 年代初, 此时粒子物理学也开始从核物理学中分化出去. 在此后的几十年中, 人们对于核结构的了解有了长足的进展, 下列几个方面可以说是几个里程碑:

(1) Mayer & Jensen(1949) 提出具有强自旋轨道耦合的壳模型[6,7],成功地说明了观测到的原子核的"幻数"(*magic number*).

---

5) O. Hahn and E. Strassmann, Naturwissenschaften **26** (1938)755, **27** (1939)11,89.

6) M. G. Mayer, Phys. Rev. **75** (1949) 1969; **78** (1950) 16
O. Haxel, J. H. D. Jensen, and H. E. Suess, Phys. Rev. **75** (1949)1766; Z. Physik, **128** (1950) 295.

7) M. G. Mayer and J. H. D. Jensen, Elementary Theory of Nuclear Shell Structure, (1955, Wiley).

它揭示出，尽管核子之间有强相互作用，但原子核的低激发态性质中仍然表现出独立粒子运动的特征．壳模型可以说是原子核一切微观理论的出发点（详见第 4 章）．

(2) Bohr & Mottelson(1952) 提出原子核集体模型．Rainwater 指出[8]，原子核可以发生变形．Bohr & Mottelson 系统研究了由于变形而产生的集体运动，（包括转动与振动），发现在原子核的低激发谱中存在极为漂亮的集体运动的规律性[9]．人们有趣地注意到，单粒子运动与集体运动共存于原子核这一体系中（详见第 5 章）．

(3) 原子核的对关联与超导性．Bohr, Mottelson & Pines (1958)[10]根据原子核低激发谱以及粗块性质中表现出的一系列奇偶差，指出核子之间有较强的对关联，并借鉴金属的超导电理论，提出了原子核超导性概念．人们开始把 BCS(Bardeen-Cooper-Schrieffer)理论移植到原子核理论中来[11]，成功地解决了原子核转动惯量理论值与观测值的严重矛盾[12]，揭示了低激发谱中存在准粒子激发（详见第 6 章）．后来 A. Bohr 还研究了与对关联相

---

8) J. Rainwater, Phys. Rev. **79** (1950) 432.

9) A. Bohr, Mat. Fys. Medd. Dan. Vid. Selsk. **26**, no. 14 (1952)
A. Bohr and B.R. Mottelson, Mat. Fys, Medd. Dan. Vid. Selsk. **27** no. 16, (1953).
A. Bohr and. B.R. Mottelson, Nuclear Structure, vol. I. Single-Particle Motion (1969), vol. II, Nuclear Deformations, (1975). (W. A. Benjamin, Inc.)

10) A. Bohr, B.R. Mottelson, and D. Pines, Phys. Rev. **110** (1958) 936

11) S. T. Belyaev, Mat. Fys. Medd. Dan. Vid. Selsk. **31**, no. 11 (1959)
L. S. Kisslinger and R. A. Sorensen, Mat. Fys. Medd. Dan. Vid. Selsk. **32** no. 12 (1960).

12) S. G. Nilsson and O. Prior, Mat. Fys. Medd. Dan. Vid. Selsk. **32**, no. 16 (1960).

联系的集体运动(对转动与对振动)[13].

(4) 原子核高自旋态. 60 年代后期,随着重离子加速器的建立和探测技术的进步,人们打开了制备和研究高自旋核态的大门. 70 年代初发现回弯(*backbending*)现象[14]之后,高速旋转下原子核性质的变化,成了核结构研究的热点,包括:回弯机制[15],带交叉频率和带相互作用强度,角动量顺排,三轴变形,对关联相变,带终结等(详见第 7 章).

(5) 超变形核态. 50 年代人们研究的核变形是比较小的(形变$\beta\lesssim1/3$). 60年代初发现了裂变同质异能态(*fission isomeric state*)[16]. 分析表明,它们是稳定的超变形核态,长短轴比为 2:1($\beta\approx0.6$). 80 年代中期,首次在 ^{152}Dy 发现了高自旋超变形核态[17],它具有很大的电四极矩($Q_0\approx17.5$eb),长短轴比为 2:1. 这一系列高自旋态($I\sim22$—60)构成有规律的转动带,转动惯量接近于刚体值. 后来在 ^{150}Gd, ^{149}Gd, ^{148}Gd 和 ^{151}Dy 等核中发现类似的超变形高自旋转动带. 还在 $A\sim132$(Ce-Nd区)发现了一系列超变形高自旋转动带(长短轴比为 3:2, $\beta\approx0.40$). 高自旋下的超变形核态以及远离 β 稳定线的原子核(奇异核, *exotic nuclei*)中的超变形核态是目前大家很感兴趣的问题(详见第 8 章).

*　　　　*　　　　*

在原子核低集体激发态理论方面,应提到 70 年代中期 Arima

---

13) A. Bohr, Compt. Rend. du Congress Intern. de Physique Nucleaire, vol. 1, p. 487
A. Bohr, Dubna Symposium on Nuclear Structure, p. 179. (Int. Atomic Energy Agency, Vienna).

14) A. Johnson, H. Ryde, and J. Sztarkier, Phys. Lett. **B34** (1971) 605

15) F.S. Stephens and R. S. Simon, Nucl. Phys. **A183** (1972) 257.

16) S.M. Polikanov, et al., ЖЭТФ 42 (1962) 1414; Soviet Phys. JETP **15** (1962) 1016.

17) J. Twin, et al., Phys. Rev. Lett **57** (1986) 811.

与Iachello提出的相互作用玻色子模型（IBM）[18,19]．IBM的基本思想是：原子核低激发四极集体态可以用具有相互作用的s玻色子($l=0$)和d玻色子($l=2$)来描述．在微观上，这些s和d玻色子分别被解释成角动量耦合成$J=0$和$J=2$的核子对[20,21]．如果说Bohr & Mottelson的核集体运动模型是一种几何描述（考虑原子核发生变形以及相应的集体和内部激发），则IBM采用一种代数和群理论的描述方式．这种描述还可以追溯到50年代末60年代初Elliott对轻核集体激发态的理论[22]．IBM提出之后，一方面引起了很多理论和实验核物理学家的重视，利用此理论系统地分析了一大片区域中的原子核低集体激发谱（特别是中重核），取得了相当大的成功，这方面的近期评述可参阅文献[23]．国内很多核理论工作者也做了很多工作（详见第5章）．另一方面，也有不少人对此模型的理论基础提出了批评[24]，其中涉及到仅仅引进$J=0$(S)和$J=2$(D)核子对是否足以描述变形核的低集体激发谱，以及高J核子对对于转动惯量、四极矩和能隙的重要影响．详细分析表明，$J=4$核子对(～g玻色子)的确相当重要，可参阅Arima的文章[25]．当然，也应注意，原子核低激发态中，确有一些

---

18) A. Arima and F. Iachello, Phys. Rev. Lett. **35** (1975) 1069.

19) A. Arima and F. Iachello, Ann. Phys. **99** (1976) 253; **111** (1978) 201, **123** (1979) 468.

20) A. Arima, T. Otsuka, F. Iachello and I. Talmi, Phys. Lett. **66B** (1977) 205.
T. Otsuka, A. Arima, F. Iachello and I. Talmi, Phys. Lett. **76B** (1978) 139.

21) T. Otsuka, A. Arima and F. Iachello, Nucl. Phys. **A309** (1978) 1.

22) J. P. Elliott, Proc. Roy. Soc. London, Ser. A **245** (1958) 128, 562.

23) R. F. Casten and D. D. Warner, Rev. Mod. Phys. **60** (1988) 389

24) A. Bohr and B. R. Mottelson, Physica Scripta **22** (1980) 468

25) A. Arima, in Nuclear Structure (R. Broglia, G. B. Hageman & B. Herskind 编, Elsevier Science Publisher, B. V. 1985).

处于 IBM 空间之外，很难在 IBM 及其各种改进形式中得到解释．例如 Kuyucak 等[26] 提到的某些重核中观测到的“β 振动带”($K^{\pi}=0^{+}$)转动惯量的反常现象．

近年来，中能和高能核物理的实验和理论方面都做了大量的工作．核子内部自由度的激发及其对原子核各种性质的影响，高能重离子碰撞的研究等都是人们很关注的问题．但要做出比较成熟和可靠的结论，恐还需要一段时间．在本讲座中就不介绍了．

§1.2 原子核的不稳定性

一个元素的化学性质和物理性质，取决于核外的电子数，其中价电子起了决定性作用．同一种元素的不同同位素的化学性质是相同的，然而一种原子能否存在，则取决于其原子核能否存在．

自然界中存在的原子核的核子数 $A=N+Z$ 有无上限？调查表明，只观测到 $A\lesssim240$ 的核素，当 A 超过此数时，半寿命都很短．由于库仑排斥能($\propto Z^2$)随 A 增大而急剧增大，它们将通过裂变和 α 衰变而转变成较轻的核素．

其次，对于给定 A，中子数 N 和质子数 Z 的取值有何限制？或者说什么样的 (Z,N) 组合才是稳定的？自然界中稳定核素的质子数与中子数是有一定的比例限制的．N 太大(丰中子核)将要发生 β^- 衰变，而 N 太小(贫中子核)则会发生 β^+ 衰变或电子俘获．从理论上来讲，就是研究在给定 A 之下，什么样的 (Z,N) 组合使体系的能量最低(能量极值定理)．研究表明，原子核的 β 稳定性取决于吸引的短程核力与库仑长程排斥力之间的竞争，并且要考虑到原子核是一个量子力学体系，Pauli 原理在此起了重要作用．

前已提及，自然界中稳定核素(都比 ^{208}Pb 轻)有 280 个．天然放射性核素以及人工放射性核素已超过 2000 个．按照理论计算

---

26) S. Kuyucak and I. Morrison, Phys. Rev. C38(1988)2482.

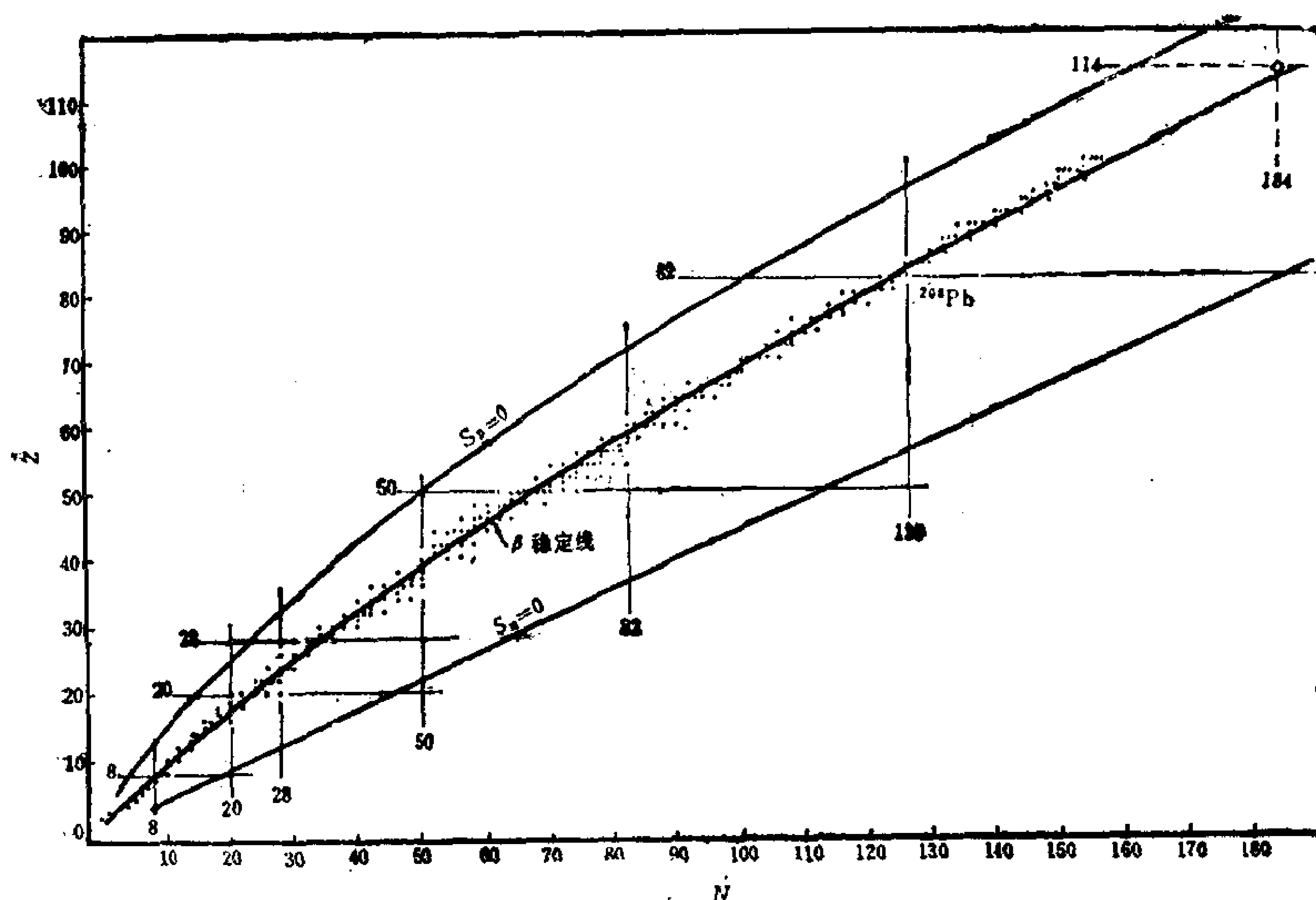


图 2-1.2　稳定核素图．^{208}Pb 以上无稳定核素，图中所画是给定 A 下质量最小的核素．$S_p=0$ 和 $S_n=0$ 分别代表质子滴线 (drip line)和中子滴线．^{298}114 是理论预言可能存在的超重核．取自 S. G. Nilsson and I. Ragnarsson, Shapes and Shells in Nuclear Structure(1985).

(详见 § 2.2)，对于发射中子或发射质子是稳定的核素约 8000 种，但绝大多数寿命极短，目前尚未在实验室中把它们制备出来．人工制备出的新元素有：

$_{93}$Np, ($_{94}$Pu)*, $_{95}$Am, $_{96}$Cm, $_{97}$Bk, $_{98}$Cf, $_{99}$Es, $_{100}$Fm, $_{101}$Md, $_{102}$No, $_{103}$Lu, $Z=104-109$.

分析一下在太阳系中各种元素所占的比例是很有意思的（见表 1. 1)．可以看出，元素氢(主要是 $^2_1H_1$，原子核为质子)和氦(主要为 $^4_2He_2$，核为 α 粒子，是最轻的稳定双满壳核)的质量占了98%．除了它们之外，$_6$C, $_7$N, $_8$O 等元素的含量最多，这对于有机分子的

* 1971年 9 月，美国 Los Alamos 实验室宣布，在矿物中证实了 $^{244}_{94}$Pu 的存在，半衰期为 80×10^6a.

表 11 太阳系中各元素所占的比例*

元素	质量	原子数
$_1H$	0.71	0.94
$_2He$	0.27	0.06
$_3Li, _4Be, _5B$	10^{-8}	10^{-9}
$_6C, _7N, _8O, _{10}Ne$	1.8×10^{-2}	10^{-3}
Si族, $_{11}Na-_{22}Ti$	2×10^{-3}	10^{-4}
Fe族, ($50\lesssim A\lesssim62$)	2×10^{-4}	4×10^{-6}
中等核, $63\lesssim A\lesssim100$	10^{-6}	10^{-8}
重核 $A>100$	10^{-7}	10^{-9}

* 取自 S. G. Nilsson and I. Ragnarsson, Shapes and Shells in Nuclear Structure, chap. 1

形成和生命的发展是至关重要的.

原子核的四种主要衰变模式

(1) γ 衰变(发射 γ 光子)

原子从激发能级经过自发辐射可跃迁到较低能级，过程中同时有光子发出. 光子是电磁辐射场的量子. 按光子能量 ($E=h\nu$) 可定出辐射的波长 ($\lambda=c/\nu$). 通常人眼能感觉到的光 (可见光) $\lambda\sim3000—7000$Å. 与此相似，原子核从激发能级经过自发辐射跃迁到较低能级时，也发射光子，但光子能量(~MeV)较大，相应的波长很短(比 X 射线波长 $\lambda\sim1$Å 还要短)，人眼不能觉察，按习惯称为 γ 射线. γ 光子能量可以是分立的 (原子核在分立能级之间跃迁)，也可以连续变化. 跃迁的快慢(单位时间的跃迁几率)决定了激发能级的寿命. 设原子核初态用能量 E、角动量 I、宇称 π 标记，末态用 E', I', π' 刻划. 按多极辐射理论，可以得出:

(*a*) 设放出光子带走角动量 $L(\hbar)$, (2^L称为 γ 射线的多极性, $L=1,2,3,\cdots$). 按角动量守恒律,

$$|I-I'|\leqslant L\leqslant(I+I')$$

(但应注意，由于光子具有自旋 $\hbar$，所以 $L\geqslant1$，而 $I=0\leftrightarrow I'=0$ 之间

不可能有 γ 跃迁，而只能采取其它方式相联系，例如内转换).

(b) 辐射有两类，即电辐射(记为 E)和磁辐射(记为 M). EL 辐射 γ 光子的宇称为 $(-1)^L$，ML 辐射 γ 光子宇称为 $(-1)^{L+1}$. 按宇称守恒律，

$$\pi\pi' = \begin{cases} (-1)^L, & \text{E}L\text{ 辐射} \\ (-1)^{L+1}, & \text{M}L\text{辐射}. \end{cases}$$

(c) 辐射光子能量 $\hbar\omega = E - E'$(核初末态能量差)，$\hbar\omega$ 愈大，跃迁速率也愈大.

(d) 随 L 增大，跃迁速率急剧减小. 在角动量守恒所允许的范围中，通常只有 $L = |I - I'|$ 或 $|I - I'| + 1$ 的辐射占主导地位(两个 L 值中只有一个满足宇称守恒)，更高极的辐射完全可以忽略.

由上可以看出，如原子核初末态的角动量差别较大，则可能发生的 γ 跃迁的多极性 L 也较大，因而跃迁速率很慢. 原子核中某一激发能级，如经自发辐射跃迁到所有较低激发态的速率都很小，则其半寿命很长. 半寿命较长的激发态，称为同质异能态(*isomerism*).

在 γ 衰变中，原子核的组成(Z, N)不变. 在以下三种衰变过程中，组成(Z, N)要改变.

(2) β 衰变(发射轻子)

β 衰变有下列几种类型:

(a) β^- 衰变，　　$M(Z, N) \to M(Z+1, N-1) + e^- + \bar{\nu}_e$

例如，自由中子是不稳定的，

$$n \longrightarrow p + e^- + \bar{\nu}_e \quad (\tau_{1/2} \approx (621.0 \pm 6.9)\text{s})$$

(b) β^+ 衰变，　　$M(Z, N) \to M(Z-1, N+1) + e^+ + \nu_e$

自由质子是稳定的. 但如给予能量，也可实现下列转换:

$$p + \text{能量} \to n + e^+ + \nu_e$$

(*c*)电子俘获(e. c.)　$M(Z,N)+e^{-}\rightarrow M(Z-1,N+1)+\nu_e$

与γ衰变和α衰变相比，β衰变有下列特点：(*a*)β衰变中发出的电子能量E_β不是分立的，而有一个连续变化的分布．正是根据此现象以及能量和动量守恒的考虑，Fermi 才提出，在β衰变过程中同时有另外一种粒子，即中微子发射出来，两个轻子分享原子核所释放的能量．(*b*)支配β衰变的是弱相互作用，在过程中宇称不守恒．

β稳定核的中子数和质子数有一定的比例关系．对于轻β稳定核，$N\approx Z$．对于较重核，由于库仑斥力影响，β稳定核的$N>Z$．由于壳层效应和奇偶差，对给定A，β稳定的(Z,N)组合可能不止一个．或者说，一个元素的β稳定同位素往往不止一个．自然界中每一种元素都至少有一个β稳定同位素．例外的是$_{43}$Tc 和$_{61}$Pm．它们的半寿命最长的同位素分别为

$$^{97}_{43}\mathrm{Tc},\quad \tau_{1/2}=2.6\times10^6\mathrm{a}$$

$$^{145}_{61}\mathrm{Pm},\ \tau_{1/2}=18\mathrm{a}$$

(3) α衰变(发射α粒子)

$$M(Z,N)\longrightarrow M(Z-2,N-2)+\alpha$$

α衰变是一种库仑势垒穿透现象．只要条件

$$M(Z,N)c^2-M(Z-2,N-2)c^2-M_\alpha c^2>0$$

满足，原则上即可发生α衰变．但势垒穿透的几率与势垒高度和宽度极为敏感，表现为α衰变的半寿命与发射出的α粒子的能量(动能)E_α很敏感．随着E_α减小，半寿命急剧增大．自然界中只在重核区观测到α衰变．观测到的α粒子的能量E_α大多在 4—7MeV 范围内．

天然放射性元素主要在重核区，即锕系核．它们通过α衰变和β衰变而构成几个系列．这些系列是：

(*a*) $A=4n$(Thorium 系列，n 为整数)

初始核素为 $^{232}_{90}\text{Th}, \tau_{1/2}=1.39\times10^{10}\text{a}$

系列的终点核为 $^{208}_{82}\text{Pb}$.

(b) $A=4n+2$(Uranium 系列)

初始核素为 $^{238}_{92}\text{U}, \tau_{1/2}=4.5\times10^{10}\text{a}$

系列终点核为 $^{206}_{82}\text{Pb}$

(c) $A=4n+3$(Actinium 系列)

初始核素为 $^{235}_{92}\text{U}, \tau_{1/2}=7.07\times10^{8}\text{a}$

系列终点核为 $^{207}_{82}\text{Pb}$

由于 ^{235}U 的半寿命比 ^{238}U 短得多，所以现在自然界中铀矿的97%为 ^{238}U，而 ^{235}U 约占3%，正是我们利用核能所需要的同位素.

(d) $A=4n+1$ 系列在自然界中没有观测到. 利用人工方法，可制备 $^{237}_{93}\text{Np}, \tau_{1/2}=2.2\times10^{6}\text{a}$，由于其半寿命相对说来较短，即使在太阳系形成时含有 $^{237}_{93}\text{Np}$，到现在也极难找到它的残存物了.

(4) 自发裂变(*spontaneous fission*)

$$M(Z,N)\longrightarrow M(Z_1,N_1)+M(Z_2,N_2)$$

$$Z=Z_1+Z_2,\ N=N_1+N_2$$

$$A_1,A_2\sim A/2$$

自发裂变现象是由于库仑斥力所引起的不稳定性，只对重核才重要. 自发裂变的半衰期随 A 增大而急剧减小，例如，

$^{230}_{90}\text{Th}$	自发裂变 $\tau_{1/2}\sim10^{17}\text{a}$
$^{240}_{90}\text{Pu}$	自发裂变 $\tau_{1/2}\sim10^{11}\text{a}$
$^{254}_{102}\text{No}$	自发裂变 $\tau_{1/2}\sim10\text{s}$
$^{260}_{104}\square$	自发裂变 $\tau_{1/2}\sim0.3\text{s}$

*　　　*　　　*

由以上分析看出，重核的不稳定性主要来自自发裂变和 α 衰变，而较轻核的不稳定性主要表现在 β 衰变（及电子俘获）. 由于自发裂变和 α 衰变，原子核的质量数 A 超过一定限度后，半寿命变

得很短，即使它们曾经在自然界中产生出来，也会很快衰变，所以在地球矿物中找不到其残迹.

但壳效应对于原子核的稳定性有重要影响. 满壳核，特别是双满壳核，结合能特别大，因而特别稳定. S. G. Nilsson[27] 等经过仔细计算后提出，在不稳定的重核海洋中，可能存在一个稳定小岛，称为“超重核岛”，位置是 $Z\sim114$, $Z\sim180(A\sim294)$, 即$^{294}114$可能是一个双满壳核，它很靠近β稳定线，即 β-稳定核，问题主要在自发裂变和 α 衰变. 由于它是双满壳核，其结合能额外地约大10 MeV. 这样，它的自发裂变和 α 衰变的位垒就额外地高出许多. 因此其半寿命可能很长，可以保存到现在. 经过多年的探寻，很遗憾，并未找到超重核在自然界中存在的可靠证据[28]. 另外一个途径就是通过重离子的融合(*fussion*)去制备超重核，例如



$$^{238}_{92}U_{146}+^{238}_{92}U_{146}\longrightarrow ^{298}114_{184}+^{178}_{70}Yb_{108}$$

但迄今仍未成功.

27) S. G. Nilsson, et al., Nucl. Phys. A131 (1969) 1.

28) G. Herrmann, Nature 280 (1980) 543.

第二章　原子核的粗块性质

所谓原子核的粗块性质，是指至少有相当大部分的核子都参与贡献的那些性质．它们是核物理早期(30和40年代)研究的主要方面，并在近期得到进一步发展．其中包括：原子核的大小，结合能与质量，裂变，巨共振等方面．以下分别介绍这几方面的进展．

§2.1　原子核的大小

有关原子核大小(半径)的早期知识，来自 α 衰变，镜核的 β 衰变等实验．但所得出的关于核半径的信息相当粗糙，而且"半径"的含义也比较含混．实际上，对于原子核的电荷密度分布，中子密度分布，质量密度分布，以及平均势场等，都可以定义相应的半径．

50 年代以后，人们对于原子核的电荷分布已有了相当细致的了解．有关核电荷分布的信息主要来自对下列三个方面实验的分析．

(a) 高能电子对原子核的弹性散射[1)]

入射高能电子作为一种探针，可用来探讨核电荷分布的细节．为此，要求入射电子的波长 $\lambda\!\!\!^{-}$≪核半径．高能电子的 de Broglie 波长为

$$\lambda\!\!\!^{-}=\frac{\hbar c}{E}\approx\frac{200}{E(\mathrm{MeV})}(\mathrm{fm}) \tag{1}$$

式中 E 为入射电子能量，以MeV为单位．一般所用电子能量>100 MeV．例如，$E\approx200$MeV，则 $\lambda\!\!\!^{-}\approx1$fm≪核半径．根据电子弹性

---

1) R. Hofstadter, Rev. Mod. Phys. **28** (1956) 214.
Ann. Rev. Nucl. Sci. **7** (1957) 231.
in Electron Scattering and Nuclear and Nucleon Structure, (1963, W. A. Benjamin).

散射的角分布的分析，就可以得出原子核电荷分布 $\rho(r)$ 的细节。这是通过散射态来研究核电荷分布的方法. 下面两种方法则是通过对原子在束缚态之间的跃迁所发射的分立谱来探索核电荷分布.

(b) μ 原子的 X 射线谱[2)]

在原子核(带电 Ze)库仑场中运动的带电($-e$)的粒子的长度自然单位为

$$a=\hbar^2/mZe^2 \tag{2}$$

即 1s 轨道的最可几半径，与粒子质量 m 和核电荷数 Z 成反比. 对于平常原子，电子的轨道半径远大于核半径，所以通常把原子核看成点电荷. 对于 μ 原子，由于 $m_\mu \approx 207m_e$，相应的轨道半径就要小得多，原子核就不能再近似看成点电荷. 特别是对于重原子，例如 $_{82}$Pb，其 1s 轨道半径 $\approx 0.53/82\times 207\text{fm}\approx 3\text{fm}<$ 核半径，即 μ^- 粒子有相当大的几率停留在核内. 因此，μ 原子的低激发能级与核电荷分布的细节有灵敏的关系. 根据 μ 原子的低激发能级之间跃迁所发射的 X 射线谱，就可以得知核电荷分布的知识. 除很轻的核以外，μ 原子的 X 射线谱是确定核电荷分布半径的非常精确的方法.

(c) 光谱的同位素移动(*isotope shift*)[3)]

同一元素的诸同位素的原子光谱是很相似的，但随核电荷分布的微小变化，光谱线将发生相应的微小移动. 通过光谱线的同位素移动，可以相当精确地定出不同的同位素的核电荷半径的微

---

2) V.L. Fitch and J. Rainwater, Phys. Rev. **92** (1953) 789.
C.S. Wu and J. Wiletz, Ann. Rev. Nucl. Sci. **19** (1969) 527.

3) E.W. Otten, Proc. 4th Conf. on Nuclei far from Stability, (1981), p. 3.
H.A. Schuessler, Phys. Today, Feb. 1981, p. 48.
K. Heilig, Hyperfine Interact. **24** (1985) 349.

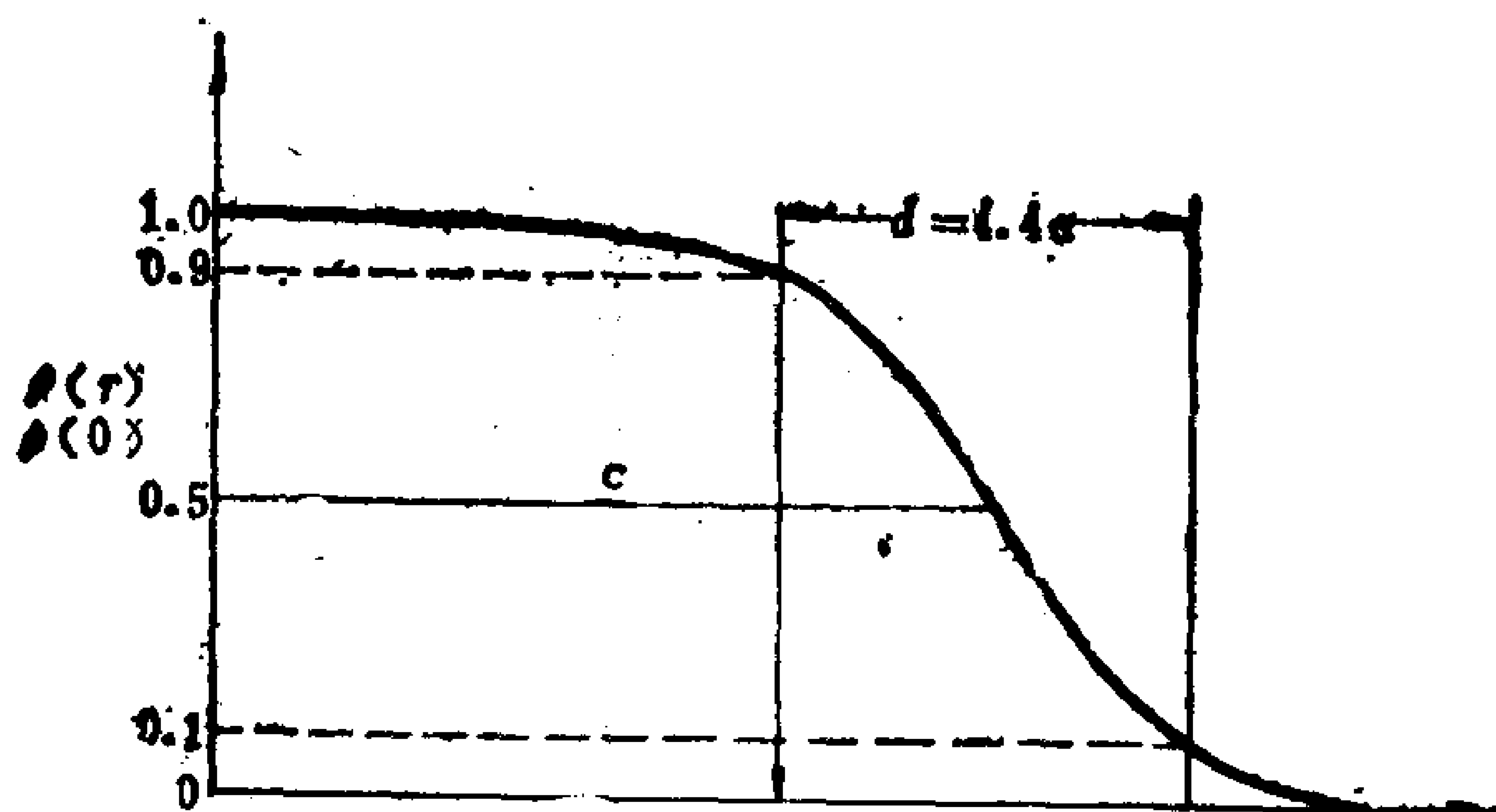


图 2-2.1　Fermi 型分布

c 为半密度半径，$d\approx4.4a$ 表示 $\rho(r)$ 值从 $\rho(0)$ 的90%下降到 $\rho(0)$ 值的10%的表层厚度.

小差别．近年来，由于可调染料激光器的使用，光谱测量的灵敏度有很大提高．因此，产量极微或寿命很短的同位素的谱线移动均可测出．这对于研究远离 β 稳定线的奇异核的电荷分布的变化是很有用的．近年来使用这种方法得出了关于很长系列的同位素电荷半径变化的一些有趣的现象(详见 § 8.3)．

分析核电荷分布时，通常采用下列 Fermi 形式：

$$\rho(r)=\frac{\rho_0}{1+e^{(r-c)/a}} \tag{3}$$

式中 ρ_0 由核电荷 Ze 确定，即

$$\int\rho(r)d\tau=4\pi\int_0^\infty\rho(r)r^2dr=Ze \tag{4}$$

c 与 a 作为两个参数去拟合实验(高能电子弹性散射角分布，μ 原子 X 射线谱等.)分析表明，除极轻核外，$a/c\ll1$．c 表示半密度半径(当 $r=c$ 时，$\rho(r)=\frac{1}{2}\rho_0\approx\frac{1}{2}\rho(0)$)．a 表征表层厚度．由此可见，核内部电荷密度大致是均匀的，而表层比较薄．当 $a\to0$，Fermi 分布将变成有明显界面的均匀球状分布．

电荷分布的方均根(*root mean square*)半径定义为

$$\langle r^2\rangle^{1/2}=\left[\int r^2\rho(r)d\tau\Big/\int\rho(r)d\tau\right]^{1/2} \tag{5}$$

对于 Fermi 分布，可求出

$$\langle r^2\rangle=\frac{3}{5}c^2\left[1+\frac{7}{3}\left(\frac{\pi a}{c}\right)^2+\cdots\right] \tag{6}$$

通常还习惯引进等效的均匀球状分布的半径 R，由下式确定

$$\rho(r)=\begin{cases}\rho_0, & r<R\\ 0, & r>R,\end{cases}\qquad \rho_0=Ze\Big/\frac{4\pi}{3}R^3 \tag{7}$$

容易证明

$$R=\sqrt{\frac{3}{5}\langle r^2\rangle}=1.291\langle r^2\rangle^{1/2} \tag{8}$$

大量的实验数据分析表明，R 粗略地遵守 $A^{1/3}$ 律，

$$R=r_0A^{1/3},\qquad r_0\approx1.2\text{fm} \tag{9}$$

由(7)式与(9)式可估算出核内部密度大致为

$$\rho_{平均}\approx\frac{A}{V}=\frac{3}{4\pi r_0^3}\approx0.14\ 核子/\text{fm}^3\approx2.3\times10^{11}\text{kg/cm}^3 \tag{10}$$

即一火柴盒那样大的“核物质”的质量约为 10 亿吨.

根据高能电子弹性散射和 μ 原子 X 射线谱实验定出的核电荷半径的精度已达到 1‰. 实验分析表明：从轻核到重核，r_0 系统地逐渐变小，变化幅度约 10%(图 2-2.2)：

$$r_0=\frac{R}{A^{1/3}}=\begin{cases}1.32\text{fm}, & 轻核\\ 1.20\text{fm}, & 重核\end{cases} \tag{11}$$

如果分析核电荷半径与核电荷数 Z 的关系，我们会有趣地发现下列关系：

$$R=r_pZ^{1/3} \tag{12}$$

极好地成立，即与 r_0 的大幅度变化相反，参数 r_p 非常接近于常数：

$$r_p=\frac{R}{Z^{1/3}}=1.64\text{fm} \tag{13}$$

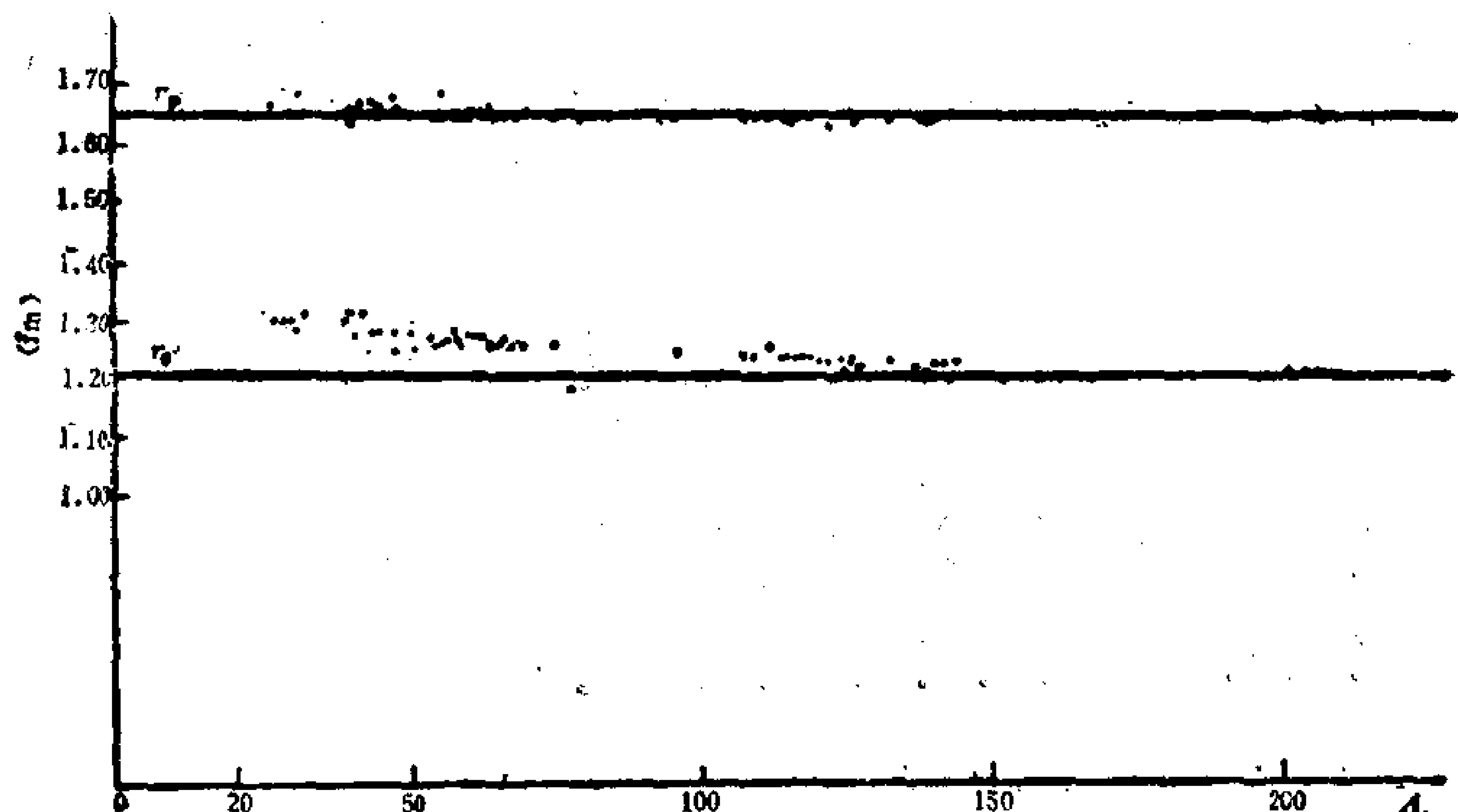


图 2-2.2 原子核电荷半径的 $A^{1/3}$ 律与 $Z^{1/3}$ 律.

取自曾谨言，物理学报 24(1975)151

作为核电荷半径的一参数经验公式来说，$Z^{1/3}$ 律可以极好地描述核电荷半径的实验值从轻核到重核的系统变化. $Z^{1/3}$ 律之所以比 $A^{1/3}$ 律更符合实验，是由于在 β 稳定线附近的原子核的 Z/A 比例随 A 增大而逐渐变小，而 $(Z/A)^{1/3}$ 的变化幅度约为 10%.

表 2.1 Ca 各同位素的核电荷半径的变化

核	$\langle r^2\rangle^{1/2}$(fm)	R(fm)	r_0(fm)	r_p(fm)	$\langle\beta^2\rangle^{1/2}$	r_0^s(fm)	r_p^s(fm)
^{40}Ca	3.4800	4.4927	1.314	1.655	0.097(5)	1.312	1.652
^{41}Ca	3.4805(4)	4.4933	1.303	1.655			
^{42}Ca	3.5114(10)	4.5332	1.304	1.670	0.210(4)	1.293	1.656
^{43}Ca	3.4984(10)	4.5164	1.289	1.664			
^{44}Ca	3.5214(11)	4.5461	1.288	1.675	0.224(5)	1.275	1.658
^{45}Ca	3.4981(14)	4.5160	1.270	1.664			
^{46}Ca	3.4995(15)	4.5178	1.261	1.664	0.180(15)	1.253	1.654
^{47}Ca	3.4852(38)	4.4994	1.247	1.658			
^{48}Ca	3.4814(18)	4.4945	1.237	1.656	0.078(18)	1.236	1.654

注：当计及原子核形变时，$\langle r^2\rangle$将变大. 在保持体积不变下发生四极轴对称变形的原子核(形变度用参数 β 刻划，见 §5.1)，其$\langle r^2\rangle=\left(1+\frac{5}{4\pi}\langle\beta^2\rangle\right)\langle r^2\rangle_{sph}$，$\langle r^2\rangle_{sph}$ 是球形分布下的方均半径. 此表取自J. Y. Zeng, Chin. Physics, 3(1983)652.

特别值得提出的是，包括$^{40}_{20}$Ca 和$^{48}_{20}$Ca 两个双幻核在内的一系列 Ca 同位素的核电荷半径几乎为一常数，尽管它们的中子数已经有了很大的变化.

系统的分析表明[4]，若只增加中子数(Z 不变)，则电荷半径的增加一般只有 $A^{1/3}$ 律预期值的一半[5]，有时甚至出现电荷半径减小的反常现象(见 § 8.3). 若只增加质子数(N 不变)，电荷半径的增加比 $A^{1/3}$律预期值大一些(~1.5 倍).

§ 2.2　原子核结合能

(1) 结合能与核力的饱和性

通常原子质量表[6]中给出的是原子的质量，即 $M(Z,A)$，$N=A-Z$，原子核质量则为

$$M_{核}=M(Z,A)-[Zm_e-B_e(Z)] \tag{1}$$

其中

$$m_e=0.511\text{MeV}/c^2$$

是电子静质量，$B_e(Z)$是原子中所有电子的结合能. 按照 Thomas-Fermi 模型，可估算出

$$B_e(Z)=15.73\,Z^{7/3}\text{eV}/c^2 \tag{2}$$

原子核的结合能定义为

$$B(ZA)=[ZM_p+NM_n-M_{核}(Z,A)]c^2 \tag{3}$$

其中 $M_p=938.256$ MeV$/c^2$，$M_n=939.550$MeV$/c^2$，分别表示质子和中子的静质量.

---

4) S G. Nilsson and I. Ragnarsson, Shapes and Shells in Nuclear Structure, p. II-3.

5) P. Jacquinot and R. Klapisch, Rep. Prog. Phys. **42** (1979) 773.

6) A. H. Wapstra and G. Audi, Nucl. Phys. **A432** (1985), 1, The 1983 Atomic Mass Table.

我们首先粗略分析一下一个核子的平均结合能 B/A 的变化规律，见图 2-2.3. 图中核素是靠近 β 稳定线的原子核，可以看出：$A>12$ 之后，$B/A\sim 8$ MeV；$A\sim 60$ 附近，B/A 达到峰值，${}^{62}_{28}Ni$ 是 B/A 峰值所在；$A>62$ 之后，(B/A)-A 曲线的斜率变负，这是由于库仑排斥能随 A 增大而愈来愈重要的缘故. 由此可以看出，对于 $A>62$ 的核，如使之发生裂变，就可以获得能量，而对于 $A<62$ 的核，如使它们发生聚变(*fussion*)，也可以获得能量. 这就是通过重核裂变或两个轻核聚变以获取核能的根据.

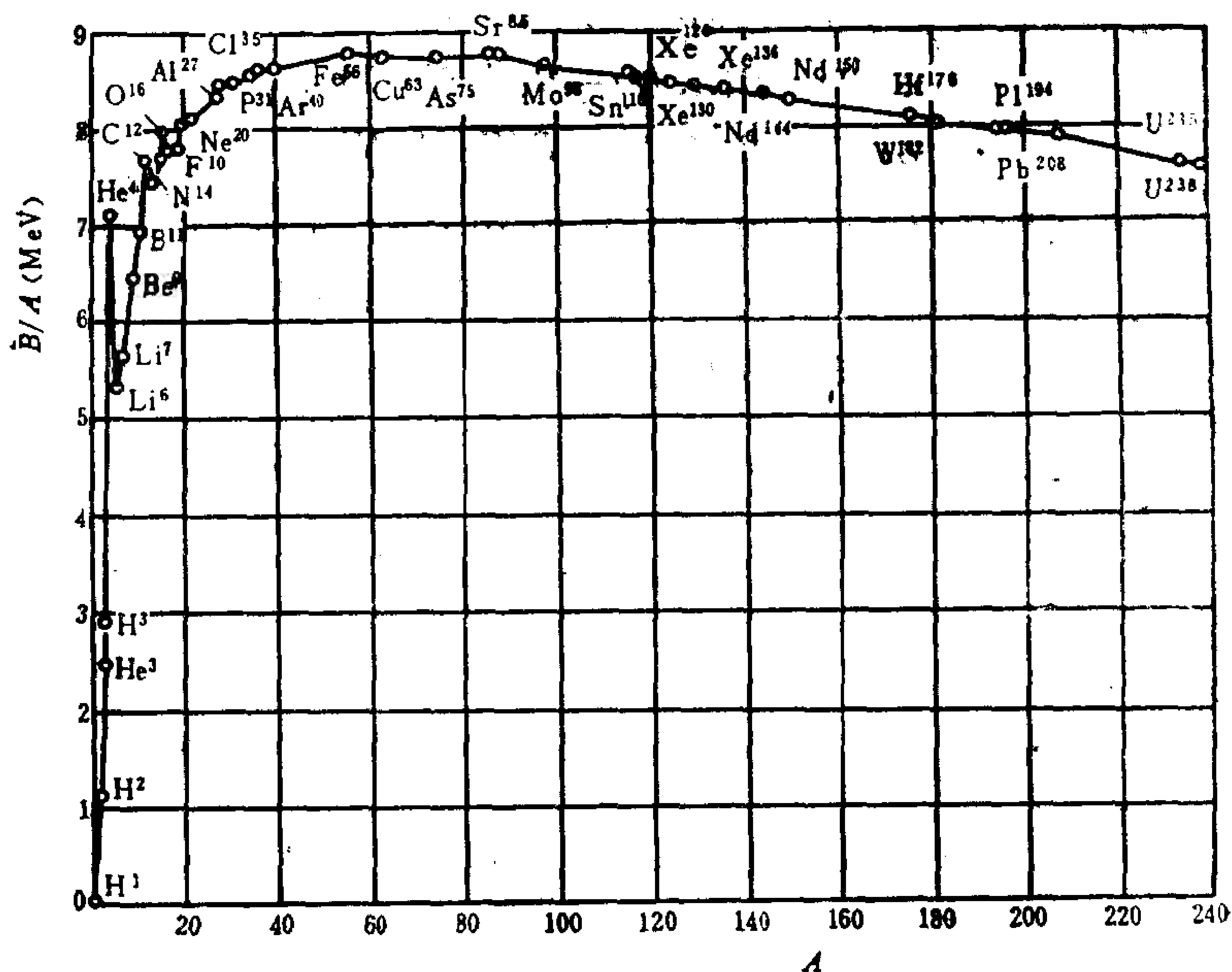


图 2-2.3　一个核子的平均结合能

取自 S. G. Nilsson & I. Regnarsson, Shapes and Shells in Nuclear Structure, (1985).

$A>(110—120)$ 以后，原子核对于自发裂变是不稳定的，但一般说来它们的裂变势垒较高，相应的裂变几率很小，实际上观测不

到．在 β 稳定线附近，只当 $A>230$ 后，自发裂变才较易观测．

原子核内 $B/A\sim$常数（8 MeV）说明了什么？设想在 A 个核子之间，两两均有吸引的相互作用，则其结合能$B\propto A(A-1)/2\propto A^2$ $(A\gg 1)$，因而 $B/A\propto A$. 这显然与实验矛盾．根据 $B/A\sim$常数这一事实，并考虑到核力的短程性，可以得出：原子核内一个核子只与相邻的少数核子的作用才对结合能有贡献，这就是**核力的饱和性**（*saturation*）．

（2）结合能的奇偶差

原子质量表中通常还给出中子或质子的分离能：

$$
\begin{aligned}
S_{\mathrm{n}}(Z,N)&=B(Z,N)-B(Z,N-1)\\
S_{\mathrm{p}}(Z,N)&=B(Z,N)-B(Z-1,N)
\end{aligned}
\tag{4}
$$

它们分别表示从(Z,N)核中分离出一个中子或一个质子所需付出的能量．实验分析表明，结合能（分离能）显示出系统的奇偶差．原子核结合能的奇偶差 P 定义如下（取 Z,N 为偶）：

$$
\begin{aligned}
P_{\mathrm{n}}&=\frac{1}{2}[B(Z,N)+B(Z,N-2)]-B(Z,N-1)\\
&=\frac{1}{2}[S_{\mathrm{n}}(Z,N)-S_{\mathrm{n}}(Z,N-1)]\\
P_{\mathrm{p}}&=\frac{1}{2}[B(Z,N)+B(Z-2,N)]-B(Z-1,N)\\
&=\frac{1}{2}[S_{\mathrm{p}}(Z,N)-S_{\mathrm{p}}(Z-1,N)]
\end{aligned}
\tag{5}
$$

实验分析表明，

$$
P_{\mathrm{n}}>0,\quad P_{\mathrm{p}}>0 \tag{6}
$$

这反映**偶偶核比相邻奇偶核稳定**．

类似地还可以定义，（仍取 Z,N 为偶）

$$
P_{\mathrm{n}}'=\frac{1}{2}[B(Z-1,N)+B(Z-1,N-2)]-B(Z-1,N-1)
$$

$$=\frac{1}{2}[S_n(Z-1,N)-S_n(Z-1,N-1)] \tag{7}$$

$$P_p'=\frac{1}{2}[B(Z,N-1)+B(Z-2,N-1)]-B(Z-1,N-1)$$

$$=\frac{1}{2}[S_p(Z,N-1)-S_p(Z-1,N-1)]$$

实验分析也表明

$$P_n'>0, \quad P_p'>0 \tag{8}$$

这反映奇偶核比相邻的奇奇核稳定．事实上，自然界中稳定的奇奇核只有4个最轻的核，即 $^2_1$H，$^6_3$Li，$^{10}_5$B 和 $^{14}_7$N.

实验分析还表明，系统地 $P_n>P_n'$，$P_p>P_p'$，即偶偶核与奇偶核的结合能差系统大于奇偶核与奇奇核的结合能差．这可从奇奇核内奇中子与奇质子的剩余相互作用找到解释．实验分析表明[7]

$$P/P'\approx 4/3 \tag{9}$$

(3) 结合能的半经验公式

Weizsäcker(1935) 提出了结合能的一个半经验公式[8,9]：

$$B(Z,A)=a_VA-a_SA^{2/3}-a_CZ^2/A^{1/3}-a_{sy}(N-Z)^2/A+B_p \tag{10}$$

上式右边前三项可以从经典带电液滴的图象来理解*，后两项则属于量子效应[4,9]．现分别讨论如下：

---

7) J. Y. Zeng, T. S. Cheng and F. C. Yang, Nucl. Phys. **A334** (1980) 470.

8) C. F. Weizsäcker, Z. Physik, **96** (1935), 431.

9) H. A. Bethe and R. F. Bacher, Rev. Mod. Phys. **8** (1936) 82.

* 这种图象推广到有变形的情况，就是原子核的液滴模型((liquid drop model). 这是早期提出的核模型之一，N. Bohr &. J. A. Wheeler 的著名文章[Phys. Rev. **56**(1939), 426]中用它来描述核裂变现象．到50年代初，A. Bohr &. B. R. Mottelson 把它发展成原子核的集体运动模型，用来处理核转动与振动．S. Cohen, F. Plasil &. W. J. Swiatecki (Ann. Phys. (NY) **82** (1974) 557) 用此模型来估算原子核能具有的最高角动量，极大值出现在 A～150 区域，最高角动量约为 75ℏ (详见§7.1，图7.4).

$a_V A \propto A \propto V$(核体积)，称为体能项(*volume energy*)；

$-a_S A^{2/3} \propto S$(核表面积)，称为表面能(*surface energy*)，注意负号！对于原子核表层附近的核子，由于近邻较少而未完全饱和，因而对结合能的贡献小一些，所以要扣除这个影响，而此影响的大小$\propto$核表面积；

$-a_C Z^2/A^{1/3} \propto Q^2/R$，($Q=Ze$ 为核电荷)，表示库仑排斥能．如假设核电荷均匀分布于半径为 $R(=r_0 A^{1/3})$ 的球内，则 $a_C=\frac{3e^2}{5r_0}\approx 0.72\,\mathrm{MeV}$，(取 $r_0=1.2\,\mathrm{fm}$)．计及电荷分布不均匀(表层的弥散)以及量子效应(波函数交换对称性带来的交换能)，排斥能会减弱*；

$-a_{sy}(N-Z)^2/A$称为对称能(*symmetry energy*)．这一项的作用是力图使原子核的中子数N与质子数Z相等．按照 Fermi 气体模型**，中子体系与质子体系的 Fermi 面应尽量靠近，以使整个体系能量最低．对称能项的作用与库仑能项正好相反．库仑排斥能项是力图使原子核中的质子数愈小愈好．这两项的竞争就决定了β稳定线的位置(见图 2-1.2 及后面的讨论)．对称能项对稳定核的中子数与质子数之差$|N-Z|$给予了限制，因而决定了β稳定半岛的宽度；

公式(10)中最后一项称为对能(*pairing energy*)项，它反映

---

* 可以证明[4]，对于 Fermi 型电荷分布，经典库仑能为

$$E_C=\frac{3Z^2e^2}{5c}\left[1-\frac{7\pi^2}{6}\left(\frac{a}{c}\right)^2+\cdots\right].$$ 当 $a/c\to 0$ 时，$c=R$ (均匀球分布半径)

若计及交换能，则在[…]中还要加进一项，即$-0.76Z^{-2/3}$．

** Fermi 气体模型是从金属中电子气的量子理论中借用过来的．不同之处在于：金属中电子气被看成是在方匣子中独立运动的体系，而原子核则被看成是在球匣子(即无限深球方势阱)中独立运动的中子系和质子系．这是早期引进的一种原子核独立粒子模型．从这一点来讲，它与 Mayer &. Jensen(1949)引进的壳模型并无概念上的差异．主要不同之处在于：Mayer &. Jensen 引进了强自旋轨道耦合，成功地解释了观察到的核幻数．

结合能的奇偶差. 通常取为

$$B_p=\begin{cases}\delta(A), & \text{偶偶核}\\ 0, & \text{奇偶核}\\ -\delta(A), & \text{奇奇核}\end{cases} \quad (11)$$

$$\delta(A)=12\cdot A^{-1/2}\text{MeV}$$

利用 Weizsäcker 公式去拟合(最小二乘法)原子核结合能的大量数据,可以定出公式中各参数 a_V, a_S, a_C, a_{sy} 等的值. 看来,利用经典模型,并计及适当的量子效应,可以较好地说明原子核结合能这一粗块性质的变化规律.

拟合实验得出,$a_V\approx 16$ MeV. 它代表"核物质"(*nuclear matter*)中每一个核子的平均结合能. 所谓核物质,是指如下的大量核子组成的体系:

(*a*) 表面效应(相对于体能)可以忽略,即($A\to\infty$);

(*b*) 库仑作用不存在;

(*c*) $N=Z$.

$a_V\approx 16$MeV 与实际核中一个核子的平均结合能 $B/A\sim 8$MeV 有很大的差别.

Weizsäcker 公式中的体能项和对称能项可以写成

$$B_V=a_VA\left[1-\kappa_V\left(\frac{N-Z}{A}\right)^2\right]=a_VA\left[1-\kappa_V(T_z/2A)^2\right] \quad (12)$$

$\left(T_z=\frac{1}{2}(Z-N)\right.$是原子核同位旋的$z$分量, 见 §3.1$\left.\right)$,所以对称能项也称为体对称能(*volume symmetry energy*).

Weizsäcker 公式提出后,不断有人提出改进的公式. 最重要

的改进是加进一项壳修正 $B_{壳}$. 壳修正也是一种量子效应*. 基于液滴模型的 Weizsäcker 公式, 只能描述结合能中光滑变化的部分,而对于壳修正这种跳跃变化的部分(见图 2-4.2), 则完全无能为力.

在改进的结合能半经验公式中, 最经常被人提到的是 Myers & Swiatecki 公式[10]:

$$B(Z,A)=a_V A-a_S A^{2/3}-a_C Z^2 A^{-1/3}-a_{sy}(N-Z)^2/A+B_p$$
$$+B_{壳}+c_D Z^2/A+a_{SS}(N-Z)^2/A^{4/3} \tag{13}$$

式中 $c_D Z^2/A$ 代表核表面的弥散所带来的库仑能修正,而 $a_{SS}(N-Z)^2/A^{4/3}$ 则为表面对称能(*surface symmetry energy*).

根据核电荷半径较好地遵守 $Z^{1/3}$ 律的经验公式,文献 7)中提出了下列结合能半经验公式:

$$B(Z,A)=a_V A-a_S A^{2/3}-a_C Z^{5/3}-a_{sy}T(T+1)A^{\alpha}+B_p'+B_{壳} \tag{14}$$

它分别对库仑能项,对称能项和对能项做了修改. 式中 T 是原子核同位旋,对于基态, $T=|T_z|=\frac{1}{2}|Z-N|$(见 § 3.1). 拟合实验表明,$\alpha\neq-1$,而是 $\alpha\simeq-0.90$. (14)式中

---

* 尽管原子核是一个强相互作用的量子力学多体系, 但实验表明它的低激发谱表现出单粒子运动的特征. 在这里, Pauli 原理和 Heisenberg 不确定关系起了重要作用. 描述核子的独立运动的平均场中的单粒子能级的分布是不均匀的, 即所谓集束(*bundling*)现象. 这可以说明结合能的跳跃变化. V. M. Strutinski, Nucl. Phys. **A95** (1967), 420; **A122** (1968), 1, 提出了从理论上计算壳修正的有用方法.

10) W. D. Myers and W. J. Swiatecki, Nucl. Phys. **81** (1966) 1; Ark. Fys. **36** (1967) 343
W. D. Myers, Droplet Model of Atomic Nuclei (1977, IFI/Plenum, New York).

$$B'_p=\begin{cases}\varepsilon(A), & \text{偶偶核}\\ 0, & \text{奇偶核}\\ -\frac{3}{4}\varepsilon(A), & \text{奇奇核}\end{cases} \tag{15}$$

$$\varepsilon(A)\approx 13.3A^{-1/2}\text{MeV}.$$

是根据实验分析结果(见(9)式)提出的.

(4) β 稳定线

根据原子核质量或结合能半经验公式，可以求出 β 最稳定核中的中子数和质子数的关系，即N-Z 平面中 β 稳定线的位置(见图 2-1.2). 它由下式给出:

$$\left.\frac{\partial M}{\partial Z}\right|_A=0 \tag{16}$$

由质量半经验公式的形式可以看出，β 稳定线的位置主要取决于库仑能项与对称能项的竞争. 库仑能项力图使质子数减少，而对称能项力图使中子数等于质子数. β 稳定线位置是人们关心的一个问题，它可以帮助我们判断库仑能项和对称能项形式的正确程度. 如不计及壳修正和对能项，按 Weizsäcker 公式(10)，可求出给定 A 时 β 最稳定核的质子数 Z^*,

$$Z^*=\frac{(a_{sy}+0.78)A}{2(a_{sy}+a_C A^{2/3})} \tag{17}$$

其中 0.78 MeV 是$(M_n-M_H)c^2$ 的值, M_n 和 M_H 分别是中子和氢原子质量. 按照 Myers-Swiatecki 公式(13)，可求出

$$Z^*=\frac{(a_{sy}+0.78)A^{1/3}-a_{SS}}{2[a_C+(a_{sy}-c_D)A^{-2/3}-a_{SS}A^{-1}]} \tag{18}$$

按照公式(14)，Z^* 由下式给出:

$$\frac{5}{3}a_C Z^{*2/3}=a_{sy}(A-2Z^*+1)A^{\alpha}+0.78 \tag{19}$$

对 β 稳定核的所有实验资料都表明，按(19)式给出的结果与实验最接近.

§2.3 原子核裂变

Hahn &. Strassman(1938)用中子轰击铀核时,出乎他们预料(想制造超铀元素),在中子被铀核俘获后的产物中,发现了 Ba 原子[11]. N. Bohr[12]很快就认识到这现象是铀核俘获中子后分裂成两个较小的碎块,并给予了定性的说明,认为这个过程是原子核的库仑排斥力与表面张力相竞争的结果. 重原子核中有为数众多的质子,库仑排斥能很大,只要从入射 α 粒子中获得少量能量就足以使复合体系碎裂成两块. 这就是核裂变现象(*nuclear fission*).(裂变一词是从生物细胞学中借用过来的.) Bohr & Wheeler 提出的核裂变的液滴模型理论[13] 至今仍占有很重要的地位. Hahn & Strassmann所观测到的裂变是入射中子引发的,称为中子诱发裂变(*neutron-induced fission*)或称正常裂变, Bohr 经过分析后着重指出[12],元素铀中只有 ^{235}U同位素(相对丰度占 3%)在俘获中子后可发生裂变,而 ^{238}U(占 97%)则否(详见 §6.1). 不久,自发裂变(*spontaneous fission*) 被发现[14],即不需借助外界入射粒子带来的能量,重原子核可能自行裂变成两个碎块. 除 β 衰变和 α 衰变之外,自发裂变是一种核素自行转化为另一种核素的重要模式[15]. 在 β 稳定线邻域的重核,首先碰到的是 α 衰变的不稳定性.随核素质量 A 增大,裂变就愈重要,自发裂变半寿命随 A

---

11) O. Hahn and F. Strassmann, Naturwissenschaften, **26** (1938) 755, **27** (1939) 11,89.

12) N. Bohr, Phys. Rev. **55** (1939) 418.

13) N. Bohr and J. A. Wheeler, Phys. Rev. **56** (1939) 426

14) K. A. Petrzhak and G. N. Flerov, Compt. Rend. Aka. Sci. USSR. **25** (1940) 500.

15) 关于核裂变的总结性文章,例如参阅, A. Michaudon, Nuclear Fission, in Advances in Nuclear Physics, **6** (1973) 1—217; R. Vandenbosch and J. R. Huizenga, Nuclear Fission, (Academic Press, NY. 1973).

增大而急剧变短(见§1.2). 裂变现象的另一个特点是: 两块碎片的质量不相等*,如图2-2.4所示.可看出,随裂变核A增大,碎块质量分布的不对称性逐步减弱. 此外,随激发能增高,不对称性也逐步消失. 图中^{257}Fm(nf)是慢中子诱发的裂变,裂变核的激发能已和其中子结合能相近.

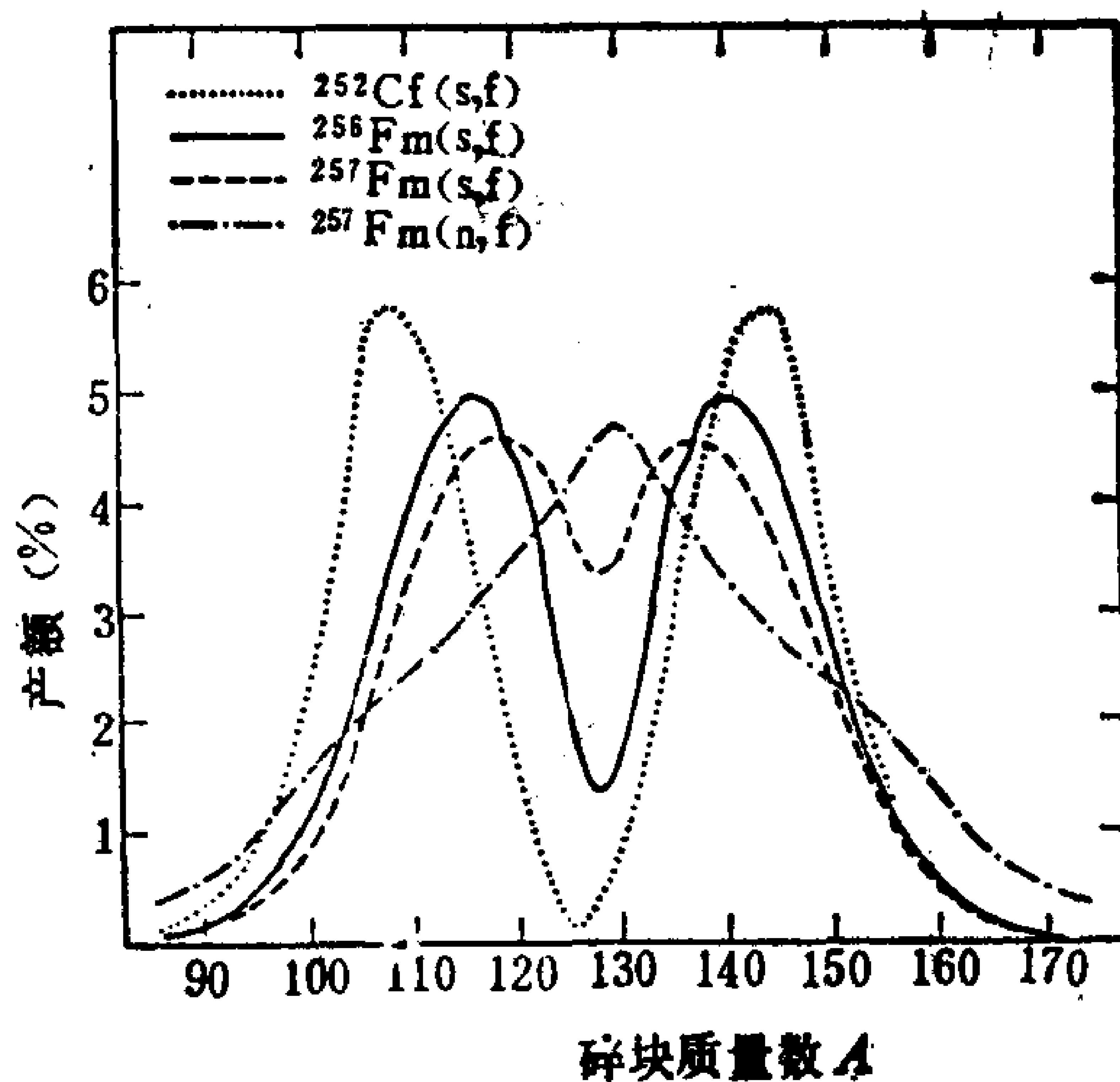


图2-2.4 裂变碎块质量分布的不对称性

取自R. Vandenbosch and J.R. Huizenga, Nuclear Fission(1973).

在裂变过程中,原子核形变逐渐增大(拉伸),形成葫芦状,两部分的质心相对距离r逐渐增大,经过断裂点(*scission point*)后,分裂成两块,由于库仑斥力,两碎块高速飞离,原子核的结合能转化为两碎块核的动能. 对于超铀核,例如^{240}Pu核,裂变过程

* 按照Bohr-Wheeler的液滴模型理论,裂变碎块质量最可几分布为对称分布($A_1=A_2=A/2$). 观测到的碎块质量不对称分布与碎片核的壳结构有关. 当激发能增高时,壳效应逐渐消失,碎片分布不对称性也逐步消失. α衰变也反映出壳效应. 因为α粒子(双满壳核)结合能特别大,$B/A\sim7$ MeV,比相邻其它轻核的B/A值大得多,当衰变粒子为α粒子时,出射粒子动能较大,势垒穿透几率也较大. α衰变也不妨看成极不对称的裂变,即母核分裂成一个大碎片(子核)和一个小碎片(α粒子).

中约释放出 200 MeV 能量，见示意图 2-2.5.

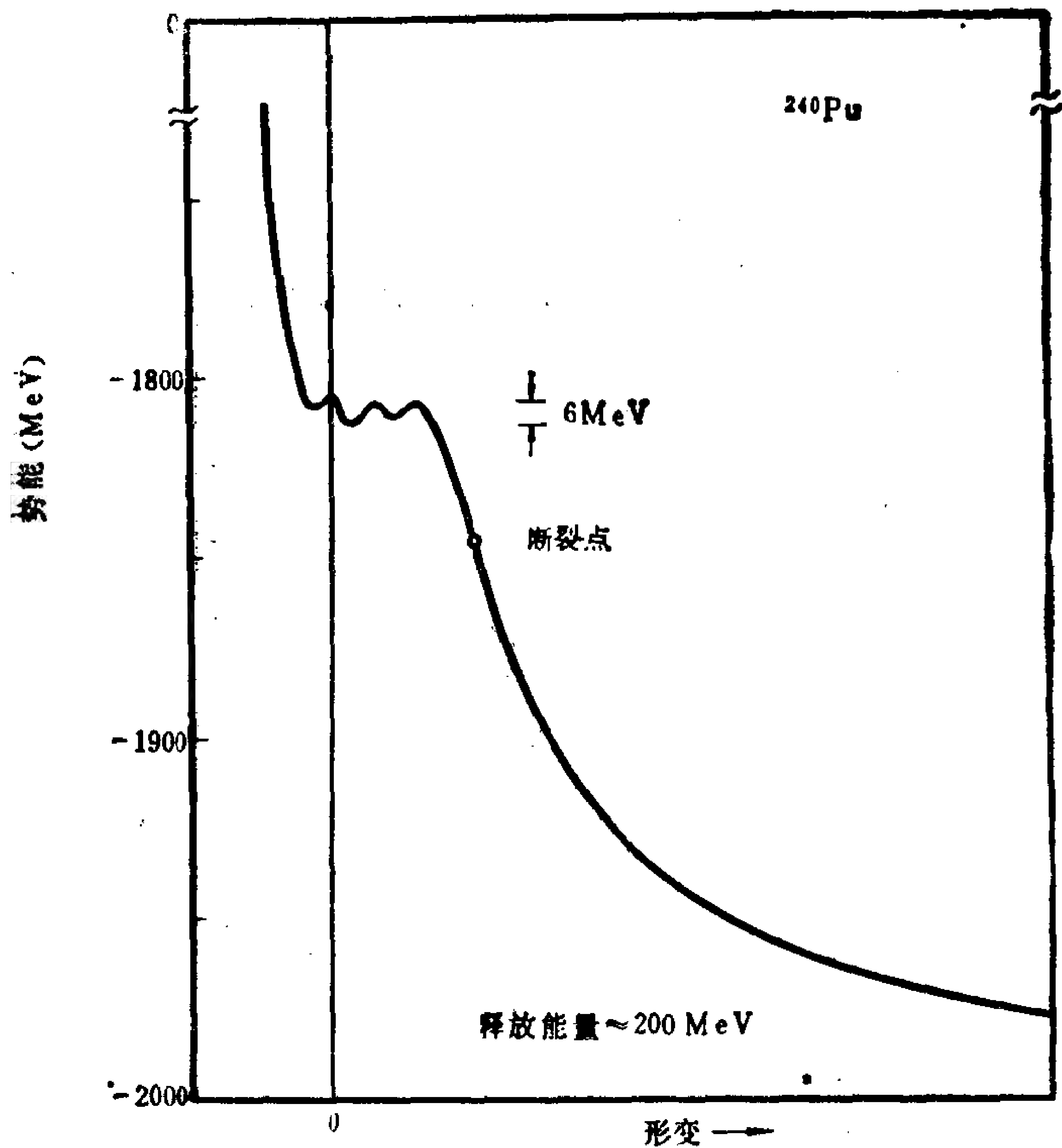


图 2-2.5 ^{240}Pu 裂变全过程中势能(指^{240}Pu 结合能)随形变的变化示意图. 断裂点处能量比^{240}Pu 基态能量约低 35MeV. 净释放能量(通过两个带电碎片库仑排斥力，化为碎片动能)约为 160MeV. 取自 M. Bolsterli, et al., Phys. Rev. C5(1972), 1050.

在断裂之前，裂变也可看成一个势垒穿透过程. 当然，它比一维势垒穿透问题要复杂得多，需要用多维形变参数空间中的一条途径来描述. 图 2-2.6 给出 A～240 附近的锕系核的几种可能的裂变过程.

(a) 由于壳效应，锕系核基态具有稳定变形(ε_1). 在此势能

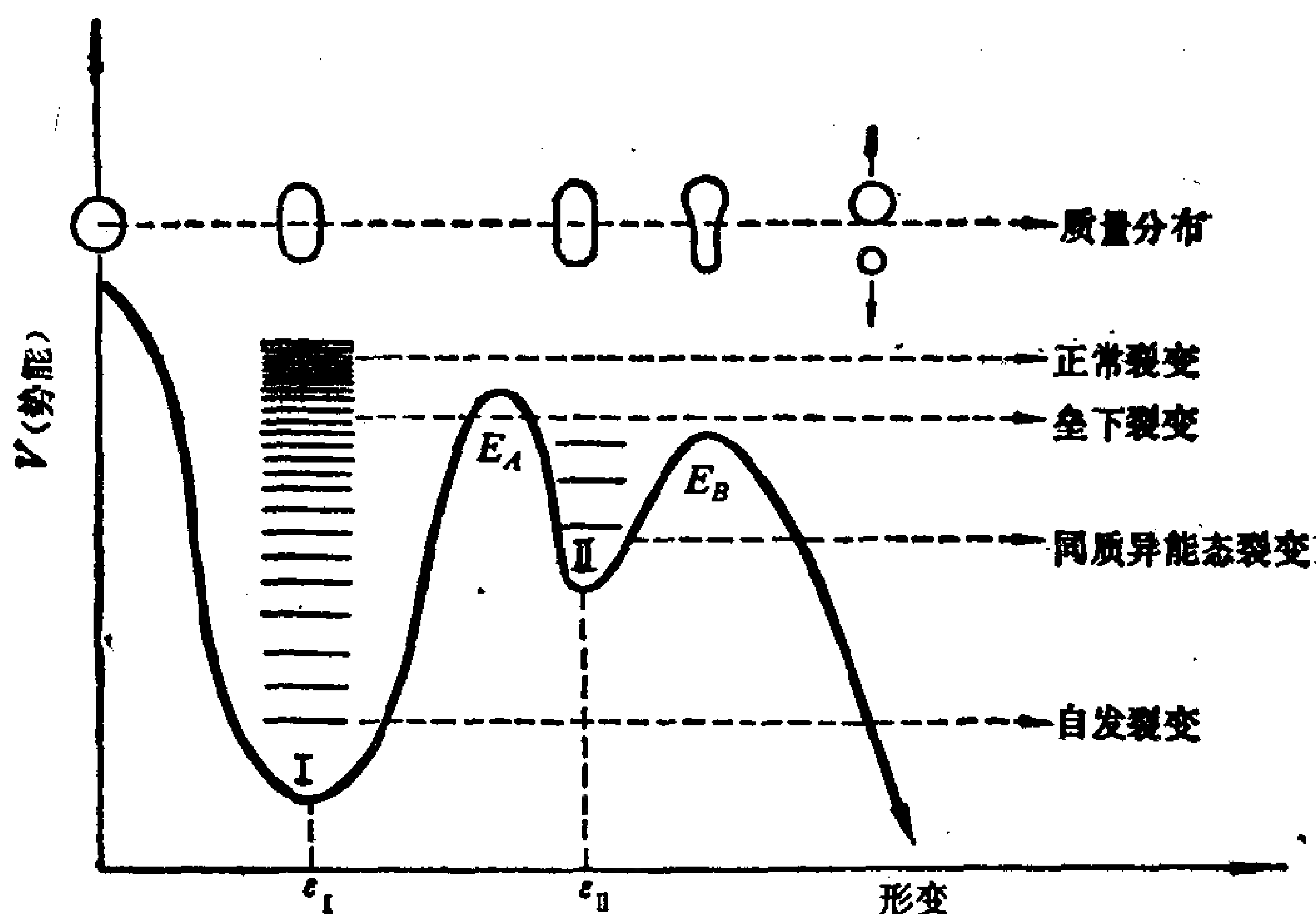


图 2-2.6 裂变的几种可能模式.

取自 S. G. Nilsson and I. Ragnarsson, Shapes and Shells in Nuclear Structure, (1985), Chap 11.

谷中可建立起基转动带以及其它激发带. 原子核处于基态时, 可发生自发裂变(*spontaneous fission*).

(*b*) 同样由于壳效应,锕系核还可能存在第二个势能谷, (相应的形变 ε_{II} 比 ε_I 大得多). 陷于此势能谷中的原子核态可构成形状同质异能态(*shape isomeric state*), 它也可以发生裂变, 故也称为裂变同质异能态(*fission isomeric state*)[16]. 同质异能态裂变 (*isomer fission*) 的半寿命比相应核的自发裂变要短得多, (由于裂变势垒低, 宽度窄), $\tau_{1/2} \sim 10^{-3} - 10^{-9}$ s.

(*c*) 正常裂变(*normal fission*) 和垒下裂变 (*subbarrier fission*). 原子核先跃迁到激发态 (例如俘获一慢中子), 然后再

16) 裂变同质异能态是, Polikanov 等在 ^{242}Am 核中发现的. 参阅 S. M. Polikanov, et al., ЖЭТФ 42(1962)1464; 或英译文献 Soviet Physics JETP15(1962)1016.

裂变.

目前大约有40多个偶偶超铀核的基态的自发裂变半寿命已测出，也有少数偶偶核的同质异能态裂变的半寿命已被测出. 但绝大多数裂变同质异能态是在奇偶核和奇奇核中观测到的. 图2-2.7给出了裂变半寿命的变化. 图中横坐标 Z^2/A 可视为原子核可裂变性(*fissionability*)的一个量度. 在液滴模型理论中，裂变是原子核库仑排斥力和表面张力之间的竞争，前者倾向使原子核拉伸和分裂，而后者则力图阻止裂变. 可裂变性参数 x 定义为

$$x=\frac{1}{2}\frac{E_C(0)}{E_S(0)} \tag{1}$$

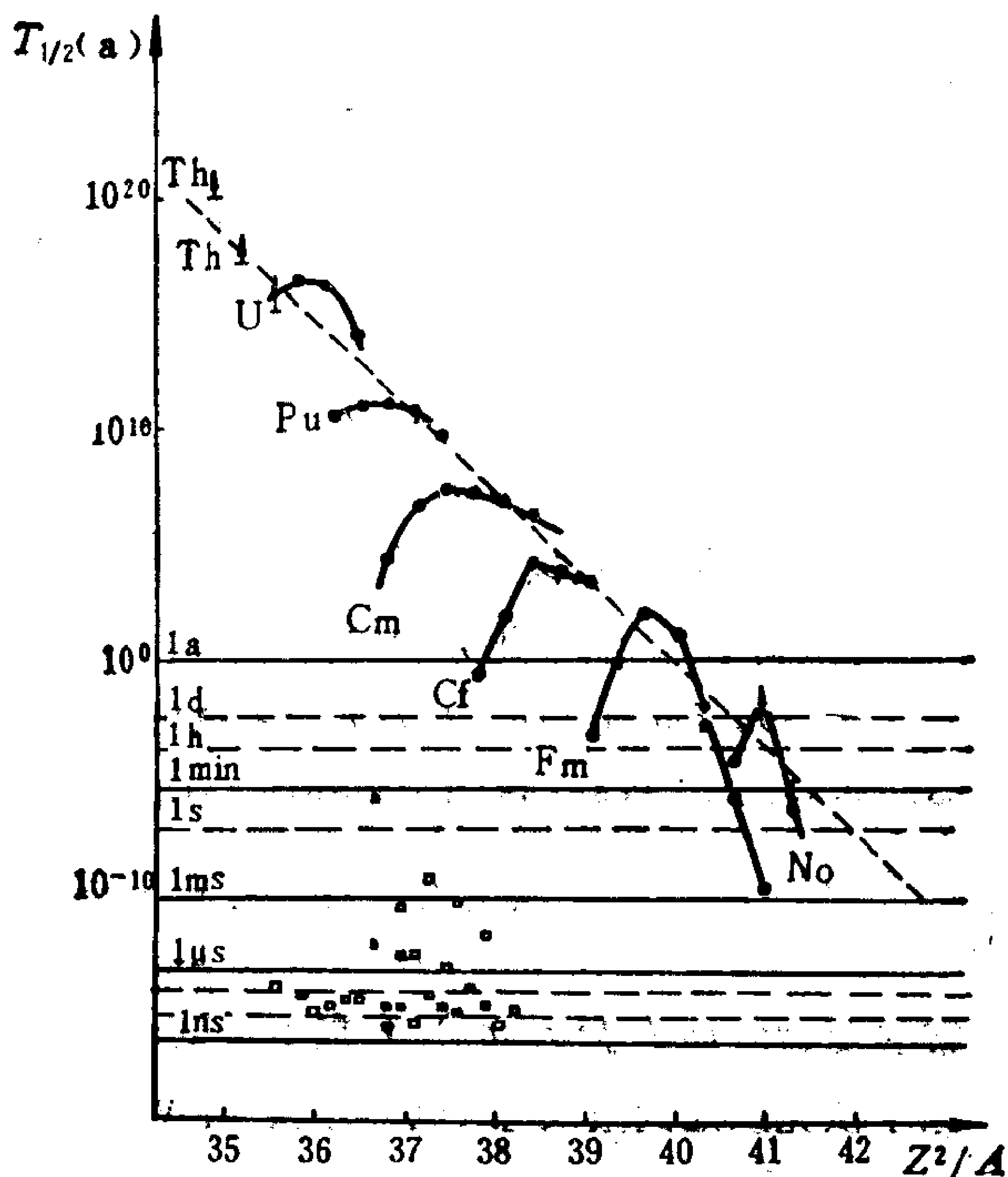


图2-2.7 自发裂变与同质异能态裂变半寿命的比较. 小圆点表示偶偶核(基态)的自发裂变，小方框表示同质异能态的裂变. 取自A. Michaudon[15] p. 70.

$E_C(0)$和$E_S(0)$分别是形变为零时的库仑能和表面能. 若用Weizsäcker公式中库仑能和表面能代入上式,可得

$$x=\frac{a_C}{2a_S}\frac{Z^2}{A}\simeq\frac{1}{50}\frac{Z^2}{A} \tag{2}$$

如用Myers-Swiatecki(1967)公式(见§2.2,(13)式)代入(1)式,则得

$$x=\frac{a_C}{2a_S}\frac{Z^2}{A}\frac{1}{[1-\kappa(N-Z)^2/A^2]},(\kappa=a_{SS}/a_S) \tag{3}$$

用$a_C=0.70531$ MeV, $a_S=17.9439$ MeV, $\kappa=1.7826$代入,得

$$x=0.01965\frac{Z^2}{A}\frac{1}{1-1.7826(N-Z)^2/A^2} \tag{3'}$$

例如,对于$^{235}_{92}U$, $x=0.773$; $^{238}_{92}U$, $x=0.769$, $^{242}_{94}Pu$, $x=0.787$; $^{254}_{100}Fm$, $x=0.841$.

图2-2.8给出理论计算出的^{240}Pu的裂变势垒(即势能)随形

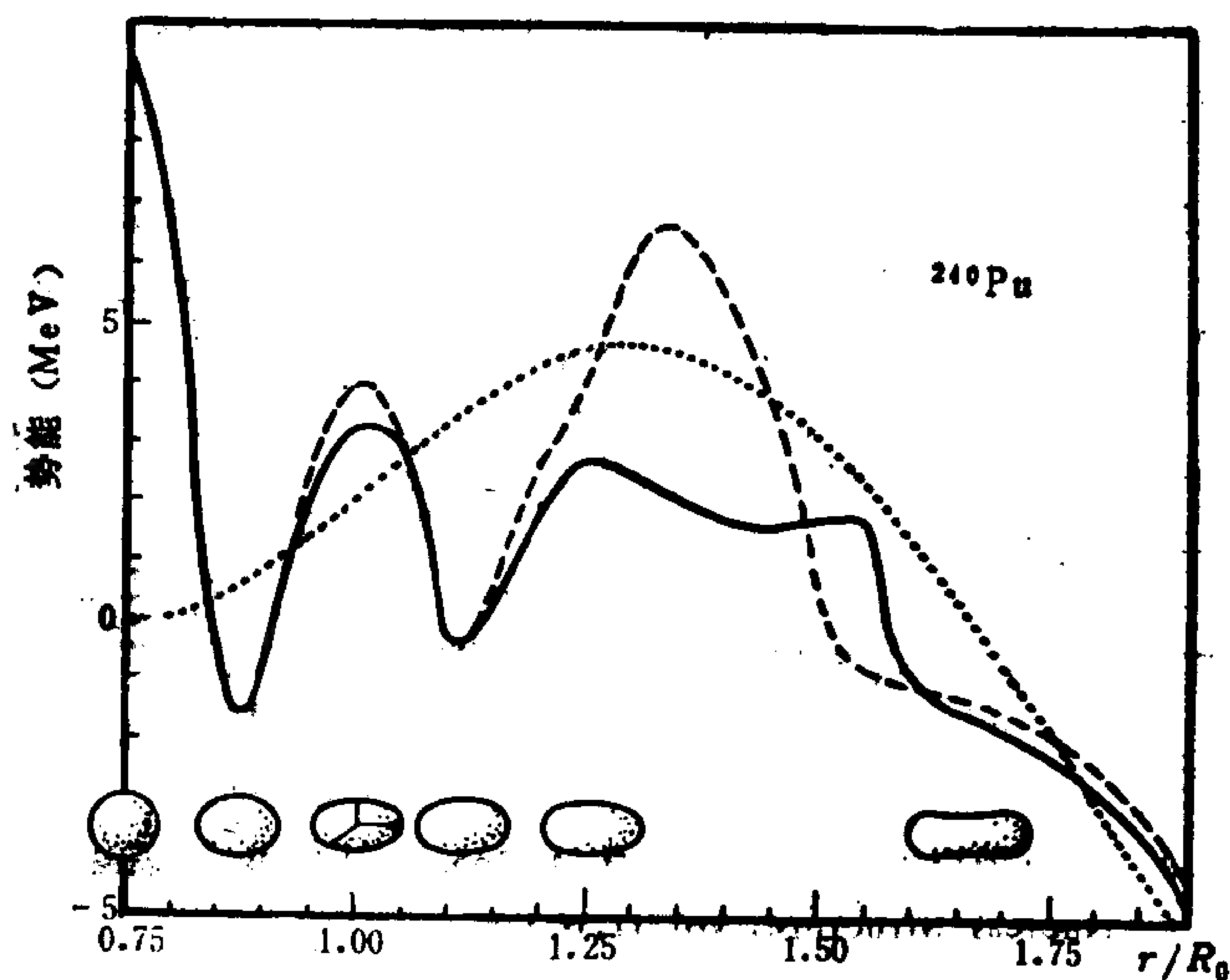


图2-2.8 ^{240}Pu的裂变势垒(或"总势能")随形变的变化. 此图是Möller & Nix[17]的理论计算结果.

变的变化[17]. 纵坐标为两部分质心的相对距离,用以刻画形变. 虚点线是液滴模型的计算结果,只出现一个势垒峰. 形变较小时,势能曲线上升是表面能的影响. 经过势垒峰后曲线下降是库仑排斥能的反映. 若计及壳效应, 势能曲线变得复杂一些. 虚段线是假设原子核具有轴对称性和反射对称性的计算结果. 实线则未做此假设. 可看出, 此时第一和第二势垒峰高度都有所减小. 我们还注意到,放弃反射对称性之后,可自然得出不对称裂变.

§2.4 巨 共 振

巨共振(*giant resonance*)是历史上最早(40 年代末)发现的原子核集体运动. 人们发现,光核反应吸收截面$\sigma(E)$在入射 γ 光

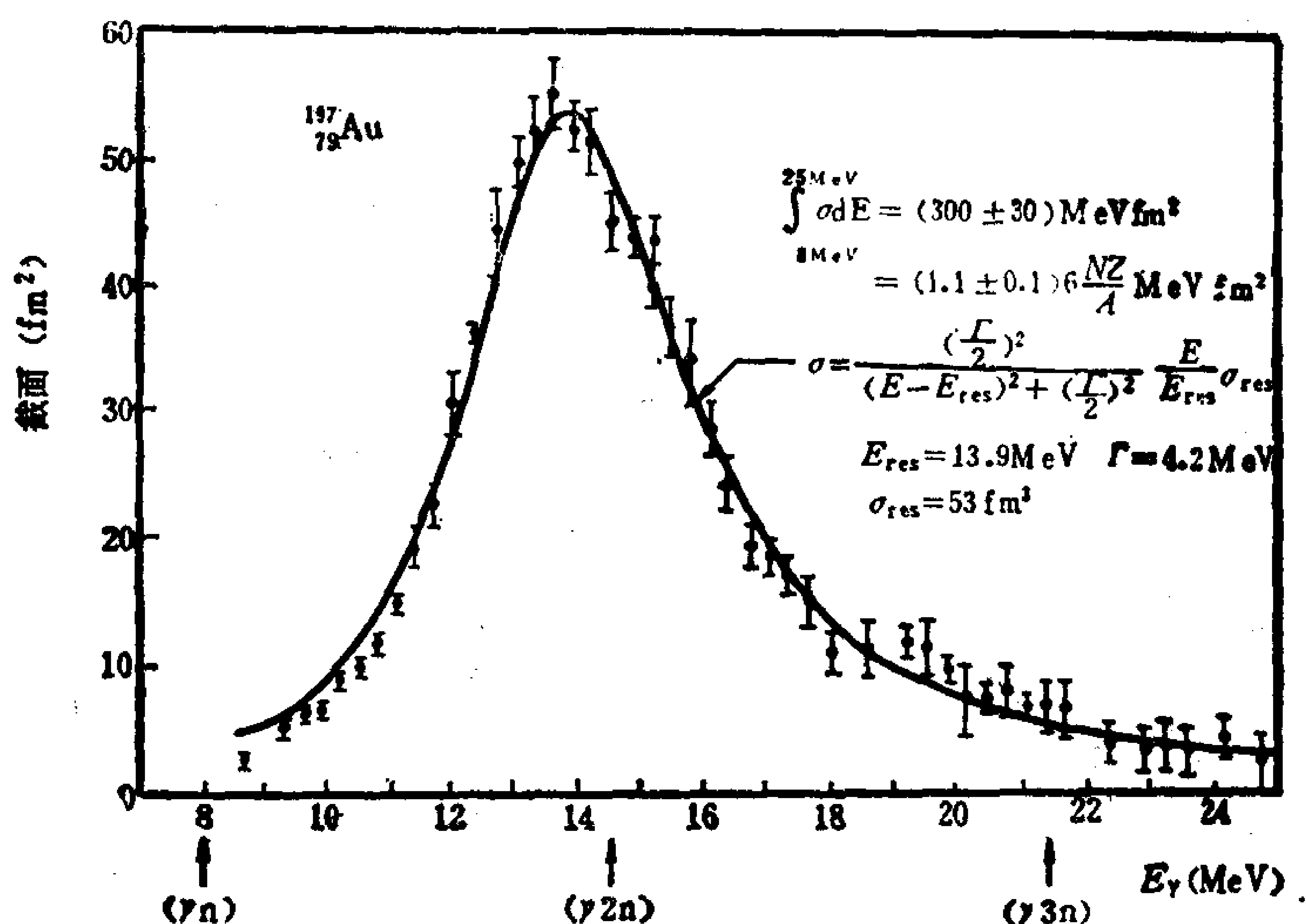


图 2-2.9 ^{197}Au 的光核反应截面. 取自 A. Bohr and B. R. Mottelson, Nuclear Structure, vol. II, p. 475.

17) P. Möller and J. R. Nix, Proc. Third IAEA Symp. on Physics and Chemistry of Fission, Rochester, New York (IAEA, Vienna, 1974) vol. I, p. 103.

子能量 E 的适当范围内(通常在 $E\sim10-25$ MeV)出现很宽的共振峰，宽度 $\Gamma\sim(3-7)$MeV. 图 2-2.9 所示是 ^{197}Au 的光核反应吸收截面 $\sigma(E)$ 在 $E\approx13.9$ MeV 附近出现共振峰，$\Gamma\approx4.2$MeV.

光核反应中出现的巨共振，是一种偶极共振，称为巨偶极共振(*giant dipole resonance*，简记为GDR). 因为对于 $E\sim(10-25)$ MeV 的 γ 光子，其波长 $\lambda=\frac{c}{\nu}=\frac{hc}{E}\sim100$fm≫核半径，所以它只能引起原子核的偶极激发，而不能激发更高极性的巨共振. 这与可见光($\lambda\sim(3000-7000)$Å≫原子半径)只能引起原子的偶极辐射的吸收是同一个道理.

由于电磁辐射与原子核的相互作用是人们了解得比较清楚的，因此人们希望通过光核反应来了解还不大清楚的核力和核结构. 从 40 年代末开始，世界各主要的核物理实验室都在光核反应方面投入了相当大的力量. 现在，从轻核到重核，都系统地观测到了 GDR. GDR 的宏观理论早在 40 年代末 50 年代初就有人提出了，壳模型提出后，人们又开始研究其微观机制.

GDR 的宏观图象如图 2-2.10 所示，即中子部分与质子部分沿相反方向做相对振动. 按照中子部分与原子部分在振动中的相对位相，巨共振可分为同位旋标量(*isoscaler*)巨共振($T=0$，位相相同)和同位旋矢量(*isovector*)巨共振($T=1$，位相相反). 图 2-2.10 所示 GDR 显然是同位旋矢量巨共振*. 原子核的电偶极矩算符 $\boldsymbol{D}$ 为(参见 § 3.1)

$$\boldsymbol{D}=e\sum_{i=1}^{A}\frac{1}{2}(1+\tau_{iz})\boldsymbol{r}_i$$

---

* 中子部分与质子部分同位相的偶极振动，相当于整个原子核质心的振动，与原子核内部结构无关.

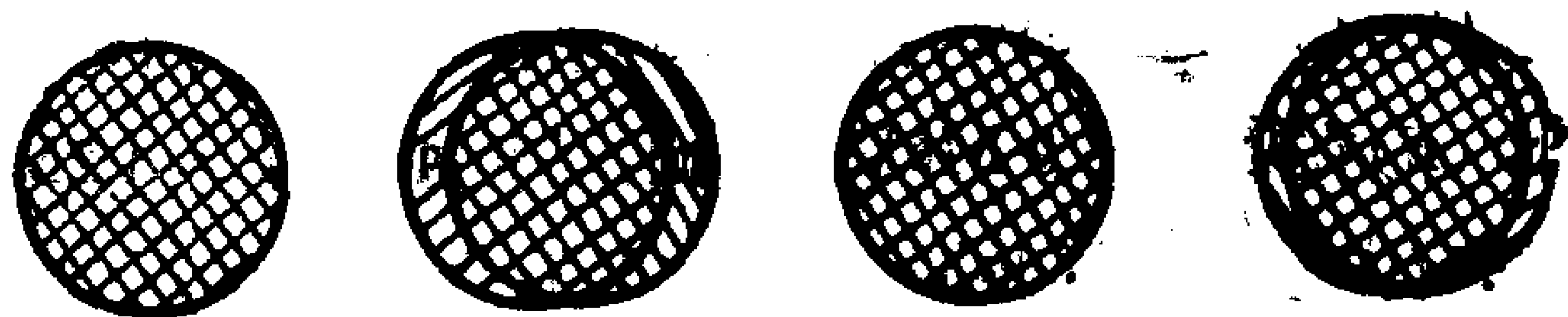


图 2-2.10 巨偶极共振(GDR, $T=1$)

$$=\frac{e}{2}\sum_{i=1}^{A}\boldsymbol{r}_i+\frac{e}{2}\sum_{i=1}^{A}\tau_{iz}\boldsymbol{r}_i \qquad (1)$$

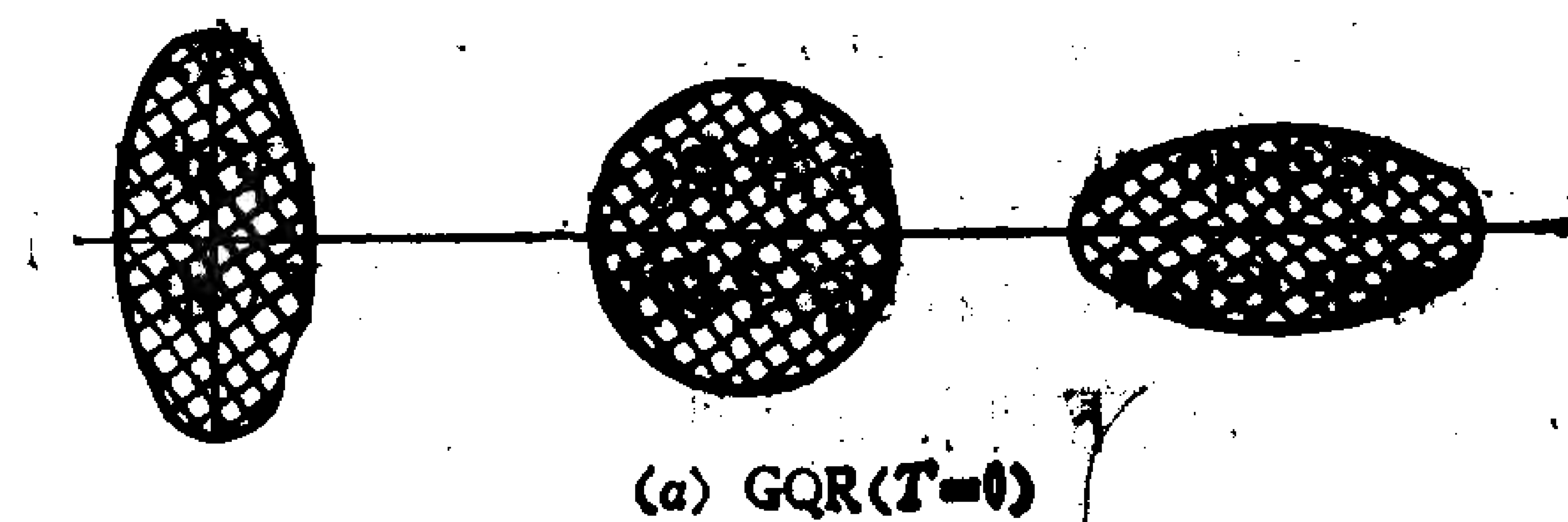
τ_z 为 Pauli 算符的 z 分量. 上式右边第一项只与原子核的质心坐标有关,与同位旋无关,属于同位旋标量($T=0$). 它在原子核的不同内部激发态之间的矩阵元为 0, 所以偶极辐射吸收只能通过第二项(属于同位旋矢量的一个分量)来进行, 故称为同位旋矢量巨偶极共振. 处于基态的偶偶核($I^\pi=0^+, T=0$),在光核反应的 GDR 激发中,将跃迁到 $I^\pi=1^-$, $T=1$ 的巨共振态上去.

根据微观机制的分析, 人们认识到原子核还可能存在其它极性的巨共振. 特别是 Mottelson 曾预言原子核内应存在巨四极共振(*giant quadrupole resonance*, 简记为 GQR). 但直到 70 年代初才在实验上观测到 GQR[18]. 按照前面的分析,高极性巨共振态不能通过光核反应来激发, 而只能通过静质量不为 0 的粒子对原子核做非弹性碰撞来激发,常用(p, p′), (e, e′), (α, α′)等非弹性碰撞. (p, p′), (e, e′)反应既可用来激发同位旋标量巨共振, 也可激发同位旋矢量巨共振. (α, α′)则只适用于激发同位旋标量巨共振. 70 年代初发现的是同位旋标量 GQR($T=0$), 目前已积累了

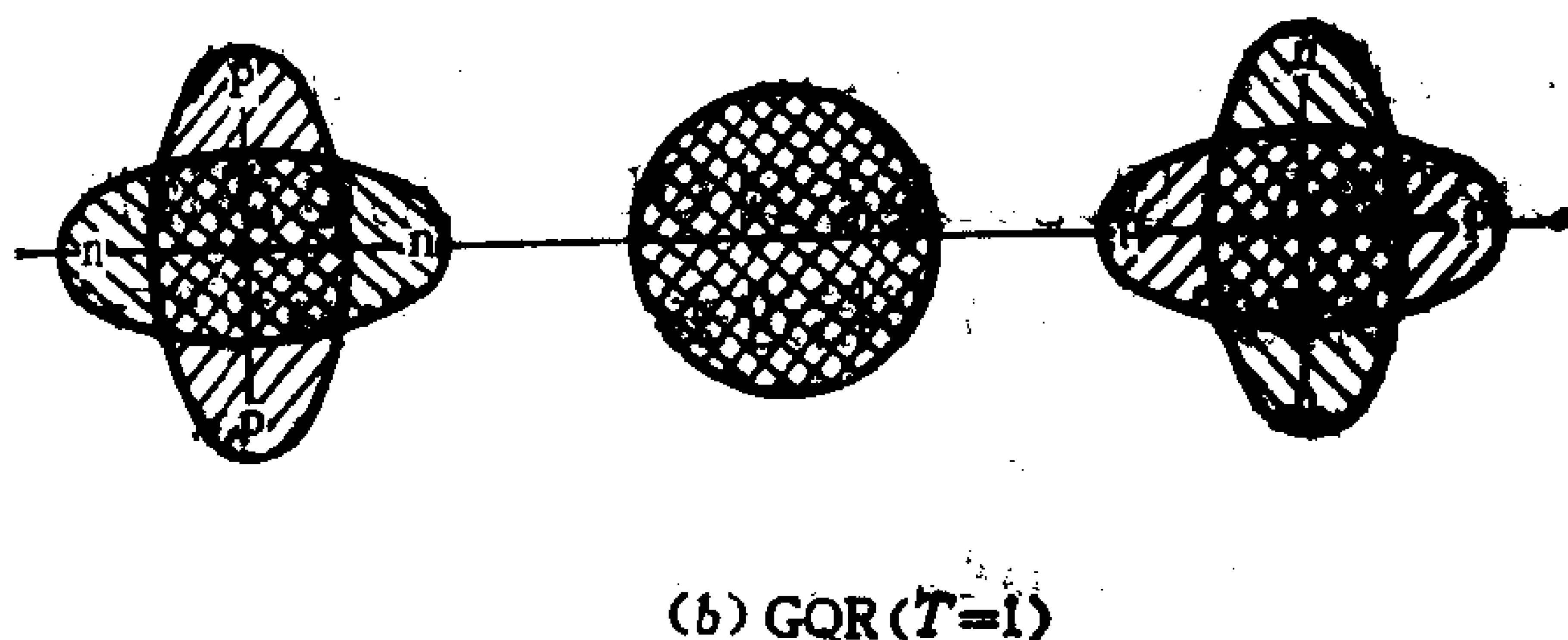
18) G. F. Bertrand, Nature 280 (1979) 639.

* 求和规则有两种,即不加能量权重的求和规则与加能量权重的求和规则. 后者的优点在于它几乎与核模型无关,主要依赖于原子核基态的性质.

相当丰富的实验数据. 其宏观图象如图 2-2.11(*a*)所示. 后来又相继发现同位旋矢量巨四极共振($T=1$). (见图 2-2.11(*b*), 以及巨八极共振(*giant octupole resonance*,简记为GOR, $T=0$, 见图 2-2.12).



(*a*) GQR($T=0$)



(*b*) GQR($T=1$)

图 2-2.11 巨四极共振(GQR)

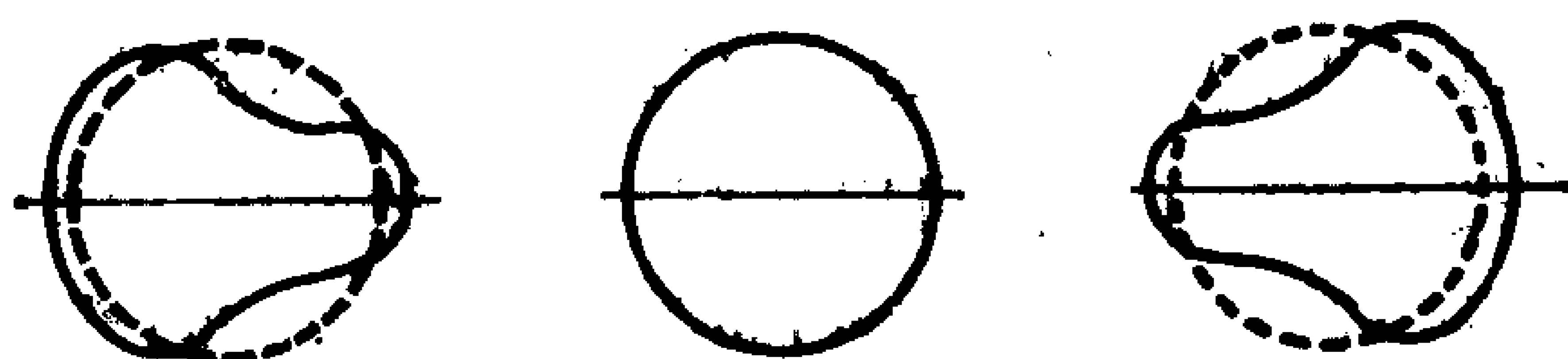


图 2-2.12 巨八极共振(GOR, $T=0$)

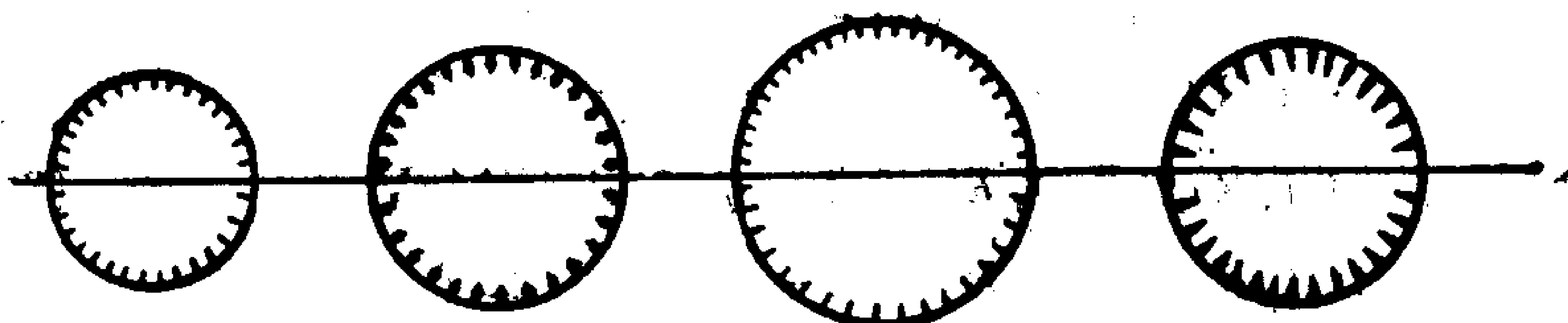


图 2-2.13 巨单极共振(GMR, $T=0$)

70 年代末又观测到了同位旋标量巨单极共振（*isoscaler giant monopole resonance*，简记为 $T=0$，GMR），GMR($T=0$)激发过程中核态的角动量及同位旋不改变．GMR($T=0$)的经典图象如图 2-2.13 所示．它是原子核（中子部分与质子部分位相相同）的胀缩运动．GMR($T=0$)的重要性在于它是目前能提供原子核不可压缩性（*imcompressibility*）的唯一实验．

巨共振一词中的“巨”由何得名？这要提一下求和规则（*sum ule*）．例如对于 GDR，假设原子核的所有质子（相对于中子系）都同相地均匀运动，则下列求和规则成立[18]：

$$\int \sigma(E)dE = \frac{2\pi^2 e^2}{Mc}\frac{NZ}{A} \simeq 59.3\frac{NZ}{A}\mathrm{MeV \cdot mb} \qquad (2)$$

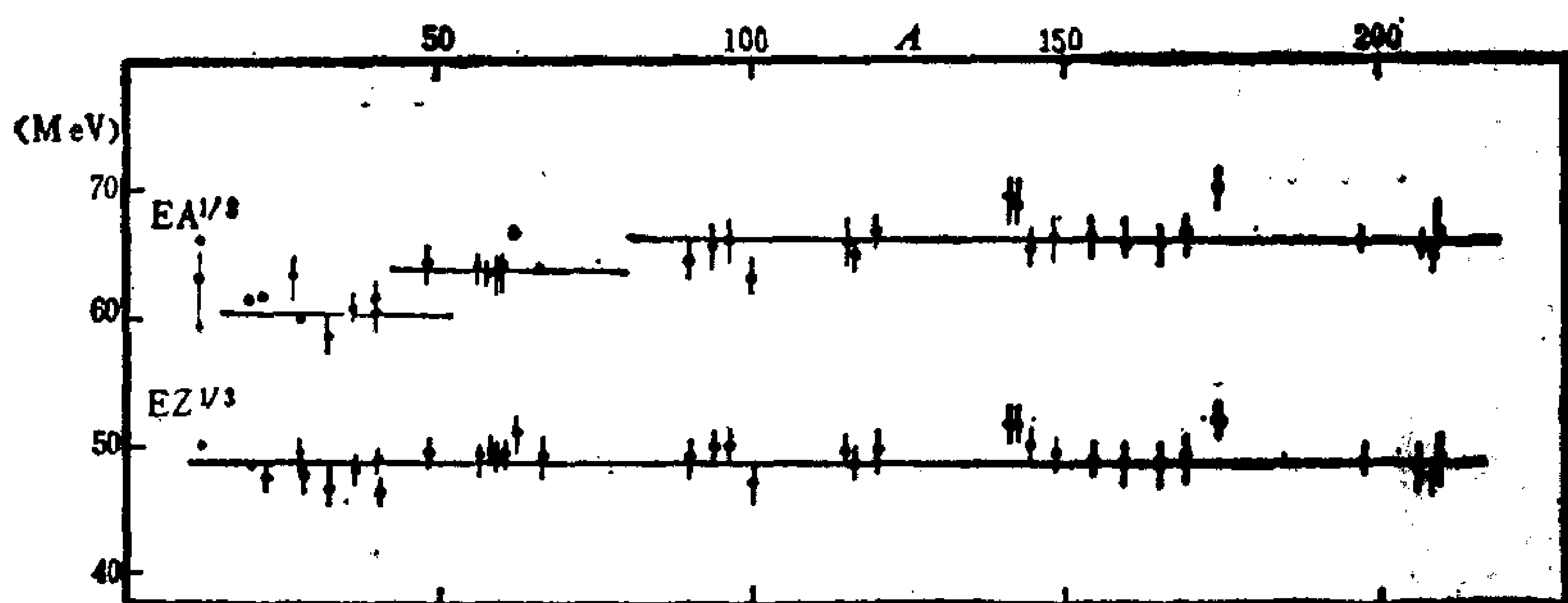
对于 ^{208}Pb，其值≈3000 MeV·mb，与根据观测曲线 $\sigma(E)$ 进行计算所得结果很相近．因此从基态到 GDR 态的电偶极跃迁已经基本上把所有电偶极跃迁振幅囊括进去了．巨共振之“巨”正是据此而得名．又如 GQR，从偶偶核基态到第一个 2^+ 激发态的 $E2$ 跃迁强度，在能量加权求和规则*（*energy-weighted sum rule*）中所占成份，通常约为 30%，其余部分则集中到 GQR 态上去了．这也是当初预言在核内存在 GQR 的论据之一．

关于巨共振能量（$E=\hbar\omega$，即巨共振峰所在位置）的变化规律，人们已有较系统的了解．可以理解，与自然界中一切共振现象相似，原子核巨共振能量（频率）应与原子核的线度（半径）成反比（$E=\hbar\omega\propto 1/R$）．根据从轻核到重核的大量观测数据的分析，巨共振能量遵守下列简单规律（图 2-2.14）：

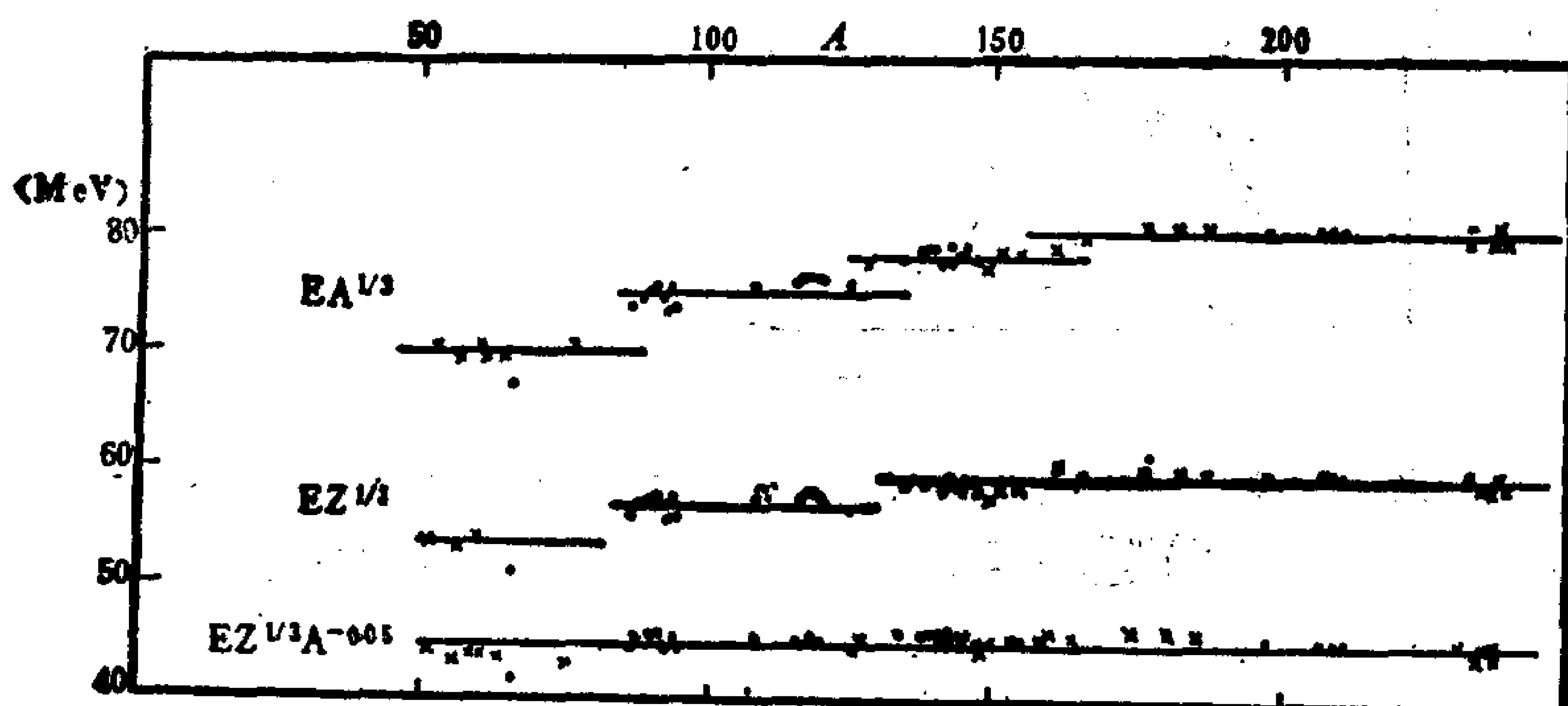
$$\begin{aligned} &\mathrm{GDR}(T=1), E=(70-80)A^{-1/3}\mathrm{MeV} \\ &\mathrm{GQR}(T=1), E=(110-130)A^{-1/3}\mathrm{MeV} \\ &\mathrm{GQR}(T=0), E=(60-66)A^{-1/3}\mathrm{MeV} \\ &\mathrm{GMR}(T=0), E=(75-81)A^{-1/3}\mathrm{MeV} \end{aligned} \qquad (3)$$

这里有两点值得注意：(*a*)与原子核的电荷半径的变化规律相似，巨共振能量从轻核到重核也与 $A^{-1/3}$ 律有系统的偏离；(*b*)同位旋标量巨共振($T=0$)能量与 $A^{-1/3}$ 律的偏离较小，幅度～10%，跟电荷半径与 $A^{1/3}$律的系统偏离幅度相近．同位旋矢量巨共振($T=1$)能量与 $A^{-1/3}$ 律的偏离较大，幅度～20%．其原因可能是，同位旋矢量巨共振能量与质量半经验公式中的对称能项的形式有关，而同位旋标量巨共振则否．

实验数据的系统分析表明，巨共振能量从轻核到重核的变化规律可以用下列半经验公式较好地拟合[19]（见图 2-2．14）：



(*a*)GQR($T=0$)



(*b*)GDR($T=1$)，● 球形核，× 变形核

图2-2.14 巨共振能量的变化规律．取自文献[19]．

19) J. Y. Zeng and F. C. Yang, Scientia Sinica (series **A**) **25** (1980) 186.

$$
\begin{aligned}
&\mathrm{GQR}(T=0),\ E=49\,Z^{-1/3}\,\mathrm{MeV}\\
&\mathrm{GMR}(T=0),\ E=60Z^{-1/3}\,\mathrm{MeV}\\
&\mathrm{GDR}(T=1),\ E=45Z^{-1/3}A^{0.05}\,\mathrm{MeV}\\
&\mathrm{GQR}(T=1),\ E=74Z^{-1/3}A^{0.05}\,\mathrm{MeV}
\end{aligned}
\tag{4}
$$

近年来，人们对于变形核的巨共振也进行了研究．由于各向不同性，巨共振峰发生分裂．例如巨偶极共振，对于轴对称变形核(长椭球)，沿对称轴方向的巨共振峰的位置低于垂直于对称轴方向的巨共振峰位置，如图 2-2.15 所示．

上面提到的巨偶极共振，实际上是电偶极共振(E1)．近年来人们还观测到了磁偶极巨共振(M1)，习惯上称为剪刀式（*scissor mode*）巨共振，其经典图象如图 2-2.16 所示．

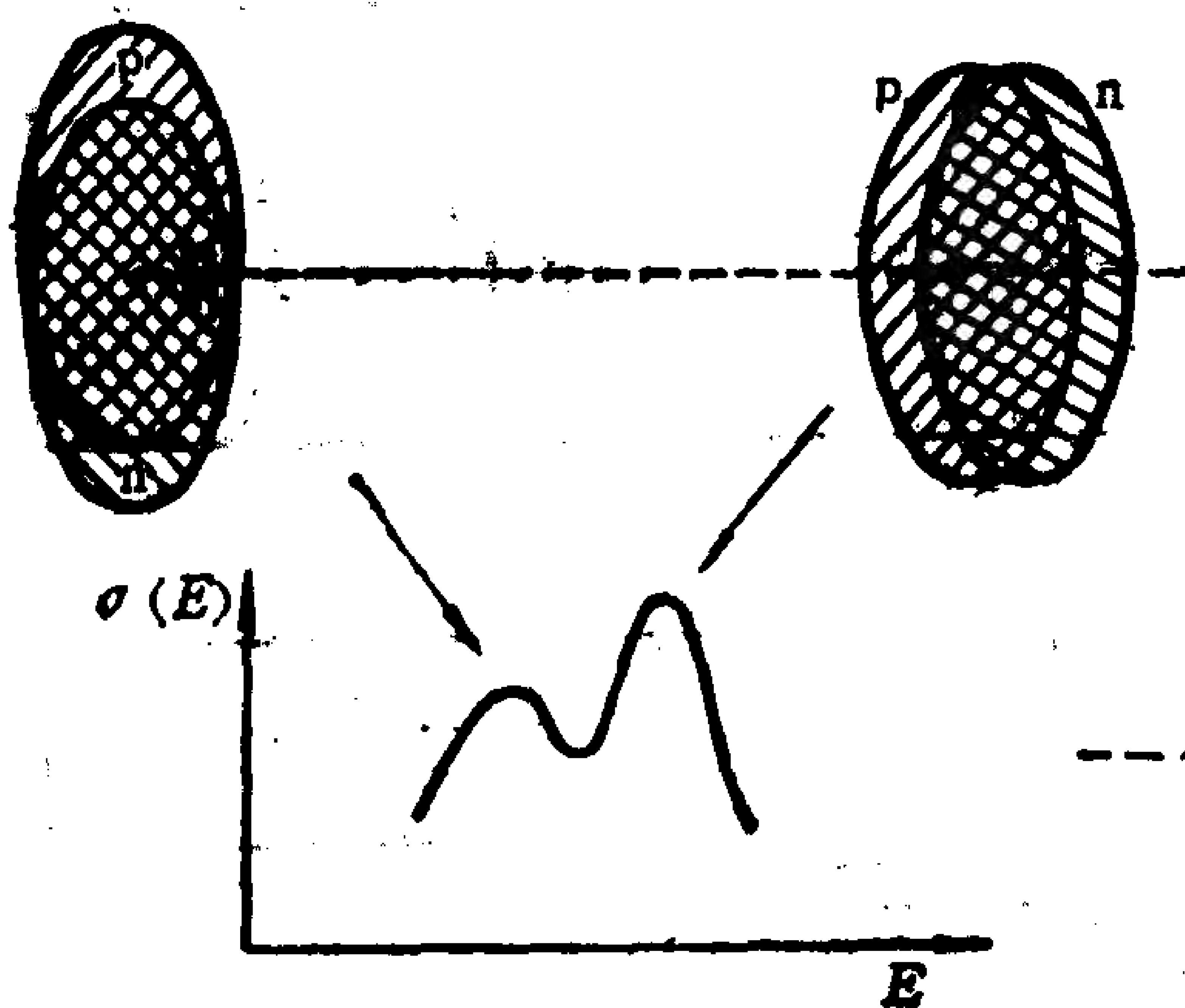


图 2-2.15　轴对称变形核的巨偶极共振(E1型)

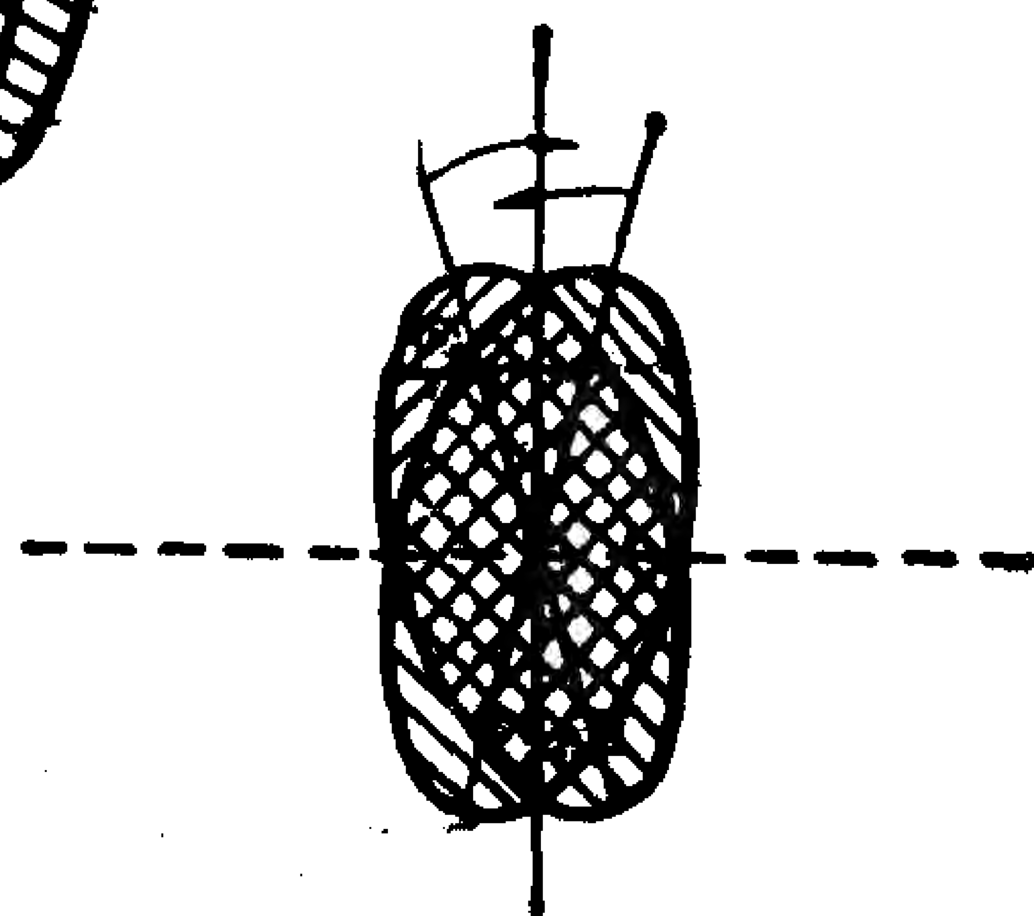


图 2-2.16　轴对称变形核的巨偶极共振(M1型或称剪刀型)

第三章　核力的特征

关于核力的认识，部分来自散射实验的分析（散射截面的相移分析，极化现象等），部分来自对原子核束缚态（分立能级）的研究. 前者在很多教材中已有详细介绍*，本章只讨论后一部分内容.

从原子核结合能的分析（§2.2）我们已了解到，核力具有饱和性，是一种短程的强相互作用. 结合能半经验公式中的对能项，是原子核结合能奇偶差的反映，它说明原子核内核子之间有较强的对关联. 对相互作用是一种极短程的非定域（*non-local*）作用. 从最简单的核子多体系——氘核束缚态（§3.2）的研究得知，核力与自旋有关，含有非中心力性质的张量力.

事实上，每一种核结构模型的成功，往往意味着核力的某种重要成分的发现. Mayer & Jensen 壳模型的成功（§4.2）肯定了核力中有强的自旋轨道耦合作用. Bohr & Mottelson 的集体模型的成功（见第 5 章）（四极形变、转动谱和四极振动谱的普遍存在），揭示了四极-四极力（*quadrupole-quadrupole force*）的重要性. Bohr, Mottelson & Pines 提出的原子核超导性理论（§7.1）系统地指出了对相互作用（*pairing interaction*）的重要性.

当然，应当注意，从原子核束缚态得出的核力是多体系中的核子有效相互作用（在这里 Pauli 原理起了重要影响），与从散射实验得出的自由核子作用可能有很大差别.

---

* 例如参阅徐躬耦，郑卫汉，《原子核理论（核力部分）》，（高等教育出版社，1983）；P. Ring and P. Schuck, The Nuclear Many-Body Problem, chap. 4 (Springer-Verlag, 1980).

§3.1 核力的电荷无关性与同位旋概念

J. Chadwick[1] 发现中子后不久，W. Heisenberg[2]就引进了同位旋概念[3]. 基于下列几点考虑:

(*a*) 中子质量 M_n 与质子质量 M_p 非常接近(相差～0.13%);

(*b*) 中子与质子的自旋都是 1/2,都遵守 Fermi 统计;

(*c*) 如把质子之间的库仑作用影响除外，则

$$\text{np力} \approx \text{pp力} \approx \text{nn力}$$

Heisenberg 建议把中子和质子看成一种粒子(核子) 的两种电荷状态. 形式上与电子(自旋 $s=1/2$) 具有两种自旋态($s_z=\pm 1/2$)类比,可引进一个抽象的同位旋空间,赋予核子以同位旋 $t=1/2$,而把质子与中子看成两种同位旋态 $t_z=\pm 1/2$. 习惯上采用Pauli表象(t_z 对角化的表象),因此

$$\begin{aligned}&\text{质子同位旋态可表成}\begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix}, t_z=1/2\\ &\text{中子同位旋态可表成}\begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix}, t_z=-1/2\end{aligned} \tag{1}$$

可以看出,核子的电荷算符可表成(单位 e)

$$q=t_z+\frac{1}{2}$$

因此原子核的总电荷 Q 可表成

$$Q=\sum_{i=1}^{A}\left(t_z+\frac{1}{2}\right)_i=T_z+A/2 \tag{2}$$

---

1) J. Chadwick, Nature, **129** (1932) 312.

2) W. Heisenberg, Z. Physik, **77** (1932) 1.

3) 有关同位旋概念引进的历史情况,可参阅, D. Robson, Science, **179** (1973) 133.

其中 T_z 是总同位旋 $\boldsymbol{T}$ 的 z 分量，

$$\boldsymbol{T}=\sum_{i=1}^{A}\boldsymbol{t}_i=\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{A}\boldsymbol{\tau}_i \tag{3}$$

$\boldsymbol{\tau}(\tau_x,\tau_y,\tau_z)$ 为 Pauli 算符. 由于每个原子核具有确定的核子数 A 和电荷 $Q=Z$，(2)式可改写为

$$T_z=Q-A/2=Z-\frac{1}{2}(Z+N)=\frac{1}{2}(Z-N) \tag{4}$$

考虑到核子数 A 和电荷 Q 为守恒量，所以 T_z 也是守恒量，即

$$[T_z,H]=0 \tag{5}$$

所谓核力的电荷无关性假定，用同位旋的语言来表述，就是强相互作用对于同位旋空间转动的不变性，或者说在强作用下，$\boldsymbol{T}$ 为守恒量*：

$$[\boldsymbol{T},H]=0 \tag{6}$$

因此，原子核的定态可选为($\boldsymbol{T}^2$, T_z)的共同本征态. 按照角动量的量子理论，$\boldsymbol{T}^2$ 的本征值为 $T(T+1)$（T 为整数或半奇数），T 可以做为好量子数来标记核定态. 利用 $T\geqslant|T_z|$，可知一个原子核 (Z,N) 的量子数 T 的极小值为

$$T_{\min}=\frac{1}{2}|Z-N|$$

试问 $T_{\max}=?$ 利用

$$\boldsymbol{T}^2=\frac{1}{4}\sum_{i,k=1}^{A}\boldsymbol{\tau}_i\cdot\boldsymbol{\tau}_k$$

---

* 显然，库仑作用不是电荷无关的. 原子核的库仑作用可表为

$$H_C=\frac{e^2}{4}\sum_{i<j}^{A}\frac{(\tau_{iz}+1)(\tau_{jz}+1)}{|\boldsymbol{r}_i-\boldsymbol{r}_j|}$$

容易证明，$[T_z,H_C]=0$，但 $[T_x,H_C]\neq0$，$[T_y,H_C]\neq0$.

$$=\frac{1}{4}\left[\sum_{i=1}^{A}\boldsymbol{\tau}_i^2+2\sum_{i<k}^{A}\boldsymbol{\tau}_i\cdot\boldsymbol{\tau}_k\right]$$

$$=\frac{3}{4}A+\frac{1}{2}\sum_{i<k}^{A}(2P_{ik}^{\tau}-1) \tag{7}$$

其中

$$P_{ik}^{\tau}=\frac{1}{2}(1+\boldsymbol{\tau}_i\cdot\boldsymbol{\tau}_k) \tag{8}$$

是第 i 和第 k 个核子的同位旋交换算符. 对于完全对称的同位旋态,$P_{ik}^{\tau}=+1$. 在此种态下,T^2取极大值,它是

$$\frac{3}{4}A+\frac{1}{2}\sum_{i<k}^{A}1=\frac{3}{4}A+\frac{1}{4}A(A-1)=\frac{A}{2}\left(\frac{A}{2}+1\right)$$

此即$T_{\max}(T_{\max}+1)$,所以

$$T_{\max}=\frac{A}{2} \tag{9}$$

一个原子核的 T 值范围如下:

$$\frac{1}{2}|Z-N|,\frac{1}{2}|Z-N|+1,\cdots\cdots,\ \frac{Z+N}{2}. \tag{10}$$

在引进同位旋之后,核子的一组动力学变量可取为$(\boldsymbol{r},s_z,t_z)$. 此时, 要求核子系的波函数对于交换两个核子的全部坐标(包括 $\boldsymbol{r}$, s_z, t_z)应是反对称的, 此之谓推广的 Pauli 原理. 对于两核子体系,同位旋态 $T=0$(反对称),1(对称). 对于角动量状态, 如采用 LS耦合,则对于交换两核子的空间坐标($\boldsymbol{r}$),出现因子$(-)^L$,对于交换自旋坐标,则出现因子$(-)^{S+1}$,对于交换同位旋坐标,则出现因子$(-)^{T+1}$. 按照推广的 Pauli 原理,要求$(-)^{L+S+1+T+1}=-1$,即

$$L+S+T=\text{奇数} \tag{11}$$

注意,体系的总角动量 $J=L$, (对 $S=0$)

$$J=|L-1|, L, L+1, (\text{对 } S=1)$$

而宇称 $\pi=(-)^L$. 这样就可求出两核子体系的可能状态，如表3.1所示.

表 3.1 两核子体系的可能态

T	L	S	J^π	光谱符号 ${}^{2S+1}L_J$
0	0	1	1^+	${}^3S_1$
($T_z=0$, 只存在于 np 体系)	1	0	1^-	${}^1P_1$
	2	1	$1^+, 2^+, 3^+$	${}^3D_{1,2,3}$
	3	0	3^-	${}^1F_3$
	⋮	⋮		⋮
1	0	0	0^+	${}^1S_0$
($T_z=0, \pm1$, np, pp, nn 体系均可)	1	1	$0^-, 1^-, 2^-$	${}^3P_{0,1,2}$
	2	0	2^+	${}^1D_2$
	3	1	$2^-, 3^-, 4^-$	${}^3F_{2,3,4}$
	⋮	⋮	⋮	⋮

§3.2 氘核，张量力，对称性对核力形式的限制

实验表明，氘核 ${}^2_1H$ 只存在一个束缚态，即其基态. 其性质如下:

角动量和宇称 $I^\pi=1^+$

同位旋 $T=0$

结合能 $B=2.25\text{MeV}$

磁矩 $\mu_D=0.8574\text{n.m.}$ (核磁子)

电四极矩 $Q_D=(2.74\pm0.02)\cdot10^{-3}\text{eb}$

如假设 np 力为中心势 $V(r)$，则氘核基态轨道角动量为 $L=0$. 考虑到基态 $I^\pi=1^+$，必须要求自旋 $S=1$，即处于自旋三重态(或形象地说,质子与中子的自旋平行). 由于 $L=0$，轨道运动对磁矩无贡献，而对于自由核子,

$$\mu_p = 2.79270\ \text{n.m.},\quad \mu_n = -1.91316\ \text{n.m.}$$

对于质子与中子自旋平行的状态，$\mu = \mu_p + \mu_n = 0.87954$ n.m.，此值与氘核磁矩观测值 $\mu_D = 0.8574$ n.m. 很接近．所以，认为氘核基态的轨道角动量 $L=0$ 的看法是近似正确的．但如分析一下其电四极矩，就会遇到困难．因为如果氘核基态为纯 $L=0$ 态(各向同性分布)，其电四极矩 Q 必为 0，与观测值 $Q_D \neq 0$ 矛盾．由此可以判断氘核基态不是纯 $L=0$ 态，但不纯度不会很大，这可从 Q 的观测值看出．根据氘核结合能的分析，可估算出*氘核半径 $R \sim 2.15$ fm．由此得

$$\frac{Q_D}{e\pi R^2} \sim \frac{1}{200} \ll 1$$

即与氘核的几何广延(πR^2)相比，Q_D/e 要小得多，所以氘核基态基本上仍为球对称，或者说主要成份仍为 $L=0$ 态．考虑到在强作用和电磁作用下宇称为守恒量，氘核基态中除 $L=0$ 态 (S 态) 外，最可能混入的是 $L=2$ 态 (D 态)．计算表明，$96\% L=0$ 态 ($^3S_1$) $+ 4\% L=2$ 态 ($^3D_1$) 可以得出 Q 的观测值．由此我们得出，L 不是守恒量，因而 np 力中必有非中心力的成份．

在处理氘核基态这样一些低能核态时，可以认为核力与核子速度无关．此时，np 力只依赖于 $\boldsymbol{r}_p, \boldsymbol{r}_n, \boldsymbol{\sigma}_p, \boldsymbol{\sigma}_n$．考虑到空间平移不变性，相互作用只应依赖于 $\boldsymbol{r} = \boldsymbol{r}_p - \boldsymbol{r}_n$．其次，按照空间转动不变性和反射不变性要求，相互作用只能为标量，即只依赖于$(\boldsymbol{\sigma}_p \cdot \boldsymbol{r})(\boldsymbol{\sigma}_n \cdot \boldsymbol{r})$和$\boldsymbol{\sigma}_p \cdot \boldsymbol{\sigma}_n$(注意，$\boldsymbol{\sigma}_p \cdot \boldsymbol{r}$ 和 $\boldsymbol{\sigma}_n \cdot \boldsymbol{r}$ 分别为赝标量!)习惯上，除中心势 $V(r)$ 之外，取

$$V_T = V_T(r) S_{12}$$
$$S_{12} = 3(\boldsymbol{\sigma}_p \cdot \hat{\boldsymbol{r}})(\boldsymbol{\sigma}_n \cdot \hat{\boldsymbol{r}}) - \boldsymbol{\sigma}_p \cdot \boldsymbol{\sigma}_n,\quad \hat{\boldsymbol{r}} \equiv \boldsymbol{r}/r \tag{1}$$

* 例如参阅钱伯初，曾谨言，《量子力学习题精选与剖析》，pp. 220, 531, 541. (科学出版社，1988).

称为张量力(*tensor force*). 不难证明,此时$[\boldsymbol{L}, V_T]\neq 0$. 从氘核电四极矩观测值不为0的事实,证实了张量力的存在.

尽管氘核作为一个np体系($T_z=0$),存在一个(而且只有一个)束缚态($T=0, I^\pi=1^+$,记为$^3S_1$),实验表明pp和nn体系($|T_z|=1, T=1$)都无束缚态. 按前面的分析,能量最低态的主要成分为$L=0$态,由表3.1可知,此态为$L=0, S=0, T=1, J^\pi=0^+$,记为$^1S_0$,它是非束缚态,相应的能量至少比氘核基态($^3S_1$, $E=-B=-2.25$ MeV)高出2.25MeV. 可以看出核力是很强的,并依赖于自旋.

* * *

下面简单讨论一下,根据对称性的普遍考虑,核力的形式受到哪些限制?

(*a*) 空间平移不变性(空间均匀性). 二体作用应该与坐标原点位置无关,因此V只依赖于两核子的相对坐标$\boldsymbol{r}=\boldsymbol{r}_1-\boldsymbol{r}_2$,而不依赖于质心坐标位置$\boldsymbol{R}=\boldsymbol{r}_1+\boldsymbol{r}_2$.

(*b*) Galileo不变性(非相对论情况下的各惯性参照系等价). V只依赖于两核子相对速度或动量$\boldsymbol{p}=\boldsymbol{p}_1-\boldsymbol{p}_2$,而不依赖于总动量$\boldsymbol{P}=\boldsymbol{p}_1+\boldsymbol{p}_2$.

(*c*) 空间旋转不变性(各向同性)和反射不变性. V必须为标量[注意,$\boldsymbol{r}\cdot\boldsymbol{l}, \boldsymbol{r}\cdot\boldsymbol{s}=\boldsymbol{r}\cdot(\boldsymbol{s}_1+\boldsymbol{s}_2)$等为赝标量是不允许的,但$\boldsymbol{s}\cdot\boldsymbol{l}$是允许的).

(*d*) 时间反演不变性. 例如$\boldsymbol{r}\cdot\boldsymbol{p}$形式是不允许的.

实验表明,以上几种对称性在强作用下相当精确地成立.

(*e*) 核力电荷无关性,即同位旋空间转动不变性. 这个对称性成立的精度比(*a*)—(*d*)差一些. 但在核物理讨论的大多数问题中,可以认为此对称性的精度是足够高的. 在此对称性的要求下,两体核力对同位旋的依赖只能取$\boldsymbol{\tau}_1\cdot\boldsymbol{\tau}_2$的形式(更高幂次项均可化简,例如$(\boldsymbol{\tau}_1\cdot\boldsymbol{\tau}_2)^2=3-2\boldsymbol{\tau}_1\cdot\boldsymbol{\tau}_2$,等).

满足(a)—(e)诸对称性的二体核力的一般形式，可参阅有关文献*，不在此详述. 实验表明，对于低能情况，两体核力与速度(动量)无关，即可以表成静势(*static potential*)形式. 它们又可分为两种情况，即中心势与非中心势.

中心势，满足(a)—(e)的静中心势(*static central potential*)的一般形式为

$$V_c(1,2)=V_0(r)+(\boldsymbol{\sigma}_1\cdot\boldsymbol{\sigma}_2)V_\sigma(r)+(\boldsymbol{\tau}_1\cdot\boldsymbol{\tau}_2)V_\tau(r)$$
$$+(\boldsymbol{\sigma}_1\cdot\boldsymbol{\sigma}_2)(\boldsymbol{\tau}_1\cdot\boldsymbol{\tau}_2)V_{\sigma\tau}(r) \tag{2}$$

其中 $V_0,V_\sigma,V_\tau,V_{\sigma\tau}$ 只依赖于 $r=|\boldsymbol{r}_1-\boldsymbol{r}_2|$，但形式较复杂，可用散射实验唯象地研究它们. 它们的力程～$\lambda_\pi=\hbar/m_\pi c=1.4\ \mathrm{fm}$，在两核子相距较远处的渐近行为是～$e^{-r/\lambda_\pi}/(r/\lambda_\pi)$，$\lambda_\pi$ 即 π 介子的 Compton 波长.

非中心势　前已讨论，它只能取张量力的形式(1).

与速度(动量)有关的核势，在准确到相对动量 $\boldsymbol{p}=\boldsymbol{p}_1-\boldsymbol{p}_2$ 的一次幂下，满足对称性(a)—(d)的核势只能表成

$$(\boldsymbol{r}\times\boldsymbol{p})\cdot(\boldsymbol{\sigma}_1+\boldsymbol{\sigma}_2)\quad \text{或}\quad \boldsymbol{l}\cdot\mathbf{s} \tag{3}$$

其中
$$\boldsymbol{l}=\boldsymbol{r}\times\boldsymbol{p},\quad \mathbf{s}=\mathbf{s}_1+\mathbf{s}_2$$

此即自旋轨道耦合作用 (*spin-orbit coupling*). 注意 $\mathbf{s}\cdot\boldsymbol{l}$ 与 $\boldsymbol{l}^2$ 和 $\mathbf{s}^2$ 对易，对于 $s=0$(单态)或 $l=0$ 的二核子态，自旋轨道耦合作用均无贡献. 上述二体自旋轨道耦合将导致原子核内单核子平均势中的自旋轨道耦合.

§3.3　同位旋相似态与同位旋多重态

Heisenberg 提出的同位旋概念在研究轻核的结构中得到广泛的应用. 假如核力的电荷无关性严格成立，并忽略电磁作用的

* 可参阅钱伯初，曾谨言，《量子力学习题精选与剖析》，p. 590(科学出版社，1988).

图 2-3.1 ，取自 F. Ajzenberg-Selove, Nucl. Phys. A413(1984)1

影响，则同位旋T为一个严格的好量子数．量子数T相同，但T_z不同($T_z=T,T-1,\cdots,-T$)的$(2T+1)$个态组成一组同位旋多重态，它们的性质有许多相似之处．质子和中子就构成一组同位旋二重态．轻核中普遍存在的镜核对(*mirror-nuclei pair*)，$(Z+1,Z)$ — $(Z,Z+1)$的基态也构成一组同位旋二重态．图2-3.1给出一个例子．

图2-3.2给出同位旋三重态($T=1$)的一个例子．与镜核基态组成的同位旋二重态不同，同位旋三重态中必定有原子核的激发态．^{12}C的基态是同位旋单态($T=T_z=0$)．它的15.11 MeV激发态($I^\pi=1^+$)，与相邻奇奇核$^{12}_{5}B$($T_z=-1$)和$^{12}_{7}N$($T_z=+1$)组成同位旋三重态．^{12}C的15.11MeV($I^\pi=1^+$)激发态$T=1(>T_z=0)$，与相邻核的基态($^{12}_{5}B$基态，$I^\pi=1^+,T_z=-1,T=1$；$^{12}_{7}N$基态，$I^\pi=1^+,T_z=+1,T=1$)的性质相似，人们常称这种激发态为相邻核基态的**同位旋相似态**(*isobaric analogy state*)．在1964年之前，已为实验观测出的完整的同位旋多重态最大的是同位旋三重态．更大的同位旋多重态尚未被完整地观测到．这里涉及到离β稳定线较远的核，或涉及到寿命很短的同位旋相似态，实验上制备和观测它们比较困难．

E. Wigner(1937)[4]把核子的自旋和同位旋一并考虑，引进超多重态(*supermultiplet*)概念，在分析轻核($A<16$，1p壳)结构中取得较好的结果．在此之后的很长一段时期中，几乎所有核物理学家都认为同位旋概念只适用于轻核．对于重核，由于库仑能($\propto Z^2$)愈来愈重要，人们认为同位旋不会是一个有用的好量子数．出人意料，这问题在60年代出现一个突破．J. D. Anderson等

4) E. P. Wigner, Phys. Rev. **51** (1937) 106,947.

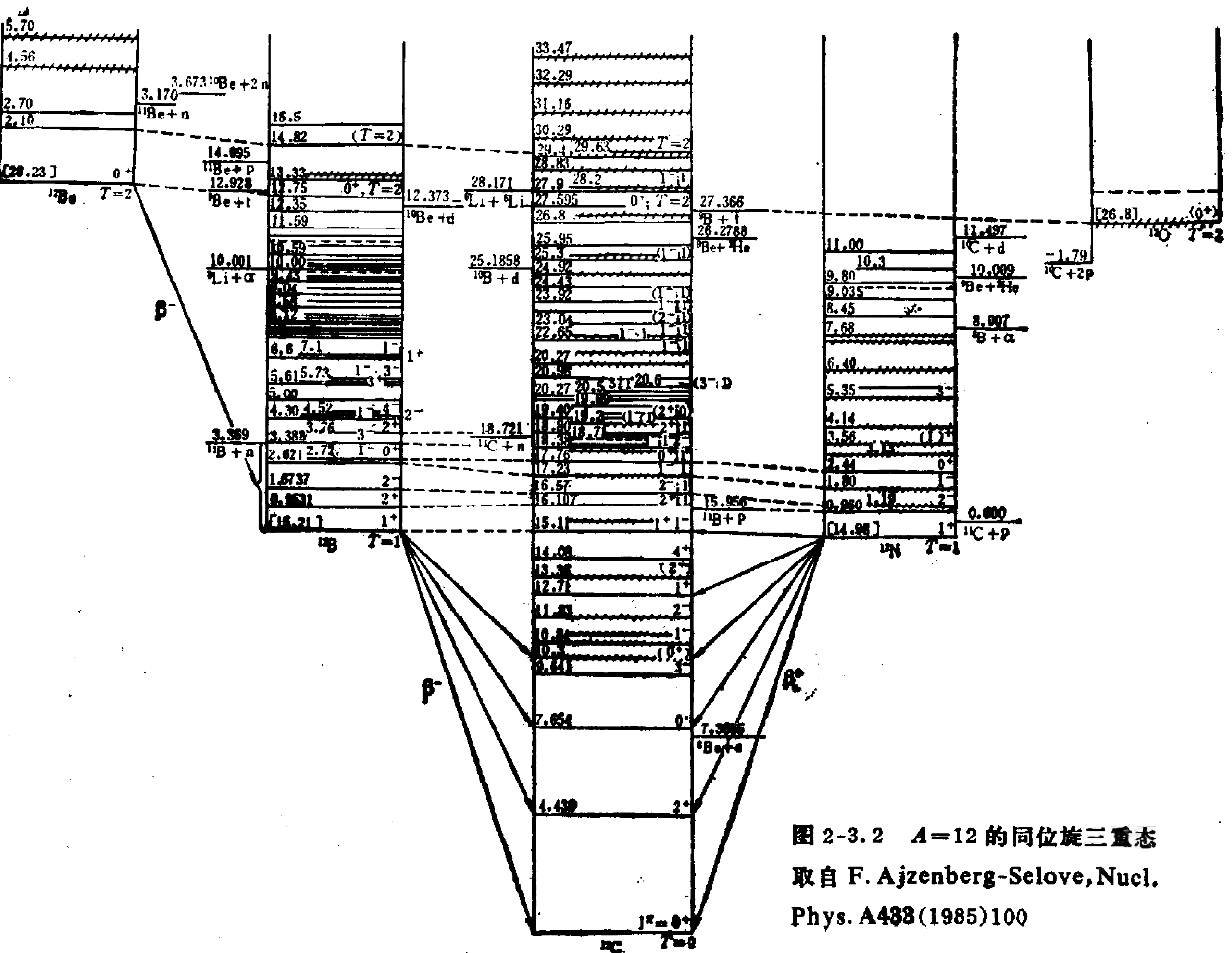


图 2-3.2　$A=12$ 的同位旋三重态

取自 F. Ajzenberg-Selove, Nucl. Phys. A433(1985)100

(1962)[5]通过电荷交换反应(p，n)在重核中找到了同位旋多重态中另外一些成员．不久，D. Fox 等[6]通过(p, p′)反应找到了一系列同位旋相似态．随着重离子加速器的使用，人们通过重离子反应制备出远离 β 稳定线的原子核[有人称它们为奇异核 (*exotic nucleus*)]，关于同位旋多重态的研究又重新活跃．J. Cerny 等(1964)[7]利用 $^{12}C(^3He, ^6He)^9C$ 反应，测出了离 β 稳定线较远的 ^9C 基态的质量，从而观测到了第一个完整的同位旋四重态，$A=9, I^\pi=3/2^-, T=3/2$．见图 2-3.1．它们是：

^9_3Li 基态，$^9_4Be^*$(14.393MeV 激发态)，

$^9_5B^*$(14.655MeV 激发态)，^9_6C 基态．

第一个完整的同位旋五重态为 R. H. G. Robertson (1975)[8] 所观测到，$A=8, I^\pi=0^+, T=2$，见图 2-3.3．它们是：

^8_2He 基态，$^8_3Li^*$(10.822MeV)，$^8_4Be^*$(27.494MeV)，

$^8_5B^*$(10.619MeV)，^8_6C 基态．

目前，已测出的完整的同位旋四重态已有 20 多组，也测出少数完整的五重态．对于重核，由于 $T_z=\frac{1}{2}|Z-N|\gg 1$，更多的情况是不完整的更大的同位旋多重态[9]．如不计及库仑作用的影响，并假设核力具有电荷无关性，则同位旋多重态诸成员的能量是简并的．当然，库仑作用以及核力电荷无关性的破缺都会导致多重态分裂(能级简并解除)．同位旋多重态的各成员的能量之间的关

5) J. D. Anderson, C. Wong and J. W. McClure, Phys. Rev. **126**(1962) 2170.

6) J. D. Fox, C. F. Morre and D. Robson, Phys. Rev. Lett. **12**(1964) 198

7) J. Cerny, et al., Phys. Rev. Lett. **13** (1964) 726.

8) R. G. H. Robertson, et al. Phys. Rev. Lett. **34** (1975) 33.

9) 例如参阅总结性文章 W. Benenson and E. Kashy, Rev. Mod. Phys. **51** (1979) 527.

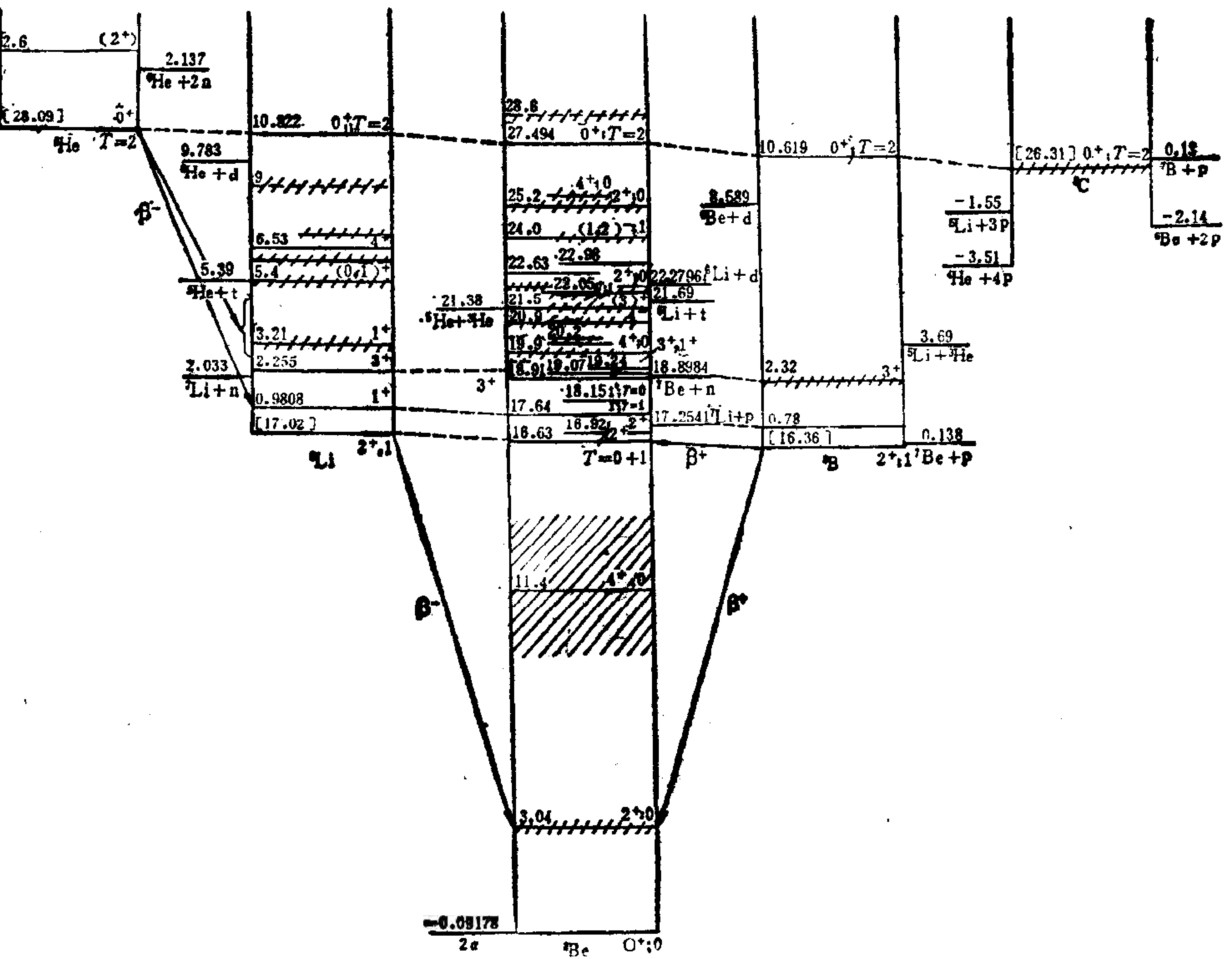


图 2-3.3 取自 F. Ajzenberg-Selove, Nucl. Phys. A418(1984), 104

系成了人们感兴趣的一个课题. E. P. Wigner[10] 假定这些与电荷有关的作为两体力，在微扰论一级近似下得出了下列同位旋多重态的质量公式(*isobaric multiplet mass equation*, 简记为IMME):

$$M(T_z)=a+bT_z+cT_z^2 \tag{1}$$

其中系数 a,b,c 与 T_z 无关,(但依赖于 A,T,I^π 等). 当然,由于原子核波函数十分复杂,而且核力的细节也不清楚,要从理论上计算 a,b,c 是困难的，目前只能通过观测出的同位旋多重态的质量来定出它们. 由于公式中含有三个参数，所以至少要有完整的同位旋四重态才能检验 Wigner 的 IMME 的正确程度. 在第一个完整的同位旋四重态被测出之前,Wigner 的公式未曾引起人们很大重视. 目前已积累了相当丰富的同位旋四重态和五重态的数据,提供了检验 IMME 的可能性. 检验公式(1)正确性的最方便的办法是在公式中再加上一项 T_z^3,即令

$$M(T_z)=a+bT_z+cT_z^2+dT_z^3 \tag{2}$$

然后利用同位旋四重态的观测值,按下式求出 a,b,c,d 值:

$$\left.\begin{aligned}
a&=\frac{1}{8}\left\{5\left[M\left(\frac{1}{2}\right)+M\left(-\frac{1}{2}\right)\right]-\left[M\left(\frac{3}{2}\right)+M\left(-\frac{3}{2}\right)\right]\right\}\\
b&=\frac{1}{48}\left\{51\left[M\left(\frac{1}{2}\right)-M\left(-\frac{1}{2}\right)\right]-\left[M\left(\frac{3}{2}\right)-M\left(-\frac{3}{2}\right)\right]\right\}\\
c&=\frac{1}{4}\left\{\left[M\left(\frac{3}{2}\right)+M\left(-\frac{3}{2}\right)\right]-\left[M\left(\frac{1}{2}\right)+M\left(-\frac{1}{2}\right)\right]\right\}\\
d&=\frac{1}{6}\left\{\left[M\left(\frac{3}{2}\right)-M\left(-\frac{3}{2}\right)\right]-3\left[M\left(\frac{1}{2}\right)-M\left(-\frac{1}{2}\right)\right]\right\}
\end{aligned}\right\} \tag{3}$$

如分析得出 $d=0$，则 Wigner IMME(1) 成立. 对于至少已测出

---

10) E. P. Wigner, Proc. of the Robert A. Welch Foundation on Chemical Research, ed. by W. D. Milikan.

四个成员质量的更大的同位旋多重态，也可做类似的分析. 当然，由于 d 值很小，要可靠地定出它，需要很精确测定出同位旋多重态的质量.

Benenson & Kashy (1979)[9] 系统分析实验的结果，见图 2-3.4. 由图可以看出:

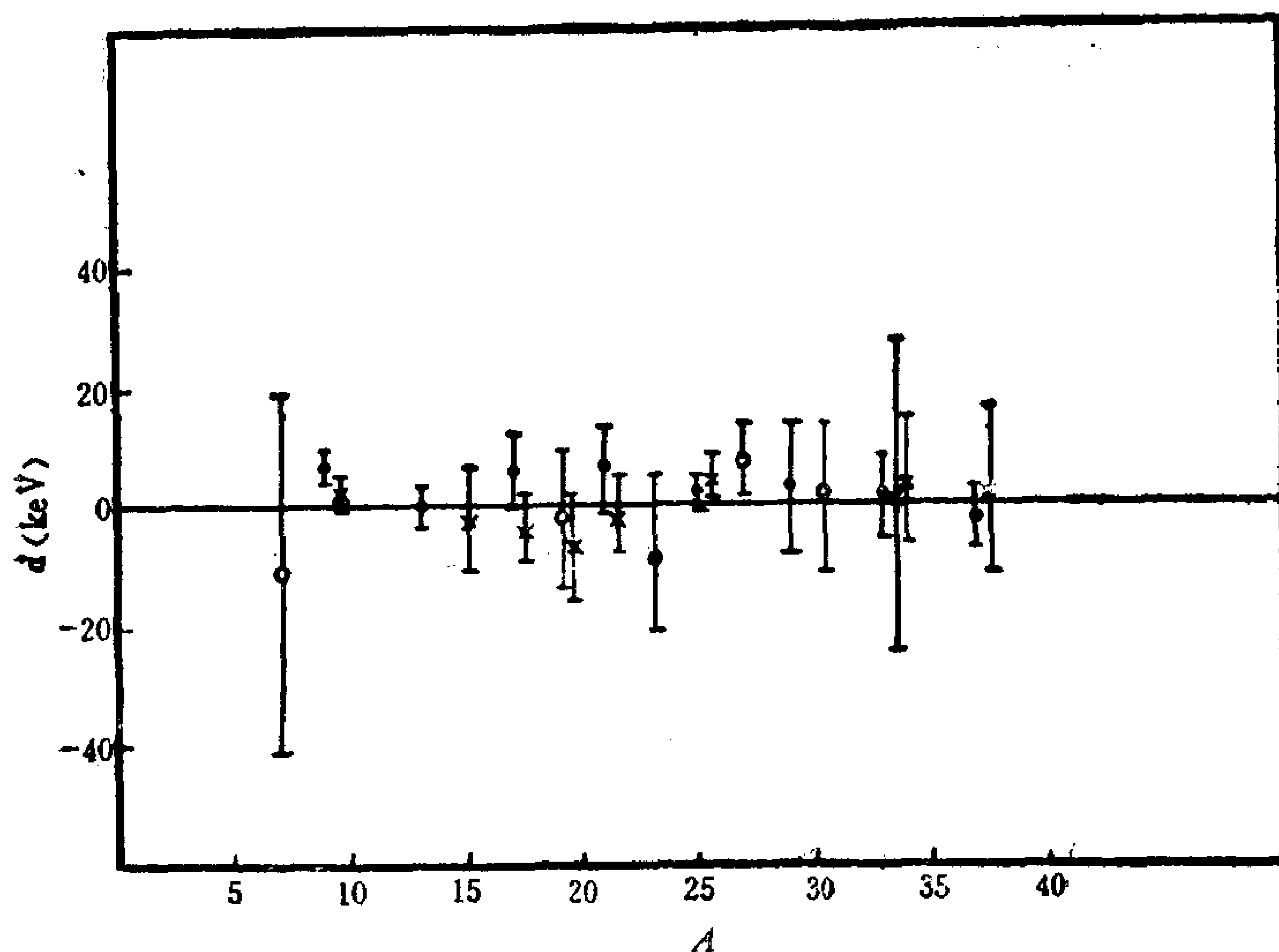


图 2-3.4 取自 W. Benenson and E. Kashy, Rev. Mod. Phys. 51(1979) 527

∘ $A=4n-1$ 核基态，

· $A=4n+1$ 核基态，

* $A=4n-1$ 核激发态，

× $A=4n+1$ 核激发态.

(a) 对于大多数情况，在实验误差范围内并不排除 $d=0$，但平均说来，似乎 d 略大于 0.

(b) 对于最先测出，也是测得最精确的同位旋四重态，$A=9$，$I^{\pi}=3/2^{-}$，分析得出 $d=(5.8\pm1.6)$ KeV，即肯定 $d>0$.

(c) 对于测得最精确的同位旋五重态，$A=8, I^{\pi}=0^{+}$，分析得出，$d=(5.6\pm2.2)$ KeV，也肯定 $d>0$.

原子核质量半经验公式也可用来分析同位旋多重态的质量. 值得注意，按 Weizsäcker 公式、Myers-Swiatecki 公式等，都得出 $d=0$. 这主要取决于库仑能项的形式. 如用文献[11]中的质量半经验公式(库仑能项 $a_C Z^{-5/3}$)，可得出 $d=32.5(A/2)^{-4/3}$. 对于 $A=9$，得出 $d=4.4$KeV；对 $A=8$，得出 $d=5.1$KeV，在误差范围内，与实验一致. 随 A 增大，d 迅速变小，实验上很难精确定出它的值.

---

11) J. Y. Zeng, T. S. Cheng, and F. C. Yang, Nucl. Phys. **A334** (1980) 470.

J. Y. Zeng, C. Z. Lin and F. C. Yang, Chin. Phys. **2** (1982) 707.

第四章　原子核中的单粒子运动与壳结构

§4.1　原子与原子核中的幻数

在 40 年代，人们常谈到原子核的“幻数”(*magic number*). 这是指：如果原子核的质子数 Z 或中子数 N 为下列数值，即

$$Z=2,8,20,28,50,82$$

$$N=2,8,20,28,50,82,126$$

则特别稳定，即结合能特别大. 更确切些说，这些核的结合能的实验值，与质量半经验公式的计算值相比，都系统地明显偏大，这些数即所谓幻数. 当质子数和中子数都是幻数时，即双幻核，例如 ${}^{4}_{2}\mathrm{He}$, ${}^{16}_{8}\mathrm{O}$, ${}^{40}_{20}\mathrm{Ca}$, ${}^{48}_{20}\mathrm{Ca}$, ${}^{56}_{28}\mathrm{Ni}$, ${}^{132}_{50}\mathrm{Sn}$, ${}^{208}_{82}\mathrm{Pb}$ 等，其结合能尤其偏大，即特别稳定.

我们回忆一下，在化学和原子物理学中我们曾经碰到过类似的情况，即当原子中的电子数 Z (原子序数) 为

$$Z=2,10,18,36,54,86$$

即惰性气体原子

He, Ne, Ar, Kr, Xe, Rn

的电离能(即把原子最外层一个电子离化所需的能量)特别大 (图 2-4.1)，因而特别稳定. 这些元素的化学性质特别不活泼，在自然界中以单原子分子的形式稳定地存在.

与图 2-4.1 相似，图 2-4.2 给出原子核的中子分离能 $S_n(N,Z)=B(N,Z)-B(N-1,Z)$ 随中子数 N 的变化. 可以看出，当 $N=2,8,20,28,50,82,126$ 时分离能特别大. 换言之，要把一个中子从这些核中分离出来，需要付出特别大的能量，所以这些核特别稳定.

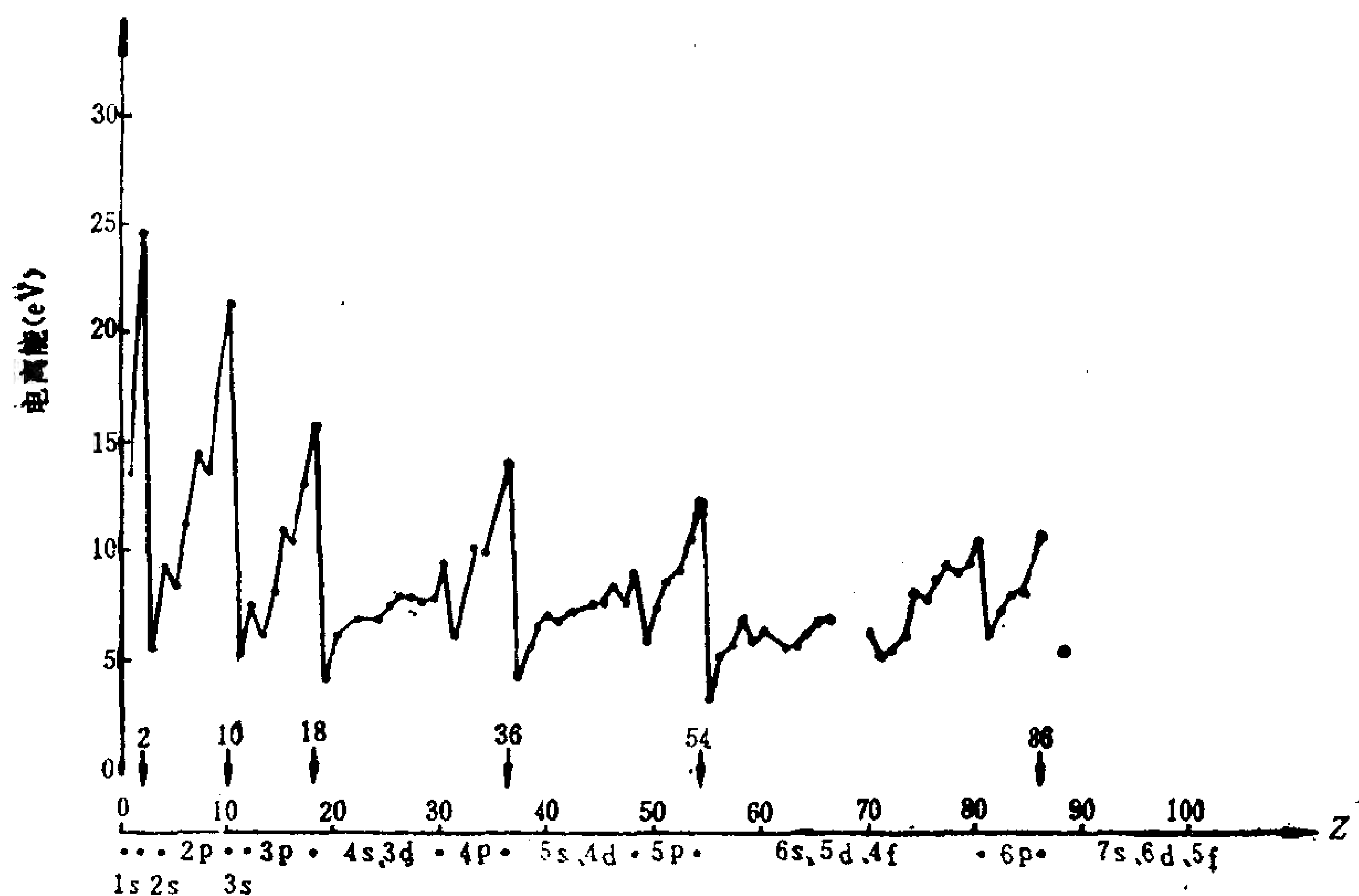


图 2-4.1　原子的电离能．取自 A. Bohr &. B. R. Mottelson, Nuclear Structure, vol. 1, p. 191 (1969).

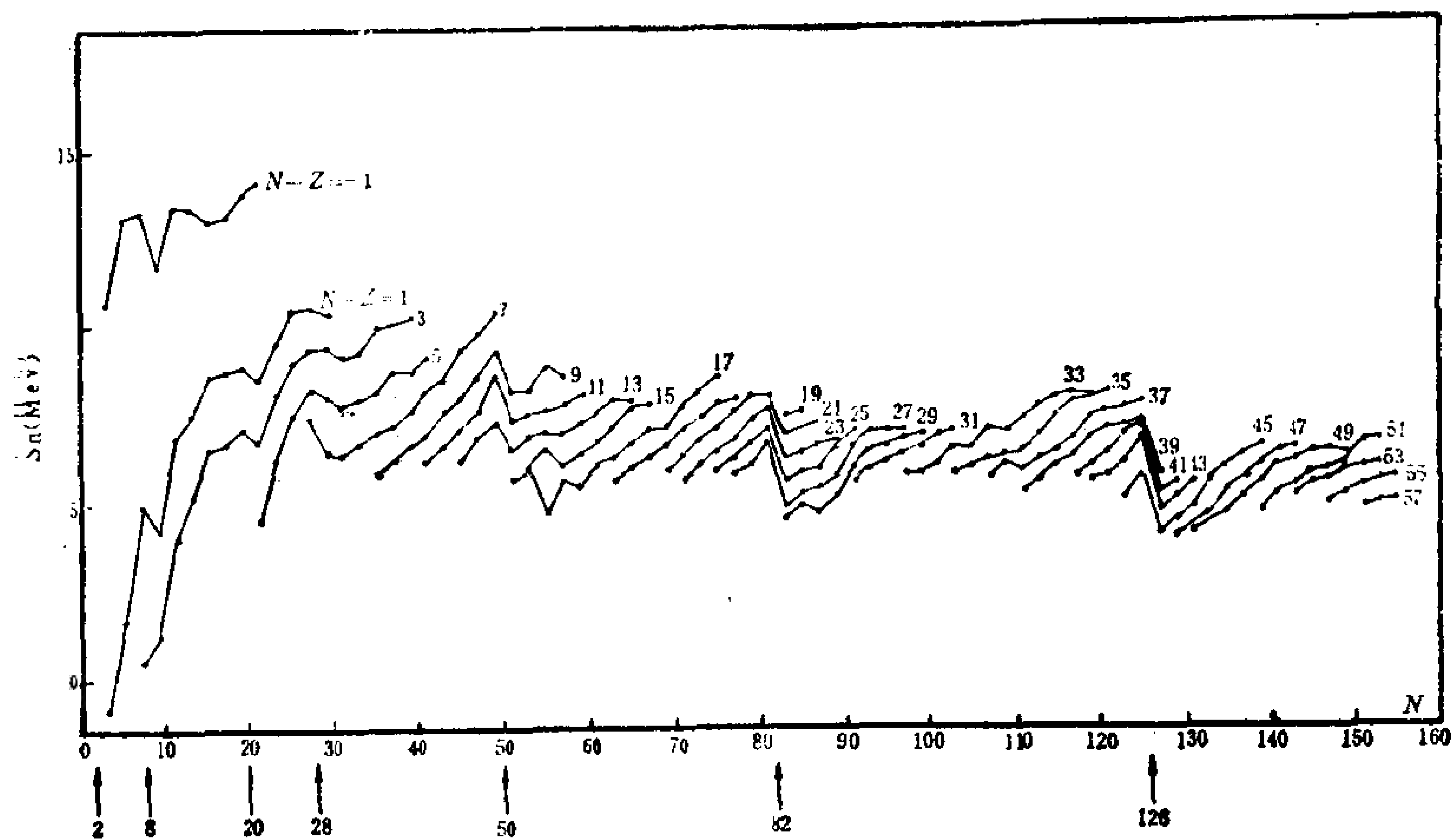


图 2-4.2　原子核的中子分离能．$S_n(N,Z)=B(N,Z)-B(N-1,Z)$，N 奇，Z 偶．

取自 A. Bohr &. B. R. Mottelson, Nuclear Structure, Vol. 1, p. 193 (1969).

化学元素的周期性是原子中电子壳结构的反映．简单回顾一下量子理论对电子壳结构的解释，对于我们了解原子核的“幻数”是有帮助的．按照量子理论，电子在原子核库仑场中的能级为

$$E_n=-\frac{e^2}{2a}\frac{Z^2}{n^2}=-\frac{1}{2}\mu c^2\alpha^2\frac{Z^2}{n^2},\ \left(\alpha=\frac{e^2}{\hbar c}=1/137\right) \tag{1}$$

$$n=n_r+l+1,$$

$$n_r, l=0,1,2,\cdots$$

n_r 为径向量子数，l 为角动量量子数，n 是主量子数．对于给定能级，即给定 n，

$$l=0,\ 1,\ \cdots\cdots,\ n-1$$

$$\tag{2}$$

相应 $$n_r=n-1,\ n-2,\cdots\cdots,\ 0$$

由于能级不依赖于磁量子数 m，而给定 l 时，$m=l, l-1,\cdots,-l$，共有 $(2l+1)$ 个可能取值，再考虑到电子自旋 $s=1/2$，m_s 有两个可能取值，由此不难求出能级 E_n 的简并度为

$$f_n=2\sum_{l=0}^{n-1}(2l+1)=2n^2 \tag{3}$$

按照 Pauli 原理，E_n 能级可容纳 $2n^2$ 个电子．由此可得出纯库仑场中的能级和电子壳结构如表 4.1 所示．

可以看出，库仑场的最低两个能壳($n=1$，2)所相应的幻数与观测一致，但更高的幻数则与实验不符．为什么纯库仑势的能级壳结构只能解释原子的最小的两个幻数而不能说明更高的幻数？

这里主要的问题是：当原子内电子数增多时，由于其余电子的库仑斥力的影响，每个电子感受到原子核的库仑引力在较大程度上被抵消，这称为屏蔽效应(*screening effect*)．特别是对于离开原子核较远的轨道(即 l 较大的轨道)上的电子，内层电子对它们的屏蔽效应就更重要，因而能级将明显上升．库仑势中的能级

表 4.1 纯库仑场中电子的壳结构

n	$(n_r+1)l$(注)	f_n	幻数$\left(\sum_{i=1}^{n} f_i\right)$	幻数观测值
1	1s	2	2	2
2	2s, 1p	8	10	10
3	3s, 2p, 1d	18	28	18
4	4s, 3p, 2d, 1f	32	60	36
5	5s, 4p, 3d, 2f, 1g	50	110	54

(注)按光谱学习惯，对 $l=0,1,2,3,4,\cdots$，分别记为s, p, d, f, g, ……

分布还有一个明显特点，即随 n 增大，相邻壳之间的间距愈来愈小，因此屏蔽效应就可能造成较高壳层结构的明显改组．基于这两点考虑，我们就可以得出表 4.2 所示的屏蔽库仑势中电子的能级和壳结构，它与观测结果完全一致．

表 4.2 屏蔽库仑势中电子的壳结构

n	$(n_r+1)l$	能容纳电子数	幻数	幻数观测值
1	1s	2	2	2
2	2s, 1p	8	10	10
3	3s, 2p	8	18	18
4	4s, 3p, $\underline{\text{1d}}$(注)	18	36	36
5	5s, 4p, $\underline{\text{2d}}$	18	54	54
6	6s, 5p, $\underline{\text{3d}}$, $\underline{\underline{\text{1f}}}$	32	86	86
7	7s, 6p, $\underline{\text{4d}}$, $\underline{\underline{\text{2f}}}$	32	118	?

(注)$\underline{\text{1d}}$, $\underline{\text{2d}}$, …的下线表示它们是从纯库仑势的 $(n-1)$ 能壳上升而来的，$\underline{\underline{\text{1f}}}$, $\underline{\underline{\text{2f}}}$…之下两道下线表示它们是从纯库仑势的 $(n-2)$ 能壳上升而来的。

现在我们来分析原子核中的幻数和壳结构．与原子相比，原子核有几个不同的特点：

(a) 原子有一个核，几乎全部质量都集中在核上，众多的电子围绕原子核运动．它们感受到的主要是原子核提供的库仑长程引

力场．原子核则是若干质子与中子组成的体系，彼此之间有强的短程吸引力，颇似一个“群龙无首”的多体系．

(*b*) 原子中在核外只有一种全同粒子(电子)，因而只有一套壳结构．在核内则有两种粒子(质子与中子)，因而有两套并行的壳结构和两套幻数．由于质子之间的库仑排斥力($\propto Z^2$)，在极重核内质子幻数与中子幻数并不相同．

(*c*) 电子与原子核以及电子之间的相互作用是人们了解比较清楚的电磁作用．这个电子多体系表现出的单粒子运动的特征可以用 Hartree-Fock 自洽场方法给予较满意的说明，即 HF 方法可以较好地给出屏蔽库仑场的特征．对于原子核这样一个多体系，核子之间作用还不是很清楚的．特别是当两个核子很靠近时有很强的“排斥心”，用通常的 HF 方法是难以处理这种相互作用的．

基于以上原因，历史上人们首先选择唯象的途径来力图解释实验上观测到的幻数，即探讨何种唯象的单粒子势能得出正确的幻数．

在§2.1 中已提到，核内的电荷分布常近似用 Fermi型分布来描述，即

$$\rho(r)=\frac{\rho_0}{1+e^{(r-c)/a}},\quad (\rho_0, c, a>0) \tag{4}$$

根据核力的短程性，可以认为核子所感受到的吸引平均势可以用图 2-4.3 所示的 Woods-Saxon 势来描述，即

$$V(r)=-\frac{V_0}{1+e^{(r-c')/a'}},(V_0, c', a'>0) \tag{5}$$

遗憾的是：Woods-Saxon 势相应的 Schrödinger 方程无解析解，只能用数字积分处理，所以在理论分析上不大方便．为便于理论分析，常常采用下列两种势阱来讨论．这两种势阱有解析解，并在核内区域与 Woods-Saxon 势比较接近．

谐振子势

$$V(r)=\frac{1}{2}M\omega^2 r^2+\text{常数} \tag{6}$$

无限深球方势阱

$$V(r)=\begin{cases}-V_0, & r<R\\ \infty, & r>R\end{cases} \tag{7}$$

有时，为更好地摹拟 Woods-Saxon 势，还采用有限深球方势阱

$$V(r)=\begin{cases}-V_0, & r<R\\ 0, & r>R\end{cases} \tag{8}$$

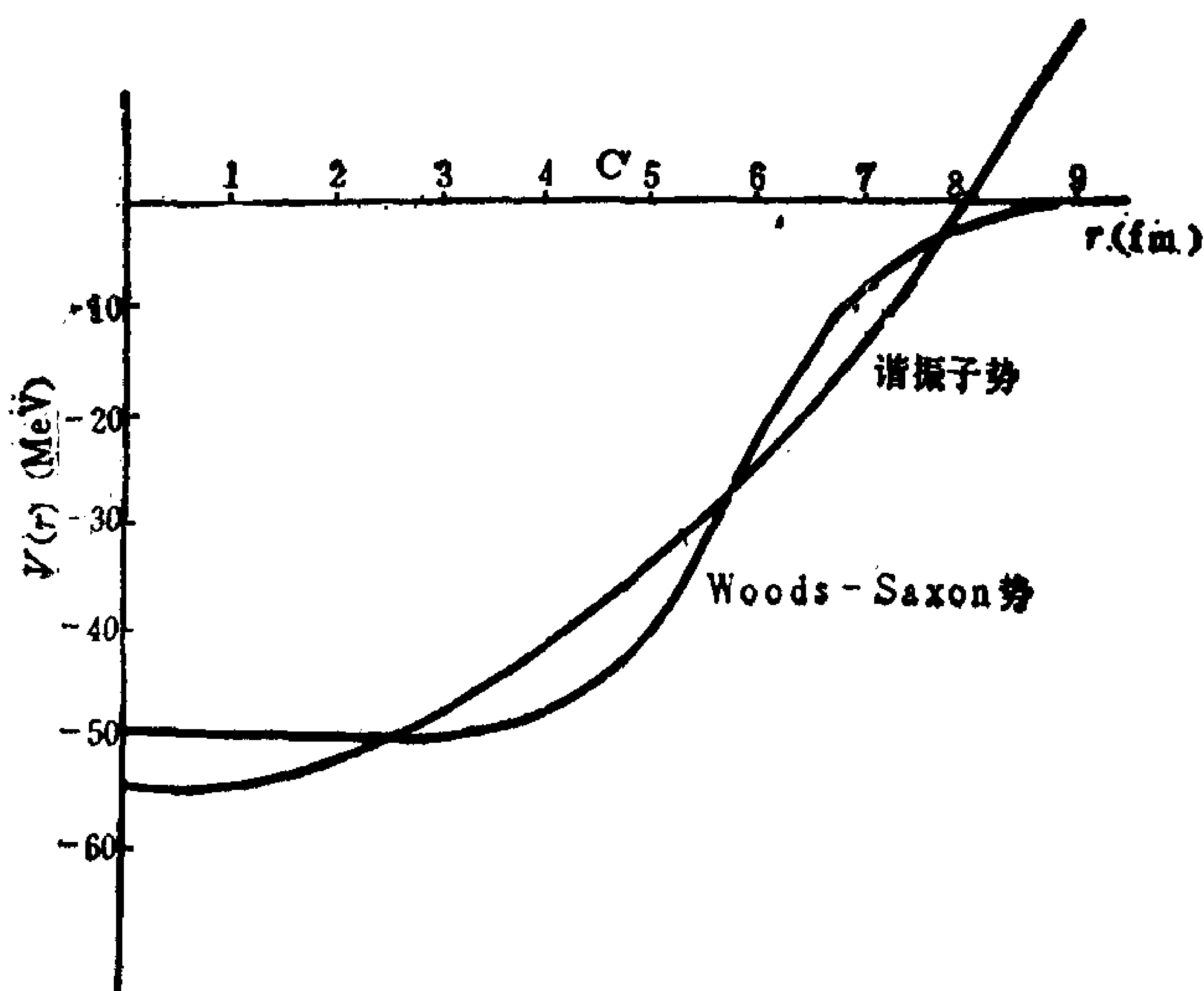


图 2-4.3 球形谐振子势与 Woods-Saxon 势

谐振子势： $V(r)=\frac{1}{2}M\omega^2 r^2+$常数，$\hbar\omega=8.6$MeV，常数$=-55$MeV.

Woods−Saxon 势：$V(r)=\frac{-V_0}{1+e^{(r-c')/a'}}$，$V_0=50$MeV，$c'=5.8$fm，$a'=0.65$ fm

取自 A. Bohr and B. R. Mottelson, Nuclear Structure, Vol. 1, Single-Particle Motion, p. 223

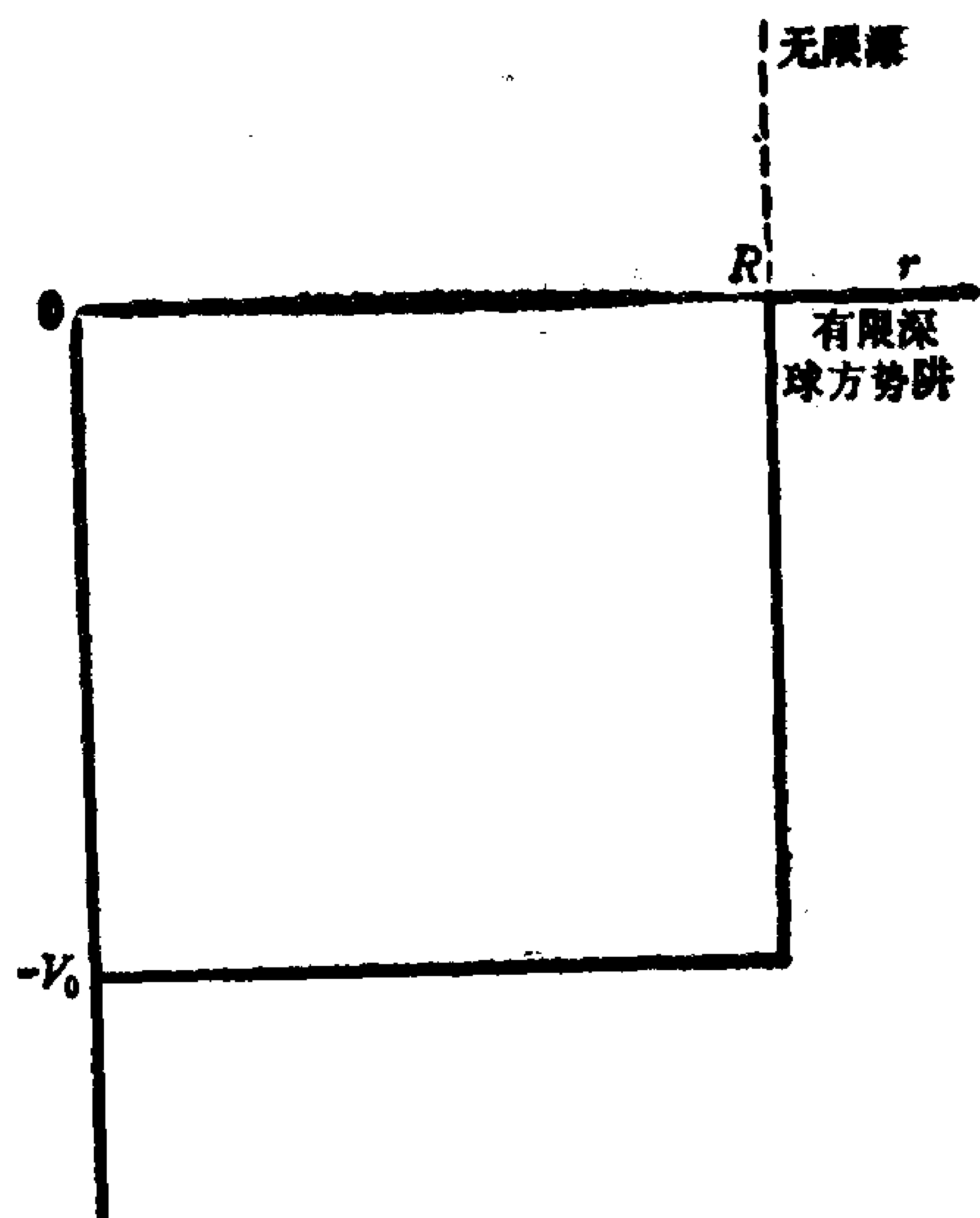


图2-4.4 球方势阱

各向同性谐振子势中粒子的能级由下式给出:

$$E_N=(N+3/2)\hbar\omega,\ N=2n_r+l,\qquad n_r,l,N=0,1,2,\cdots \tag{9}$$

对于给定能级(N),

$$l=N,N-2,\cdots,1(N\text{奇})\text{或}0(N\text{偶}) \tag{10}$$

计及粒子的自旋($s=1/2$, $m_s=\pm 1/2$)后，不难求出能级 E_N 的简并度

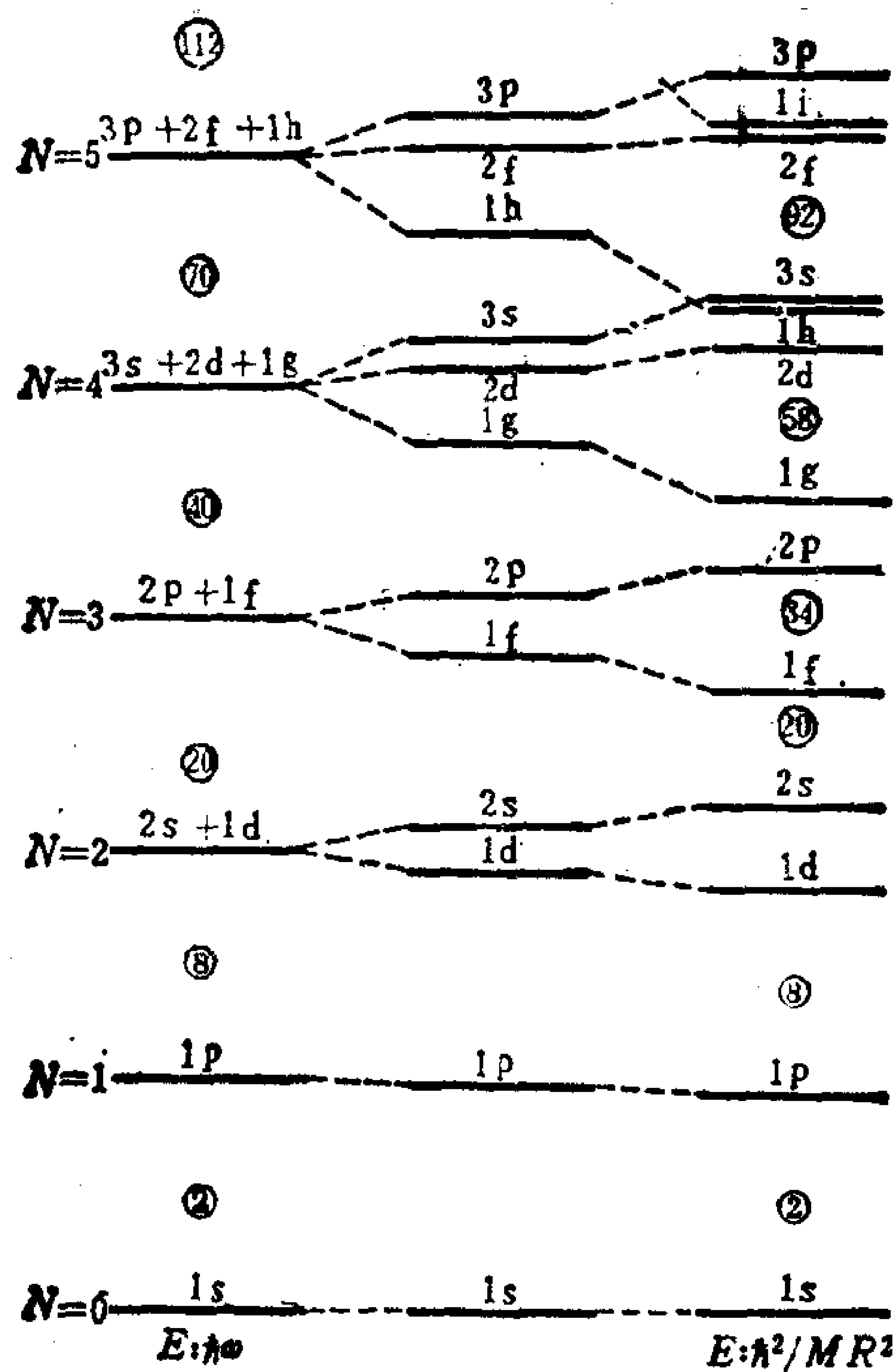
$$f_N=2\sum_{l=N,N-2,\cdots}(2l+1)=(N+1)(N+2) \tag{11}$$

也就是能级 E_N 可容纳的质子(或中子) 的数目. 由此不难求出各向同性谐振子势中质子(或中子)的能级和壳结构，如表 4.3(见图 2-4.5 左侧能级).

可以看出，谐振子势的最低三个能壳所给出的幻数与观测结果一致，但对于更高的幻数，则与观测不符. 此情况与纯库仑势只能说明原子的较小的两个幻数而不能解释更高的幻数非常相似.

表 4.3　各向同性谐振子势中核子的壳结构

N	$(n_r+1)l$	f_N	幻数	幻数观测值
0	1s	2	2	2
1	1p	6	8	8
2	2s, 1d	12	20	20
3	2p, 1f	20	40	28
4	3s, 2d, 1g	30	70	50
5	3p, 2f, 1h	42	112	82
6	4s, 3d, 2g, 1i	56	168	126



球形谐振子势　　内插　　无限深球方势阱

图 2-4.5

如换成无限深球方势阱，则相应的能级分布与壳结构如图 2-4.5右侧所示*. 图 2-4.5 中间一行能级是介于球形谐振子势与无

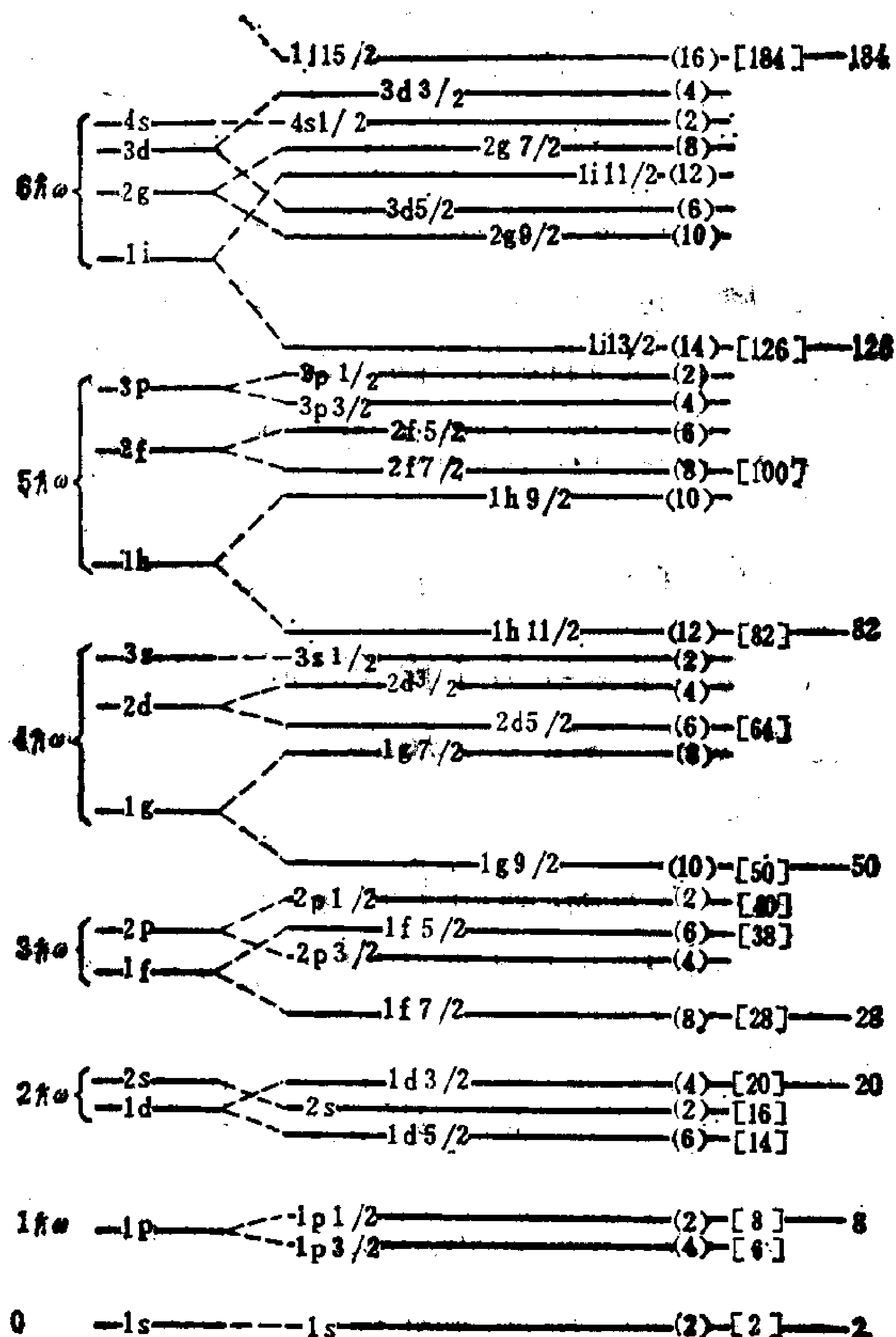


图 2-4.6 Mayer-Jensen 壳模型能级系

取自 M. G. Mayer and J. H. D. Jensen, Elementary Theory of Nuclear Shell Structure, (1955), p. 58.

---

* 可以看出，在球形谐振子势中属于同一个 N，但 l 不同的各能级，在球方势阱中将发生分裂. l 愈大的能级愈往下移动. 这从物理上是容易理解的. 由图 2-4.4可看出，在原子核表层附近($r\sim R$)，球方势阱比谐振子势低一些，而处于 l 较大的轨道上的核子有更大的几率靠近核表层，因此在球方势阱情况下，它感受到更大的吸引力，因而能级有所下移. 这种能级分裂反映了体系的对称性从 SU_3 变成了 SO_3.

限深球方势阱之间的能级，它与有限深球方势阱或 Woods-Saxon 势的能级相似.

由图 2-4.5 可以看出，无论是球形谐振子势，无限深球方势阱，或者介于它们之间的有限深球方势或 Woods-Saxon 势，都只能正确地给出较低的三个幻数，而不能解释更高的幻数. 人们对于形状类似但细节不同的其它势阱也都进行过分析，但结论相似. 看来，靠球形势 $V(r)$ 的变化难以说明观测到的幻数. 问题出在何处？在原子的情况下，人们借助屏蔽效应很圆满地解决了问题，在原子核的情况下，人们又将如何解决这一严重困难？

§4.2 Mayer-Jensen 的强自旋轨道耦合壳模型

40 年代的核物理学家经历了较长时间的探索，原子核幻数问题终于在 1949 年突破. Mayer, Jensen 等[1-3]提出的方案简单而满意地解决了这个重大问题.

我们知道，在中心力场，例如库仑场 $V(r)$ 中运动的电子，在非相对论近似下，Hamilton 量中将出现一项自旋轨道耦合作用 (Thomas 项)，即

$$-\frac{1}{2\mu^2c^2r}\frac{dV}{dr}\mathbf{s}\cdot\boldsymbol{l} \tag{1}$$

与此类比，Mayer, Jensen 等假设，在中心力场中的核子也感受到一项自旋轨道耦合作用*，例如取为

1) M. G. Mayer, Phys. Rev. **75** (1949) 1969; **78** (1950) 16

2) O. Haxel, J. H. D. Jensen, and H. E. Suess, Phys. Rev. **75** (1949) 1766; Z. Physik, **128** (1950) 295

3) M. G. Mayer and J. H. D. Jensen, Elementary Theory of Nuclear Shell Structure, (1955, Wiley)

* 对于谐振子势 $V(r)=\frac{1}{2}M\omega^2r^2$, $\frac{1}{r}\frac{dV}{dr}=M\omega^2$(常数)，由(1)式正好得出(2)式形式的自旋轨道耦合作用，C 为刻画作用强度的参数。

$$-C\boldsymbol{s}\cdot\boldsymbol{l} \tag{2}$$

在此情况下，粒子的轨道角动量 $\boldsymbol{l}$ 不再是守恒量（但 $\boldsymbol{l}^2$ 仍然是！）.如令

$$\boldsymbol{j}=\boldsymbol{l}+\boldsymbol{s}. \tag{3}$$

表示一个核子的总角动量，不难证明，$\boldsymbol{j}$ 是守恒量. 此时，可以方便地采用守恒量完全集$(H,\boldsymbol{l}^2,\boldsymbol{j}^2,j_z)$的本征值，或相应的好量子数$(nljm_j)$来刻画粒子的定态. 在有自旋轨道耦合的情况下，$l\neq0$ 的能级将分裂为两条，分别对应 $j=l\pm\frac{1}{2}$. 每条能级的简并度为$(2j+1)(m_j=j,\ j-1,\ \cdots,\ -j$，能级与磁量子数 m_j 无关). 用一级近似微扰论，可简单估算一下自旋轨道耦合导致的$j=l\pm1/2$两条能级分裂的大小. 在 $|nljm_j\rangle$状态下，$\boldsymbol{s}\cdot\boldsymbol{l}$ 的平均值为

$$\langle\boldsymbol{s}\cdot\boldsymbol{l}\rangle=\frac{1}{2}\langle\boldsymbol{j}^2-\boldsymbol{l}^2-\boldsymbol{s}^2\rangle=\frac{\hbar^2}{2}[j(j+1)-l(l+1)-s(s+1)]$$

$$=\begin{cases}\dfrac{1}{2}l\hbar^2, & j=l+1/2\\ -\dfrac{(l+1)}{2}\hbar^2, & j=l-1/2\end{cases} \tag{4}$$

因此，自旋轨道耦合项$-C\boldsymbol{s}\cdot\boldsymbol{l}$(设$C>0$)将导致

$$\begin{aligned}&j=l+1/2\ \text{能级下移}\quad \frac{l}{2}C\hbar^2\\ &j=l-1/2\ \text{能级上升}\quad \frac{(l+1)}{2}C\hbar^2\end{aligned} \tag{5}$$

$j=l\pm1/2$ 能级分裂的间距为

$$\Delta E=(2l+1)C\hbar^2/2\propto(2l+1) \tag{6}$$

($l=0$ 能级不受影响，不分裂).

考虑自旋轨道耦合之后，核子的能级及壳结构如图 2-4.6 右侧所示. 可以看出，原来 $N=3$ 壳中的 1f 能级分裂成两条：$1f_{5/2}$

和$1f_{7/2}$，其中$1f_{7/2}$能级(可容纳8个电子)明显下降，与原来的$N=3$壳和$N=2$壳都离开较远，独自形成一个壳，于是构成了Z(或N)$=28$这个幻数．其次，属于$N=4$壳的1g能级，分裂后的$1g_{9/2}$能级(可容纳10个核子)将更明显下降，靠近原来$N=3$壳的诸能级，这就形成了50这个幻数．类似，从原来$N=5$壳的$1h$能级分裂出来的$1h_{11/2}$(可容纳12个核子)大幅度下降而靠近原来的$N=4$壳，从而形成82这个幻数．从原来$N=6$壳的1i能级分裂出来的$1i_{13/2}$(可容纳14个核子)大幅度下降而靠近原来的$N=5$壳，从而形成126这个幻数，等等．

可以看出，引进自旋轨道耦合之后，可以很圆满地说明所有的幻数，这决非偶然的巧合，而恰好是抓住了问题的关键．为了说明实验上观测到的壳结构和幻数，要求此自旋轨道耦合项的强度比原子中的Thomas项要强得多，而且正负号相反．唯象的单核子势中的这种自旋轨道耦合作用，主要不是来源于电磁作用(如象电子那样)，而是来源于核子之间的强作用．由于核力的细节尚不很清楚，如何从两体核力得出单核子势中的自旋轨道耦合作用，仍是一个未解决得很好的问题．但为了说明如此丰富的实验所总结出来的原子核幻数和壳结构，单核子势中必须引进强自旋轨道耦合则是确切无疑的．

应该提到，由于自旋轨道耦合，从谐振子上一个大壳掉下来的高j能级，即$1f_{7/2}, 1g_{9/2}, 1h_{11/2}, 1i_{13/2}, 1j_{15/2}$等，称为高$j$闯入态(*high-j intruder*)的宇称，与下一个谐振子壳的其它能级的宇称相反．考虑到强作用和电磁作用下宇称为守恒量，宇称相反的态不相混．因此这些高j闯入态的波函数比较单纯．这些高j闯入态不仅对解释观测到的幻数起了决定性的作用，而且对原子核在高速旋转下的性质起了举足轻重的影响(详见第7章)．这是由于在高速旋转下，处于这种高j闯入轨道的核子所受到的Coriolis

作用特别强，因而对高自旋态下的原子核性质影响极大，包括原子核转动惯量、角动量顺排、带相互作用强度等.

在壳结构理论分析中，Nilsson 势，即改进了的谐振子势(*modified harmonic oscillator potential*)是最常用的唯象单核子势,即

$$V_{\mathrm{MHO}}=\frac{1}{2}M\omega_0^2r^2-C\boldsymbol{s}\cdot\boldsymbol{l}-D(\boldsymbol{l}^2-\langle\boldsymbol{l}^2\rangle_N)$$

$$=\frac{1}{2}M\omega_0^2r^2-\kappa\hbar\omega_0[2\boldsymbol{s}\cdot\boldsymbol{l}+\mu(\boldsymbol{l}^2-\langle\boldsymbol{l}^2\rangle_N)] \qquad (7)$$

其中

$$C=2\kappa\hbar\omega_0, \quad D=\mu\kappa\hbar\omega_0 \qquad (8)$$

(κ, μ 为两个无量纲参数，用以代替 C 和 D). 这样取法的理由如下：为利用谐振子势的优点（有极简单的解析解），并考虑到 Woods-Saxon 势的能级系介于球形谐振子势和球方势阱之间，可在球形谐振子势中加上一项，即 $-D\boldsymbol{l}^2(D>0)$，则球形谐振子势中同一个大壳(N 相同)内 l 不同的能级将分裂，l 愈大的能级下移愈大，这样得出的单粒子能级系与 Woods-Saxon 势更接近（参阅图 2-4.5）. 但如果仅加这一项，相邻大壳诸能级的平均间距将改变. 为弥补这一缺陷，再加上一项 $D\langle\boldsymbol{l}^2\rangle_N^*$. 这样，就得出了改进了的谐振子势(7)式. 式中参数 κ, μ 由实验观测到的原子核低激发谱的系统学来定出. 参数 ω_0 则根据核电荷半径 $\langle r^2\rangle^{1/2}$ 的观测值

* 容易证明，处于 N 壳的粒子，$\langle l^2\rangle_N=N(N+3)/2$.

定出，通常习惯取为*

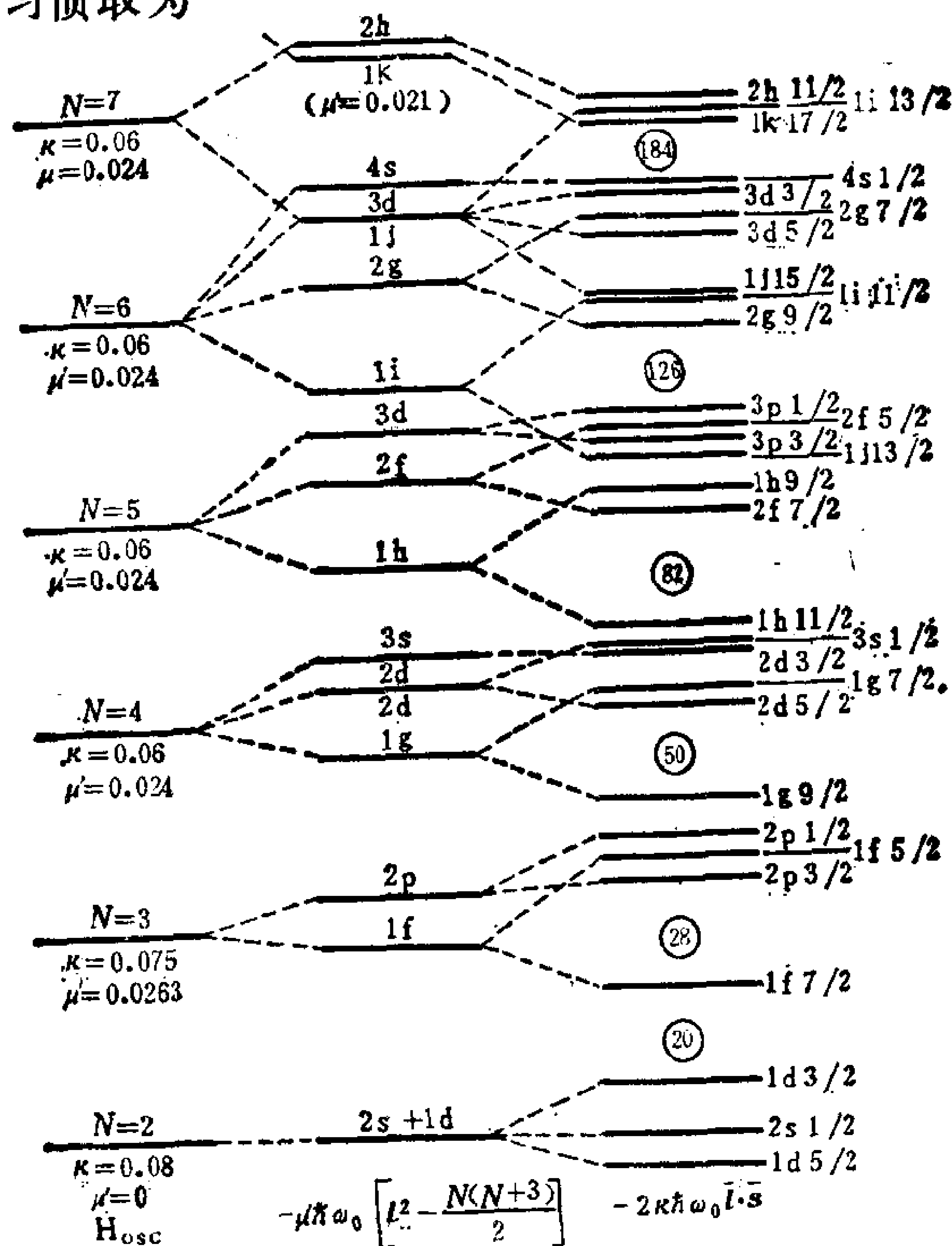


图 2-4.7　取自 S. G. Nilsson and I. Ragnarsson, Shapes and Shells in Nuclear Structure(1985), Fig. Ⅵ-3. 图中 $\mu'=\mu\kappa$.

---

* 利用维里(*virial*)定理，处于 N 壳的粒子，$\langle r^2\rangle_N=\left(N+\frac{3}{2}\right)\hbar/M\omega_0$. N 壳的简并度为 $f_N=(N+1)(N+2)$，从 $N=0$ 直到 N 壳都被粒子填满时，可容纳质子(或中子)总数为 $\sum_{N=0}^{N} f_N=\frac{1}{3}(N+1)(N+2)(N+3)$. 例如考虑质子(注意，按Pauli原理，质子壳与中子壳分开考虑)，总数为 Z，即 $Z=\frac{1}{3}(N+1)(N+2)(N+3)$，而 $\langle r^2\rangle=\sum_{N=0}^{N}\langle r^2\rangle_N f_N\Big/\sum_{N=0}^{N} f_N=\frac{3\hbar}{4M\omega_0}(N+2)$. 利用 $3Z=(N+1)(N+2)(N+3)$，得 $(N+2)^3=3Z+(N+2)\approx 3Z$，(因 $3Z\gg N$). 所以 $\langle r^2\rangle=\frac{3\hbar}{4M\omega_0}(3Z)^{1/3}$. 用 $\langle r^2\rangle^{1/2}=1.64Z^{1/3}$ fm 代入可得出 $\hbar\omega_0=27.6Z^{-1/3}$MeV. 如假定 $Z=A/2$(中子数＝质子数)，并取 $\langle r^2\rangle^{1/2}=1.2A^{1/3}$fm. 则得出 $\hbar\omega_0=41A^{-1/3}$ MeV，详见 A. Bohr and B. R. Mottelson (1969), p. 209.

$$\hbar\omega_0 = 41A^{-1/3}\text{MeV} \tag{9}$$

图 2-4.7 给出一个比图 2-4.6 更细致的壳模型能级系，是经常用到的.

Mayer-Jensen 壳模型的简单应用

(*a*) 原子核基态自旋与宇称

首先考虑偶偶核. 实验观测表明，无一例外，偶偶核基态自旋 $I=0$，宇称 $\pi=+$. 这一经验规律可以用 Racah 的 seniority 规则来概括[4)]，即同类粒子系(中子或质子)的角动量，两两耦合为0时能量最低. 这在物理上是核力主要为吸引的短程力的反映. 例如，假设两核子间有 $-V_0\delta(\boldsymbol{r}_1-\boldsymbol{r}_2)$ 作用，$(V_0>0)$，计算表明，在一个未满壳中有偶数个同类粒子时，能量最低的态是角动量耦合为0的态(参阅 § 6.2，图 2-6.4). 这是因为当两个同类核子角动量耦合为 0 时，它们的波函数在空间的重叠最大，因而吸引的短程力最能充分发挥作用，使能级降到最低.

其次讨论奇偶核. 按 seniority 规则，它们的基态自旋与宇称由未配对的奇核子所处的单粒子能级的自旋和宇称决定. 下列表 4.4 中以轻奇 Z(偶 N)核($Z<20$) 为例来说明. 可以看出，除 $^{19}_{9}$F，$^{23}_{11}$Na 以外，所有核素的基态自旋和宇称的壳模型预言值与观测完全相符. $^{19}_{9}$F 与 $^{23}_{11}$Na 的基态自旋不能由 Mayer-Jensen 壳模型能级系正确给出，是由于这些核已经发生了较大变形，应该改用变形壳模型能级系(即 Nilsson 能级系)来说明(见 § 4.3).

Mayer-Jensen 的壳模型能级系 (球形核) 以及 Nilsson 的能级系(轴对称变形核)能够对各种核素的基态自旋和宇称分别给予很满意的说明，是一件很了不起的贡献. 它是实验核物理学家的一个福音. 在此之前，实验核物理学家积累了浩如烟海的数据，但

4) G. Racah, Phys. Rev. **78** (1950) 622.

缺乏理论根据来进行整理，显得杂乱无章。壳模型理论建立后，核谱学资料的系统整理才有了依据．这是人们认识核结构进程中的一个重大进展．

关于奇奇核的基态自旋和宇称，其规律要复杂一些，可参阅 Mayer &. Jensen, (1955)[8].

表4.4 轻奇Z核的壳模型基组态与基态的自旋和宇称

核素	质子基组态						基态自旋和宇称	
	$1s_{1/2}$	$1p_{3/2}$	$1p_{1/2}$	$1d_{5/2}$	$2s_{1/2}$	$1d_{3/2}$	壳模型预言	观测值
$^{3}_{1}H$	1						$1/2^+$	$1/2^+$
$^{7}_{3}Li$	2	(注) 1					$3/2^-$	$3/2^-$
$^{11}_{5}B$	2	3					$3/2^-$	$3/2^-$
$^{15}_{7}N$	2	4	1				$1/2^-$	$1/2^-$
$^{17}_{9}F$	2	4	2	1			$5/2^+$	$5/2^+$
$^{19}_{9}F$	2	4	2	1			$5/2^+$	$1/2^+$
$^{23}_{11}Na$	2	4	2	3			$5/2^+$	$3/2^+$
$^{27}_{13}Al$	2	4	2	5			$5/2^+$	$5/2^+$
$^{31}_{15}P$	2	4	2	6	1		$1/2^+$	$1/2^+$
$^{35}_{17}Cl$	2	4	2	6	2	1	$3/2^+$	$3/2^+$
$^{37}_{17}Cl$	2	4	2	6	2	1	$3/2^+$	$3/2^+$
$^{39}_{19}K$	2	4	2	6	2	3	$3/2^+$	$3/2^+$
$^{41}_{19}K$	2	4	2	6	2	3	$3/2^+$	$3/2^+$

(注)粗黑线左侧的能级已经填满。

(*b*) "满壳±1 核子"原子核

Mayer-Jensen 的壳模型理论不仅对于描述原子核的基态自旋和宇称有很大用处，而且对于了解原子核低激发谱的性质也极有帮助．当然，一般说来，未满壳核的能谱与核子之间的剩余相互

作用（*residual interaction*，指没有被平均场概括进去的核子之间的相互作用）有密切的关系，情况比较复杂．但由于满壳组态的稳定性，“满壳±1 核子”的原子核的低激发态的自旋和宇称，可以相当好地用壳模型能级系给出．图 2-4.8(a) 给出中子满壳“126”±1 核的低激发谱，图 2-4.8(b)给出质子满壳“82”±1 核的低激发谱，它们可以用图 2-4.7 所给单粒子能级系很好地说明．

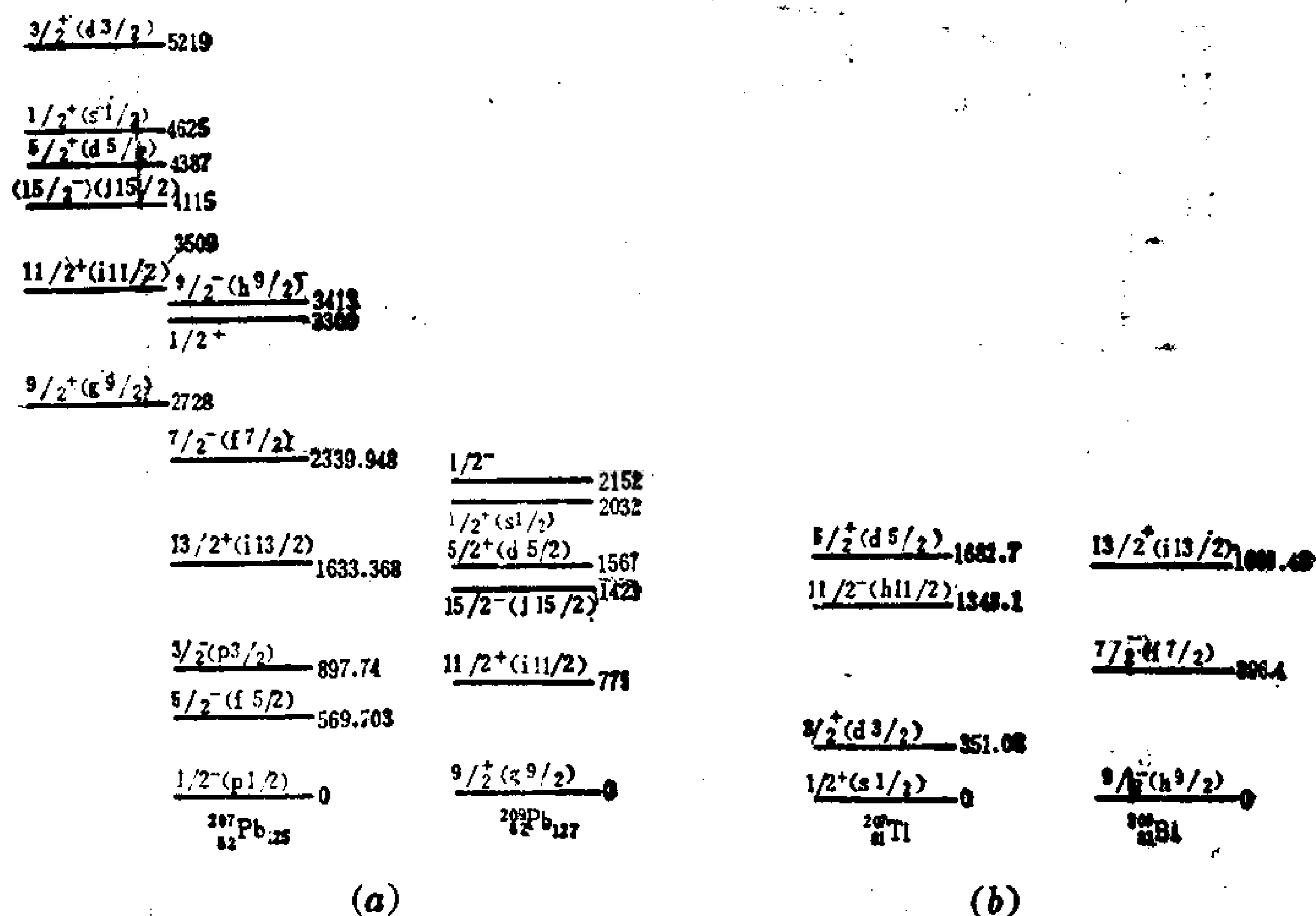


图 2-4.8 “满壳±1核子”原子核的低激发谱

取自 Nuclear Data Sheets 43(1984)397;22(1977)545.

其次，分析一下磁矩．满壳组态对于磁矩没有贡献，只需计算单核子(或空穴)对磁矩的贡献(可以证明，一个空穴对磁矩的贡献与一个粒子相同)．计算表明，处于 $j=l\pm1/2$ 轨道上的一个核子对磁矩的贡献为*(Schmidt 公式)

$$
\mu=g_l j+\begin{cases}\dfrac{1}{2}(g_s-g_l), & j=l+1/2\\[2mm] -\dfrac{1}{2}(g_s-g_l)\dfrac{j}{j+1}, & j=l-1/2\end{cases}\tag{10}
$$

* 例如，参阅曾谨言，《量子力学》上册，p. 271(科学出版社，1981)．

g_l是轨道运动的回转磁比值(*gyromagnetic ratio*)，g_s是内禀回转磁比值. 如采用核磁子为单位，则

对于自由质子，$g_l=1, g_s=5.586$

自由中子，$g_l=0, g_s=-3.826$

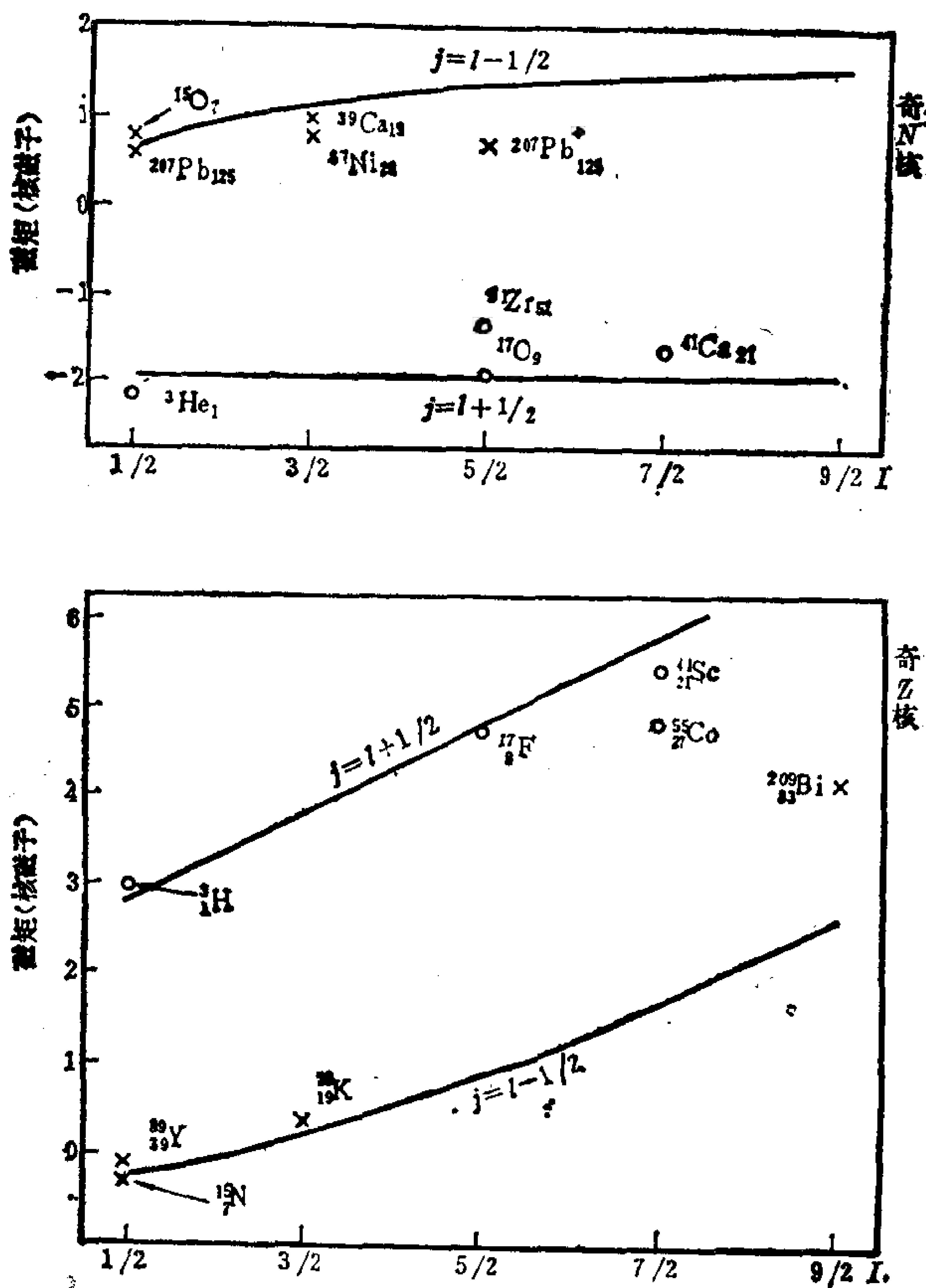


图 2-4.9 "满壳±1核子"原子核的磁矩.

取自 S. G. Nilsson and I. Ragnarsson, Shapes and Shells in Nuclear Structure, (1985), Fig VII-4*a*, 4*b*

由此可得出对于奇质子核

$$\mu=\begin{cases} j+2.293, & j=l+1/2 \\ j-2.293\dfrac{j}{j+1}, & j=l-1/2 \end{cases} \tag{11}$$

对于奇中子核，

$$\mu=\begin{cases} -1.913, & j=l+1/2 \\ 1.913\dfrac{j}{j+1}, & j=l-1/2 \end{cases} \tag{12}$$

图 2-4.9 给出“满壳±1核子”原子核的磁矩的观测值与Schmidt值的比较. 可以看出，理论与实验基本相符. 值得注意，磁矩的观测值的确按 $j=l\pm1/2$ 分为明显的两群，各自靠近相应的 Schmidt 线. 对于其它奇偶核，也基本如此. 当然，实际的磁矩不能简单地完全归结为一个奇核子的贡献. 更细致的理论计算，还要考虑满壳外核子对满壳的极化效应以及在核内的核子和自由核子所处环境的差异等，考虑这些影响后，计算值将偏向 Schmidt 线内侧，这与实验观测相符.

§4.3 变形势中的单粒子能级与壳结构

满壳核基态是球形对称的. 非满壳核的基态则可能具有变形. 特别是离开满壳较远的核，实验发现，它们往往具有稳定的变形. 在 β稳定线附近，有三个稳定大变形核区，即$A\sim19$—27，$A\sim155$—190(稀土区)，$A>225$(锕系区)，已经为人们详细研究过. 近年来，在远离 β稳定线区域中，人们还发现了其它一些变形核区. 具有稳定的较大变形的核素，约占已发现核素的 1/3. 更多的原子核是既非球形满壳核，也不具有稳定变形，而是介于两者之间的过渡核.

应该提到，虽然满壳核基态是球形的，它的某些激发态则可能具有稳定的变形. 与此类似，一个变形核的某些激发态也可能呈球形分布. 这些现象称为**形状共存**(*shape coexistence*). 此外，

实验还发现，重变形核的高激发态中还可能存在与基态形变差别很大的另一种变形态，其半寿命较长，称为形状同质异能态(*shape isomeric state*).

一个球对称量子力学体系的集体转动是没有意义的，但一个变形核，由于空间各向同性破坏，其集体转动就是有意义的. 这将在第5章中讨论. 本节先分析变形核中的单粒子运动. 此时，描述核子单粒子运动的壳模型势就应具有变形（如仍然采用球形单粒子势，近似性就很差，就难以作为原子核更细致的微观理论的良好的出发点）.

实验上有可靠证据表明，稳定变形核的基态和较低激发态，往往具有轴对称性(高自旋态下，轴对称性会被破坏). 在轴对称变形下(取 z 轴为对称轴)，壳模型势(见§4.2,(7)式)可取为(令 $\omega_x=\omega_y=\omega_\perp$)

$$V=\frac{1}{2}M\omega_\perp(x^2+y^2)+\frac{1}{2}M\omega_z^2-C\boldsymbol{s}\cdot\boldsymbol{l}-D(\boldsymbol{l}^2-\langle\boldsymbol{l}^2\rangle_N) \tag{1}$$

此即有名的 Nilsson 势[5,6].

为便于描述形变，引进

$$\varpi=\frac{1}{3}(\omega_x+\omega_y+\omega_z)=\frac{1}{3}(2\omega_\perp+\omega_z) \tag{2}$$

表示平均值，以及形变度

$$\varepsilon=\frac{\omega_\perp-\omega_z}{\varpi} \tag{3}$$

或等价的表示式，

$$\omega_z=\varpi(1-\frac{2}{3}\varepsilon),\quad \omega_\perp=\varpi(1+\frac{1}{3}\varepsilon) \tag{4}$$

我们知道，谐振子的自然长度单位 $=\sqrt{\hbar/M\omega}$，ω 愈大，则自然长度

---

5) S. G. Nilsson, Mat. Fys. Medd. Dan. Vid. Selsk. **29**, no. 16 (1955)

6) S. G. Nilsson, et al., Nucl. Phys. **A131** (1969) 1.

单位愈短．由此可知，

$\varepsilon>0(\omega_\perp>\omega_z)$，表示长椭球变形，

$\varepsilon<0(\omega_\perp<\omega_z)$，表示扁椭球变形，

$\varepsilon=0(\omega_\perp=\omega_z)$，表示球形．

考虑到原子核具有很大的不可压缩性，在低能态的变形中可以假定核体积不变，或等势面所包围的体积不变，即

$$\omega_x\omega_y\omega_z=\omega_\perp^2\omega_z=\text{const} \tag{5}$$

用(4)式代入，

$$\varpi^3\left(1-\frac{2}{3}\varepsilon\right)\left(1+\frac{1}{3}\varepsilon\right)^2=\text{const}=\varpi(\varepsilon=0)^3$$

记 $\varpi(\varepsilon=0)=\varpi_0$，容易求出

$$\varpi=\varpi_0\left(1-\frac{1}{3}\varepsilon^2-\frac{2}{27}\varepsilon^3\right)^{-1/3}=\varpi_0\left(1+\frac{1}{9}\varepsilon^2+\cdots\right) \tag{6}$$

首先分析一下轴对称变形势(1)中粒子的守恒量，正如前面已提及，在计及自旋轨道耦合之后，核子的 $\boldsymbol{s}$ 与 $\boldsymbol{l}$ 均非守恒量．在不发生变形时，$\boldsymbol{l}^2$ 与 $\boldsymbol{j}=\boldsymbol{l}+\boldsymbol{s}$ 是守恒量，在发生轴对称变形后，$\boldsymbol{j}$ 和 $\boldsymbol{l}^2$ 不再是守恒量，但 $\boldsymbol{j}$ 沿对称轴方向的分量，j_z，仍保持为守恒量．相应的好量子数为 Ω ($\Omega\hbar$ 为 j_z 本征值)．此外，(1)式具有反射不变性，所以宇称 π 也是好量子数．所以轴对称变形势(1)中单粒子态的严格的好量子数只有 Ω^π．在有变形时，原来球形势中的单粒子能级(简并度为 $2j+1$) 将发生分裂，分裂后每条能级的简并度为 2 (因能量本征值与 Ω 正负号无关，对称轴的两种取向是等价的)，能级分裂大小显然与形变度有关，见图 2-4.10.

Nilsson 势中的单粒子能级的求解，可以采用合适的表象，把 Nilsson 哈密顿量对角化．表象的基矢最好有解析表达式，而 Nilsson 哈密顿量在这些基矢之间的矩阵元较容易求出．这样的表象大别之可分为两种：

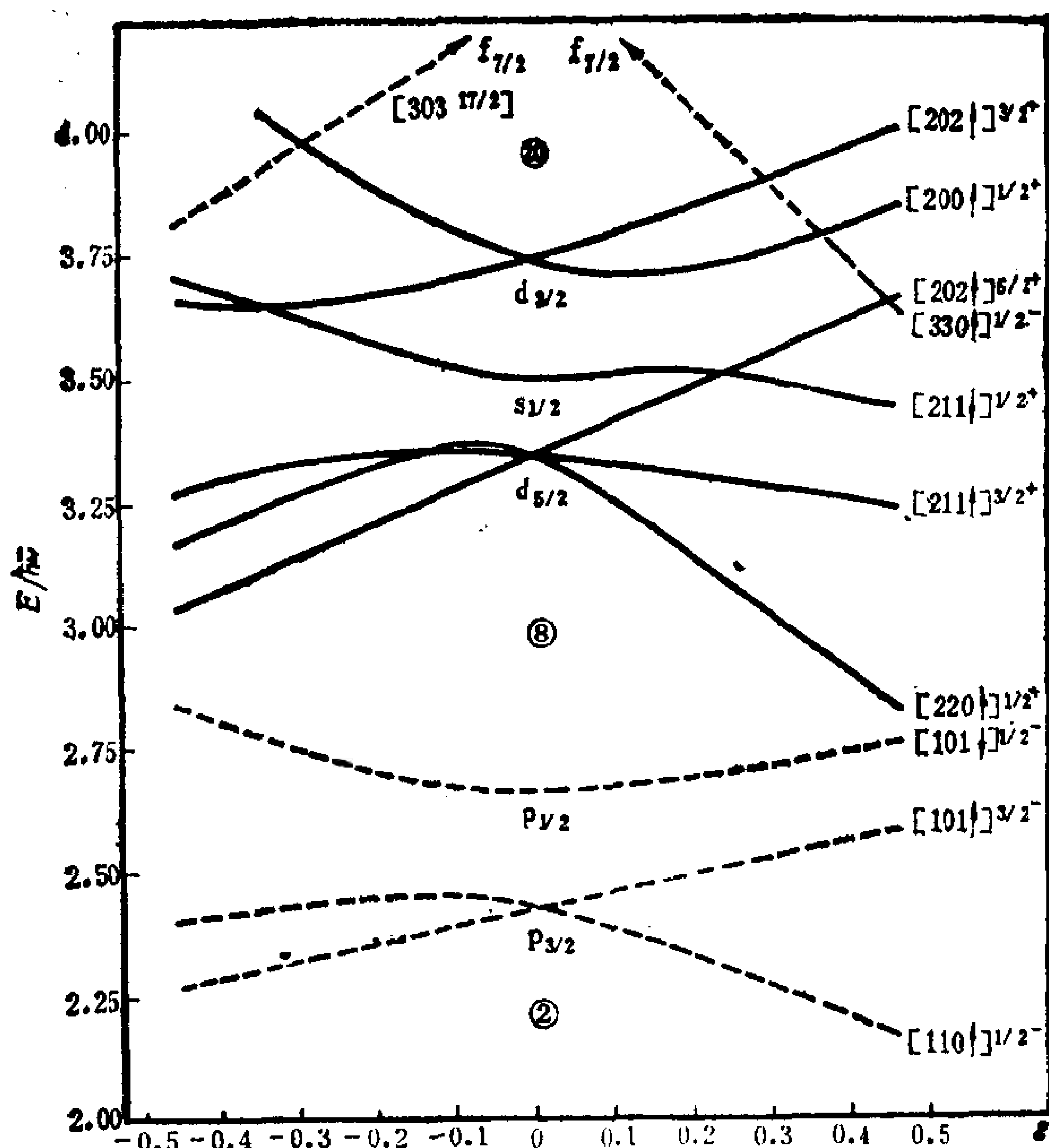


图 2-4.10 Nilsson能级系($N=1,2$壳)虚线为奇宇称能级，实线为偶宇称能级. 取自 A. Bohr and B. R. Mottelson, Nuclear Structure, Vol. II, Nuclear Deformations, p. 221.

(a) 球形极限下的单粒子态做为基矢. 这又可分两种情况. 一是计及自旋轨道耦合(耦合表象)，即以($H_0, \boldsymbol{l}^2, \boldsymbol{j}^2, j_z$)的共同本征态为基，记为$|Nljm_j\rangle$($H_0$是无变形极限下的哈密顿量)，即Mayer-Jensen 壳模型单粒子态. 二是不计及自旋轨道耦合(非耦合表象)，即以($H_0, \boldsymbol{l}^2, l_z, s_z$)的共同本征态为基矢，记为$|Nl\Lambda\Sigma\rangle$，$\Lambda\hbar$ 和 $\Sigma\hbar$($\Sigma=\pm 1/2$)分别为 l_z 和 s_z 的本征值.

(b) 大变形极限下单粒子态做为基矢. 在此极限下，相对于变形带来的变动来说，$C\boldsymbol{s}\cdot\boldsymbol{l}$ 项和 $D(\boldsymbol{l}^2-\langle \boldsymbol{l}^2\rangle_N)$ 项都可以忽略. 此时单粒子态可选为(H_{osc}, H_z, l_z, s_z)的共同本征态，记为$|Nn_z\Lambda\Sigma\rangle$，

表 4.5 轻(奇A)核的基态自旋与宇称

奇A核	奇核子所处Nilsson能级 $(Nn_z\Lambda\Sigma)\Omega^{\pi}$	基态自旋与宇称 I^{π}(实验)
$^{7}_{3}Li_{4}$	$(110\uparrow)\frac{1}{2}^{-}$	$\frac{1}{2}^{-}$
$^{7}_{4}Be_{3}$	$(110\uparrow)\frac{1}{2}^{-}$	$\frac{1}{2}^{-}$
$^{9}_{4}Be_{5}$	$(101\uparrow)\frac{3}{2}^{-}$	$\frac{3}{2}^{-}$
$^{9}_{5}B_{4}$	$(101\uparrow)\frac{3}{2}^{-}$	$\frac{3}{2}^{-}$
$^{11}_{5}B_{6}$	$(101\uparrow)\frac{3}{2}^{-}$	$\frac{3}{2}^{-}$
$^{11}_{6}C_{5}$	$(101\uparrow)\frac{3}{2}^{-}$	$\frac{3}{2}^{-}$
$^{13}_{6}C_{7}$	$(101\downarrow)\frac{1}{2}^{-}$	$\frac{1}{2}^{-}$
$^{13}_{7}N_{6}$	$(101\downarrow)\frac{1}{2}^{-}$	$\frac{1}{2}^{-}$
$^{19}_{9}F_{10}$	$(220\uparrow)\frac{1}{2}^{+}$	$\frac{1}{2}^{+}$
$^{19}_{10}Ne_{9}$	$(220\uparrow)\frac{1}{2}^{+}$	$\frac{1}{2}^{+}$
$^{21}_{10}Ne_{11}$	$(211\uparrow)\frac{3}{2}^{+}$	$\frac{3}{2}^{+}$
$^{21}_{11}Na_{10}$	$(211\uparrow)\frac{3}{2}^{+}$	$\frac{3}{2}^{+}$
$^{23}_{11}Na_{12}$	$(211\uparrow)\frac{3}{2}^{+}$	$\frac{3}{2}^{+}$
$^{23}_{12}Mg_{11}$	$(211\uparrow)\frac{3}{2}^{+}$	$\frac{3}{2}^{+}$
$^{25}_{12}Mg_{13}$	$(202\uparrow)\frac{5}{2}^{+}$	$\frac{5}{2}^{+}$
$^{25}_{13}Al_{12}$	$(202\uparrow)\frac{5}{2}^{+}$	$\frac{5}{2}^{+}$
$^{27}_{13}Al_{14}$	$(202\uparrow)\frac{5}{2}^{+}$	$\frac{5}{2}^{+}$
$^{27}_{14}Si_{13}$	$(202\uparrow)\frac{5}{2}^{+}$	$\frac{5}{2}^{+}$

(H_{osc}是轴对称谐振子哈密顿量，不包含 $\mathbf{s}\cdot\mathbf{l}$ 和 $\mathbf{l}^2$ 项)．

Nilsson 能级系中 Ω^π 相同的能级为数很多，只好进行编号（按一定顺序）以示区别．习惯上还往往把大变形极限下的渐近量子数（*asymptotic quantum number*）附加在 Ω^π 之前（加以括号）来区分不同能级，如图 2-4.10 所示．但这些渐近量子数（$Nn_z\Lambda\Sigma$）并非真正的好量子数，（除非在大变形极限下）．习惯上还取 $\Omega>0$ ($\Omega=\Lambda+\Sigma$)，$\pm\Omega$ 态是简并的．

采用适当形变下的 Nilsson 能级系，不仅可以对变形核的基态自旋和宇称给予满意的说明，还可以在其基础上（计及对力等剩余相互作用后），对它们的低内部激发谱给出满意的解释．这就使 Nilsson 能级系具有很广泛的使用价值．从 50 年代中期以后，任何一个从事变形核结构研究的实验或理论工作者手边都备有一套 Nilsson 能级或相应的计算程序，以资查用．可以说，任何一个实际的变形核结构的微观理论计算，都常以 Nilsson 能级系为出发点．

表 4.5 中用 Nilsson 能级系（图 2-4.10）分析了轻变形核的基态自旋与宇称（靠近满壳的球形核未包括在内）．

对于奇奇核，若不计及奇中子与奇质子的剩余相互作用，则 $\pm(\Omega_p+\Omega_n)$，$\pm|\Omega_p-\Omega_n|$是简并的．Gallagher & Moszkowski[7] 给出过一个经验规则，即奇奇变形核的基态自旋为

$$\Omega=|\Omega_p+(4\Sigma_p\Sigma_n)\Omega_n|$$

即

$$\Omega=|\Omega_p+\Omega_n|，\text{如 } \Sigma_p \text{ 与 } \Sigma_n \text{ 正负号相同，}$$

$$\Omega=|\Omega_p-\Omega_n|，\text{如 } \Sigma_p \text{ 与 } \Sigma_n \text{ 正负号相反．}$$

此规则可以用短程核力给予解释．利用此规则分析一些轻奇奇变形核的基态自旋与宇称的结果见表 4.6

7) C. J. Gallagher and S. A. Moszkowski, Phys. Rev 111 (1958) 1282.

表 4.6　轻奇奇变形核的基态自旋与宇称

奇奇核	奇质子	奇中子	$\Omega^{\pi}=\lvert\Omega_p+(4\Sigma_p\Sigma_n)\Omega_n\rvert^{\pi}$	I^{π}(实验)
${}^{6}_{3}Li_3$	$(110\uparrow)\frac{1}{2}^{-}$	$(110\uparrow)\frac{1}{2}^{-}$	1^{+}	1^{+}
${}^{8}_{3}Li_5$	$(110\uparrow)\frac{1}{2}^{-}$	$(101\uparrow)\frac{3}{2}^{-}$	2^{+}	2^{+}
${}^{10}_{5}B_5$	$(101\uparrow)\frac{3}{2}^{-}$	$(101\uparrow)\frac{3}{2}^{-}$	3^{+}	3^{+}
${}^{14}_{7}N_7$	$(101\downarrow)\frac{1}{2}^{-}$	$(101\downarrow)\frac{1}{2}^{-}$	1^{+}	1^{+}
${}^{18}_{9}F_9$	$(220\uparrow)\frac{1}{2}^{+}$	$(220\uparrow)\frac{1}{2}^{+}$	1^{+}	1^{+}
${}^{20}_{9}F_{11}$	$(220\uparrow)\frac{1}{2}^{+}$	$(211\uparrow)\frac{3}{2}^{+}$	2^{+}	2^{+}
${}^{22}_{11}Na_{11}$	$(211\uparrow)\frac{3}{2}^{+}$	$(211\uparrow)\frac{3}{2}^{+}$	3^{+}	3^{+}
${}^{24}_{11}Na_{13}$	$(211\uparrow)\frac{3}{2}^{+}$	$(202\uparrow)\frac{5}{2}^{+}$	4^{+}	4^{+}
${}^{26}_{13}Al_{13}$	$(202\uparrow)\frac{5}{2}^{+}$	$(202\uparrow)\frac{5}{2}^{+}$	5^{+}	5^{+}

§4.4　对原子核壳模型的反思

原子核壳模型的建立，迄今已历四十年，它已取得巨大的成功．它既是实验核物理学家整理各种实验数据(能谱，自旋，宇称，各种电磁性质及反应等)的不可缺少的依据，也是要联系实际原子核的任何微观理论的出发点．然而回忆当初壳模型的提出（出自一个原来并非核物理学家的 M. G. Mayer[1]），确系对当时核物理学界的一个未曾意料到的"震动"(*unexpected shock*)[8]．在四十

8) I. Hamamoto and B. Mottelson, Shell Model and High-spin and Deformation, invited talk at the "Symposium on the Occasion of the 40th Anniversary of the Nuclear Shell Model", May 25—27, 1989, Argonne National Laboratory.

年代，根据无可争辩的实验事实（例如，裂变过程和巨偶极共振所展现出的规律性，解释各种核反应数据的复合核概念等）所建立起来的关于原子核的集体的和多粒子的核结构概念，深深地束缚着当时核物理学家的头脑．强自旋轨道耦合壳模型一经提出[1,2]，就取得突破性进展．一方面，它被应用来分析各种实验现象，取得一个接一个成就．另一方面，人们不得不思考，原子核这样一个强相互作用的多粒子体系，为何会出现独立粒子运动体系所呈现出的特征？同时，人们也不得不思考，如何把它所展现的独立粒子特征与集体运动概念协调起来．

在原子中，电子的壳结构（独立粒子运动）是比较容易理解的，因为电子主要感受到的是原子核（比原子小得多）的库仑吸引力，而其余电子的库仑斥力可以较好地用屏蔽效应来近似反映．事实表明，屏蔽库仑场中的独立粒子运动，相当成功地说明了原子中的电子壳结构和元素的周期律．对于“群龙无首”的原子核这样的多粒子体系，情况就复杂得多．然而用壳模型这样一种独立粒子运动图象去描述它，居然取得如此巨大成功！正如 Weisskopf 等人指出，**Pauli 原理和 Heisenberg 不确定关系在这里起了重要的作用．**[9]

事实上，与人们最初的想象不同，原子核并非一个很密集的体系[8]．有确切的实验表明，两核子之间有一个很强的排斥心(*repulsive core*)[10]，其力程约为$c\approx0.4$fm．因此多粒子系的最密集体积$V_c\approx\frac{4}{3}\pi(c/2)^3A$，而观测所得原子核体积$V\approx\frac{4}{3}\pi r_0^3A$，$r_0\approx1.2$fm．因此

9) P. Ring and P. Schuck, The Nuclear Many-Body Problem, (1980, Springer-Verlag) Chap. 1, §1. 1, Chap. 2, §2. 1

10) R. Vinh Mau, The Paris Nucleon-Nucleon Potential, in Meson and Nuclei, (eds. M. Rho and D. Wilkinson).

$$V/V_c \sim 100$$

形象地说，当两个核子很靠近时，它们有很强的奇异的相互作用，但在原子核内，核子之间平均距离较大，彼此"远远地离开"，所感受到的只是强相互作用的"尾巴"部分的吸引力．在这里 Pauli 原理和 Heisenberg 不确定关系(均系量子效应)起了阻止核子彼此靠近的作用，使原子核具有和经典流体很不相同的特征．

大家熟知，壳模型的主要成就是对原子核的基态和低激发态的许多性质能给予较好的说明．处于这些核态的原子核，核子之间的有效相互作用(*effective interaction*)，由于 Pauli 原理的限制，与自由核子相互作用很不相同．核内两核子碰撞时，由于其它核子的存在和 Pauli 原理的限制，它们有较大的几率不改变其粒子态，即互不干扰地运动．这与经典液体中粒子碰撞时发生频繁的交换能量和动量的图象大不相同．有可靠的散射实验证据表明[11]，原子核内核子的平均自由程$\sim 2r_0$(原子核的直径)．

从多粒子体系的 Schrödinger 方程出发，计及 Pauli 原理和核力的特征来研究原子核内核子的有效单粒子势，是核结构理论感兴趣的课题．我国核物理学家吴式枢在此领域做过系统的工作[12]．

应该指出[8]，原子核独立粒子运动与集体运动矛盾的解决以及壳模型有如此大的适用范围(不限于满壳核附近)，与原子核形变的发现[13]有极密切的关系．Nilsson 变形势给出的单粒子能级

---

11) A. Bohr and B. R. Mottelson, Nuclear Structure, Vol. 1, §2.1, p. 165.

12) 吴式枢，中国科学 **3** (1973) 253; **5** (1974), 471.
S. S. Wu, Phys. Lett. **B120** (1983), 1.

13) J. Rainwater, Phys. Rev. **79** (1950) 432.
A. Bohr, Mat. Fys. Medd. Dan. Vid. Selsk. **26**, No. 14 (1952).
A. Bohr and B. R. Mottelson, Mat. Fys. Medd. Dan. Vid. Selsk. **27** No. 16 (1953).

系(§4.3)，提供了离满壳较远的奇偶变形核低激发态的实验数据的有效而简单的系统学分类．这证实了球形壳模型势中剩余相互作用的主要部分已吸收在单粒子变形势中去了，因而需要考虑的剩余相互作用就比较微弱了．建立在变形壳模型基础上的微观理论，就可望较好地说明原子核的许多重要性质．最突出的例子是Inglis提出的推转壳模型[14]．在计及核子之间一种重要的剩余相互作用——对相互作用(*pairing interaction*)之后，就对原子核转动惯量提供了一个满意的微观理论[15]．推转壳模型的特点是把原子核结构中的单粒子运动和集体运动置于同一基础上来研究[16]．它在七十年代后被广泛用来描述原子核高自旋态(第7章)和超变形核态(第8章)．

当满壳外粒子数较多，或需要计及剩余相互作用的粒子数较多时，壳模型计算一直被认为实际上无法进行而被人视为畏途．所有壳模型计算，都必须采用一定的截断(*truncation*)．然而在过去所有壳模型计算中都采用了各种形式的单粒子能级(*single-particle level*)截断(简称SPL截断)[17]，即只把满壳外的单粒子能级考虑进去，或把Fermi面 ε_F 上下的满足下列条件的单粒子能级 ε，都考虑进去，

14) D. R. Inglis, Phys. Rev. **96** (1954) 1059
A. Bohr and B. R. Mottelson, Mat. Fys. Medd. Dan. Vid. Selsk. **30**, no. 1(1955).

15) S. T. Belyaev, Mat. Fys. Medd. Dan. Vid. Selsk. **31**, no. 11 (1959).
S. G. Nilsson and O. Prior, Mat. Fys. Medd. Dan. Vid. Selsk. **32**, no. 16(1960).

16) I. Hamamoto, *Critical Analysis of the Cranking*, in Nuclear Structure, (eds. R. Broglia et al., Elsevier Science Publisher B. V. 1985).

17) J. Y. Zeng and T. S. Cheng, Nucl. Phys. **A405**(1983)1.
J. Y. Zeng, T. S. Cheng, L. Cheng and C. S. Wu, Nucl. Phys. **A421**(1984)125.

$$|\varepsilon_\nu-\varepsilon_F|<\varepsilon_0$$

ε_0 为单粒子截断能量. 这种做法在理论上有明显缺陷, 不符合多粒子系的微扰论精神. 它一方面把为数十分庞大的, 但对原子核低激发态极不重要的组态网罗在计算之中, 使计算实际上无法进行, 而另一方面它又把一些相对说来较重要的低激发组态丢掉了, 从而使计算结果在物理上不能令人满意[18]. 理论上更为合理而且切实可行的一种处理原子核低激发态的方案是多粒子组态(*many-particle configuration*)截断(简称 MPC 截断). 在此方案中[18], 把满足下列条件的多粒子组态(能量 E)都考虑进去,

$$|E-E_0|<E_C$$

其中 E_0 为多粒子系的最低组态(基组态)能量, E_C 是一个足够大的截断能量. 各种具体计算都表明[19], 在原子核的低激发态中, 真正重要的(例如成份>1%的) 组态为数很有限, 而且组态能量($E-E_0$)都较低, 因此可以在一个不太大的多粒子组态空间中把哈密顿量对角化, 从而求得多粒子体系的低激发态的相当精确的解. 这种截断方案使实际原子核的壳模型计算大为简化, 变为实际可行.

---

18) C. S. Wu and J. Y. Zeng, Phys. Rev. **C39** (1989)666.

19) C. S. Wu and J. Y. Zeng, Phys. Rev. **C40** (1989) 998.

第五章　原子核的形变与集体运动

原子核的转动与振动的研究始于50年代初[1]. 转动是原子核最典型的集体运动，其规律性极为简单而漂亮. 集体运动的本质是大量核子的相干运动(*coherent motion*). 当然，早在30年代就开始研究的核裂变以及40年代末就开始研究的巨共振，也都是原子核的集体运动.

与经典力学体系的转动概念不同，一个球对称量子力学体系的集体旋转是没有意义的，因为旋转的后果无非是使波函数改变一个平庸的位相因子，并不代表一个新的态. 只有具有变形(空间各向不同性)的量子力学体系，才谈得上集体转动. 与此类似，一个轴对称的量子力学体系绕对称轴(取为 z 轴)的集体转动也没有意义，而只能讨论它绕垂直于对称轴的某一轴(例如 x 轴)的转动. 所以在讨论转动之前，先分析一下原子核的形变.

§5.1　原子核的形变，电四极矩

试把原子核看成一个液滴来研究它的多极变形，液滴表面用球谐函数做多极展开(见§5.4,(1)式). 单极(*monopole*)形变代表液滴本身的胀缩（参阅§2.4,图2-2.2,巨单极共振）. 实验表明，原子核的不可压缩性很强，在讨论原子核的低激发态时，可假定原子核不可压缩(参阅§4.3,(5)式)，因而不必考虑单极形变. 其次，

---

1) A. Bohr, Mat Fys. Medd. Dan. Vid. Selsk. **26**, no. 14, (1952).
A. Bohr and B. R. Mottelson, Mat. Fys. Medd. Dan. Vid. Selsk. **27**, no. 16, (1953)
A. Bohr, Rotational States of Atomic Nuclei, (1954, Munksgaard, Copenhagen).

原子核整体的偶极(*dipole*)变形（质子部分与中子部分同位相地均匀的变形），则相当于整体质心的平动，不涉及核内部结构，所以也不必考虑．因此，四极变形是最有可能在低激发态中表现出来的形变．实验观测肯定了这一点．四极形变度可用四极矩来刻划．

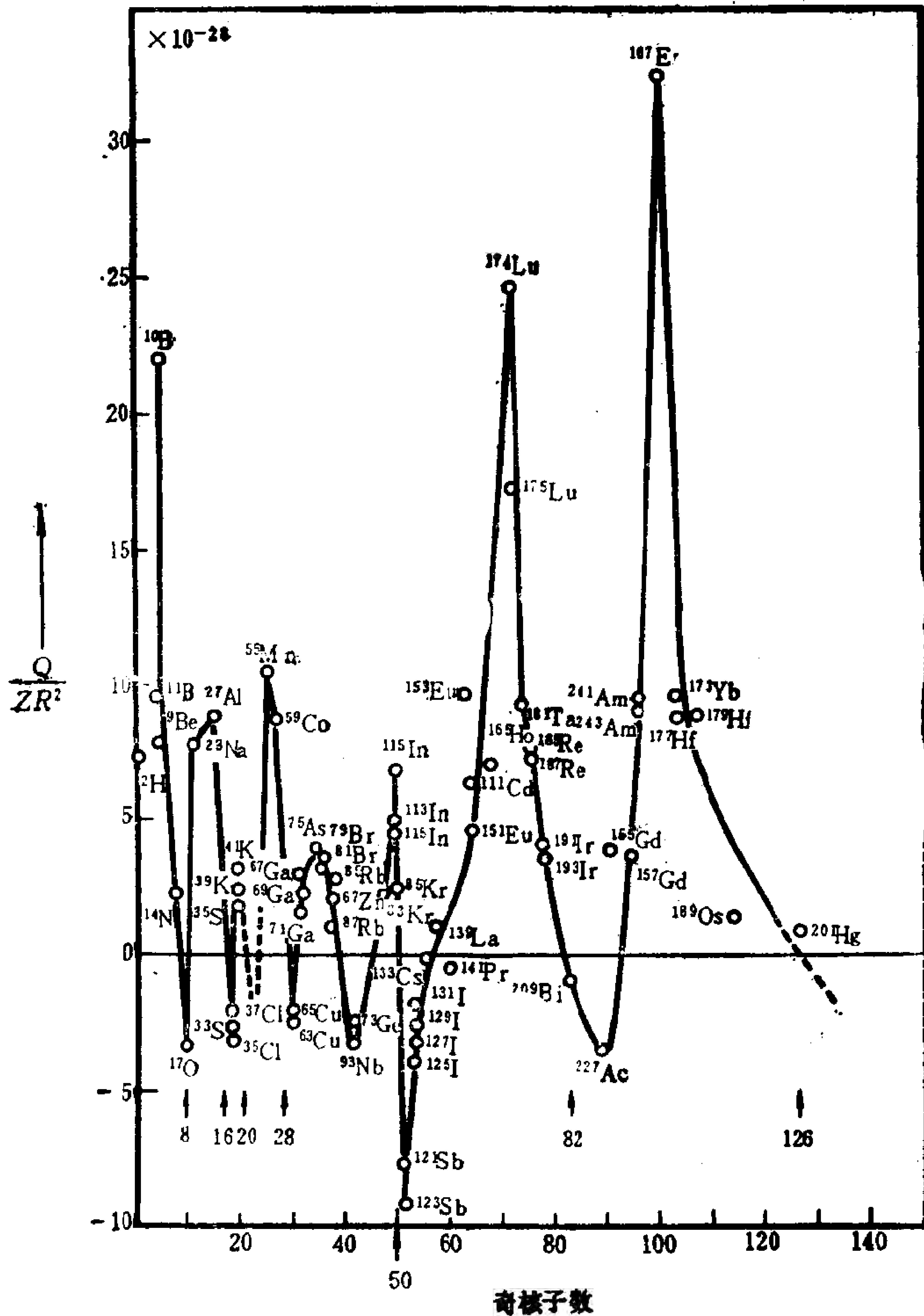


图 2-5.1 取自 E. Segre, Nuclei and Particles, (1977), p. 294

首先分析一下从原子光谱超精细结构等实验所获得的原子核电四极矩 Q. 粗略说来，我们可以用 Q/ZeR^2 来刻画原子核四极变形的程度，R 是核半径，Ze 为核电荷. 图2-5.1给出 Q/ZeR^2 随不同核的变化. 可以看出，在幻核附近，$|Q|/ZeR^2$ 很小，而对于两个幻数之间的半满壳核，Q/ZeR^2 特别大.

有非常丰富的实验证据表明，在核素表中存在几个稳定变形核区，它们的低激发谱显示出轴对称陀螺转动谱的特征(类似于全同双原子分子的转动谱). 所以我们先分析原子核的轴对称四极变形. 先考虑均匀分布的轴对称椭球(带电 Ze)，半长轴(对称轴)为 c，半短轴为 a，则其电四极矩为

$$Q_0=\frac{2Ze}{5}(c^2-a^2) \tag{1}$$

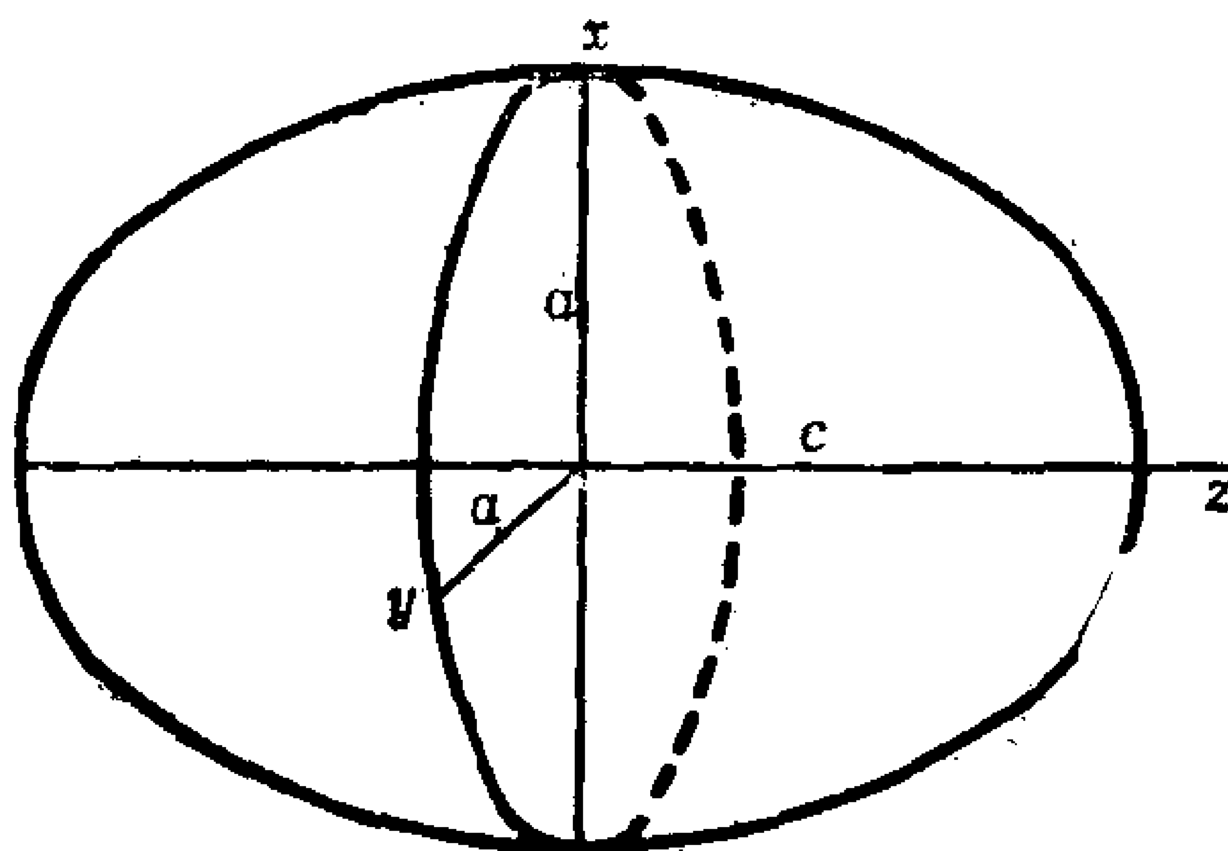


图 2-5.2

设椭球表面用

$$R(\theta)=R_0(1+\beta Y_{20}(\theta)) \tag{2}$$

描述，β 表示四极形变度. 容易得出

$$c=R_0\left(1+\frac{\beta}{2}\sqrt{\frac{5}{\pi}}\right),\ a=R_0\left(1-\frac{\beta}{4}\sqrt{\frac{5}{\pi}}\right) \tag{3}$$

$\beta=0$ 表示球形，$\beta>0$ 表示长椭球(*prolate*)变形，$\beta<0$ 则表示扁椭球(*oblate*)变形. 利用 β，可把 Q_0 表为

$$Q_0=\frac{3}{\sqrt{5\pi}}ZeR_0^2\beta\left(1+\frac{\beta}{8}\sqrt{\frac{5}{\pi}}\right)\simeq\frac{3}{\sqrt{5\pi}}ZeR_0^2\beta(1+0.158\beta) \tag{4}$$

还可以证明，当原子核发生变形时，其均方根半径将增大. 对于(2)式所描述的轴对称四极变形，可求出

$$\langle r^2\rangle=\frac{3}{5}R_0^2\left(1+\frac{5\beta^2}{4\pi}\right) \tag{5}$$

更普遍地讲，上述 Q_0 只是电四极矩张量的一个分量. 在直角坐标系中，电四极矩张量定义为

$$Q_{ij}=\sum_k(3x_ix_j-r^2\delta_{ij})_k e_k,\qquad i,j=1,2,3,\text{或}\ x,y,z \tag{6}$$

Σ_k 是对多粒子系中各带电粒子求和，e_k 为第 k 粒子的电荷. 若换成连续分布的电荷 $\rho(\mathbf{r})$，则

$$Q_{ij}=\int(3x_ix_j-r^2\delta_{ij})\rho(\mathbf{r})d^3x \tag{7}$$

其分量

$$Q_{zz}=\int(3z^2-r^2)\rho(\mathbf{r})d^3x \tag{8}$$

对于均匀轴对称电荷分布(图2-5.2)，计算结果即(1)式. 通常还习惯采用球张量形式，即

$$Q_{lm}=\sum_k e_k r_k^l Y_{lm}(\theta_k,\varphi_k) \tag{9}$$

$l=2$ 即四极球张量，而

$$Q_{zz}=\sqrt{\frac{16\pi}{5}}Q_{20} \tag{10}$$

以上是经典力学中的电四极矩的表示式. 对于一个量子力学体系，设它处于角动量 $\mathbf{I}^2$ 和 I_z 的共同本征态 $|IM\rangle$，则电四极矩的实验观测值指的是

$$Q=\langle IM|Q_{zz}|IM\rangle|_{M=I}=\langle II|Q_{zz}|II\rangle \tag{11}$$

按角动量耦合规则，不难看出，若 $I<1$，尽管 Q_{zz}(即 Q_0) 并不为 0，其平均值 Q 也必为 0，通常把 Q_0 称为内禀 (*intrinsic*)电四极矩，以区别于实验观测值 Q. 举一个简单的例子. 在壳模型中，若考虑一个奇质子处于 $|jm\rangle$ 态，可以证明，它对电四极矩的贡献为

$$Q_{sp}=e\langle jj|(3z^2-r^2)|jj\rangle=-\frac{2j-1}{2j+2}e\langle r^2\rangle \tag{12}$$

实验上，除了根据原子光谱超精细结构来确定原子核的电四极矩之外，还常常利用原子核在转动能级之间的电四极(E2) 跃迁几率来求出其内禀电四极矩 Q_0. 例如在库仑激发实验中，测量偶偶轴对称变形核从基态到第一个 2^+ 激发态的约化 E2 跃迁几率 B(E2)即可如下求出 Q_0:

$$B(\mathrm{E2},\ 基态\rightarrow 2_1^+)=\frac{5}{16\pi}Q_0^2 \tag{13}$$

图 2-5.3 给出$B(\mathrm{E2},基态\rightarrow 2_1^+)/B(\mathrm{E2})_{sp}$ 的实验结果，$B(\mathrm{E2})_{sp}$ 是

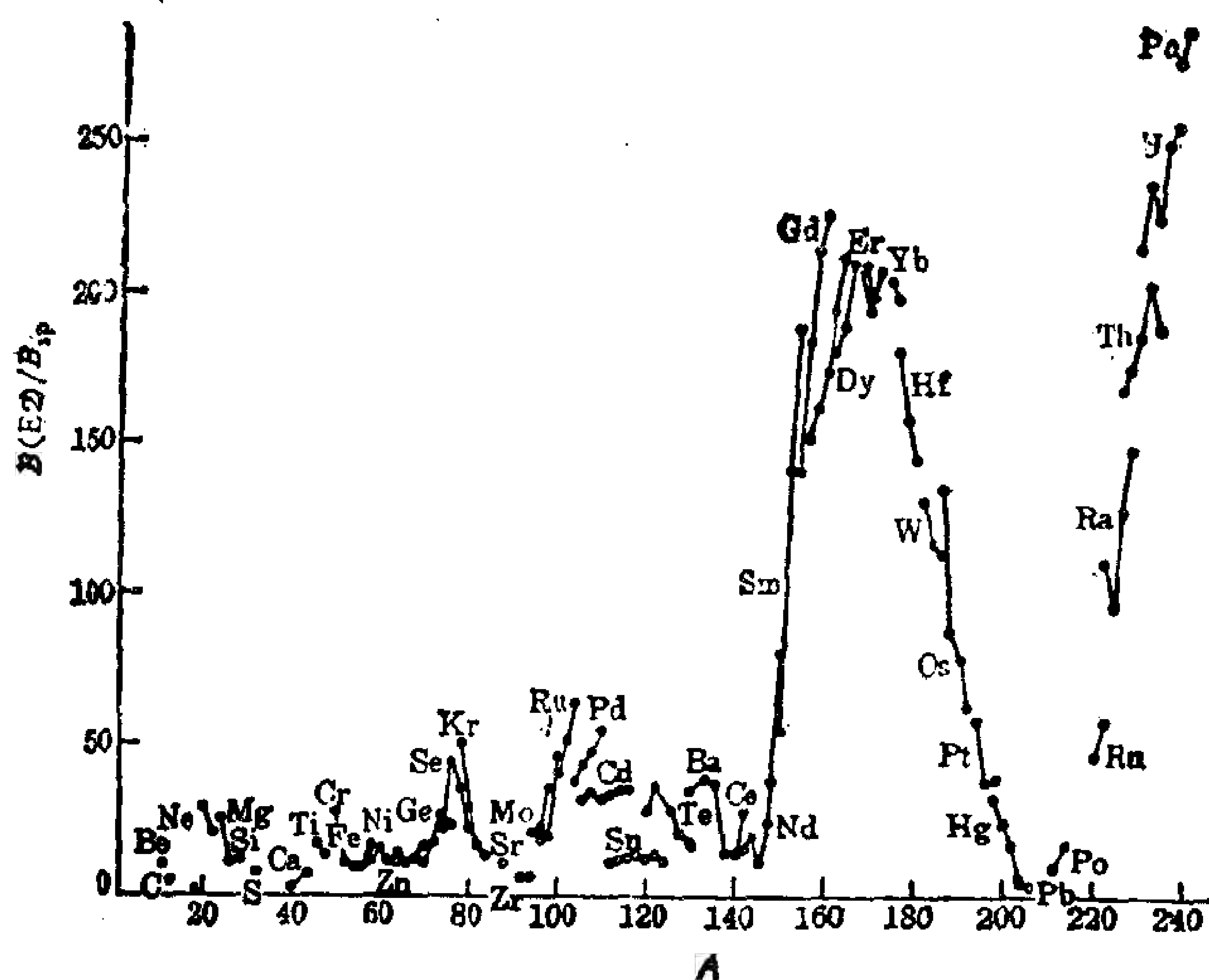


图 2-5.3　取自 O. Nathan and S. G. Nilsson, in α-, β-and γ-ray Spectroscopy, (1965, ed. by K. Siegbahn, North-Holland)

单粒子模型计算值，此比值可作为 Q_0^2 的一个量度. 从图 2-5.3 可以看出，在

$$155 < A < 190(\text{稀土区}), A > 225(\text{锕系区})$$

内，$B(E2)_{\text{观测值}} \geqslant 10^2 B(E2)_{sp}$. 这说明这些原子核具有很大的内禀电四极矩 Q_0，或者说具有很大的形变.

§5.2 原子核的转动与转动惯量

设原子核具有轴对称变形. 作为一个量子力学体系，它可以绕垂直于对称轴(取为 z 轴)的某一轴(例如x轴)转动（图2-5.4). 这与双原子分子绕垂直于两个原子核的联线的某一轴旋转类似.

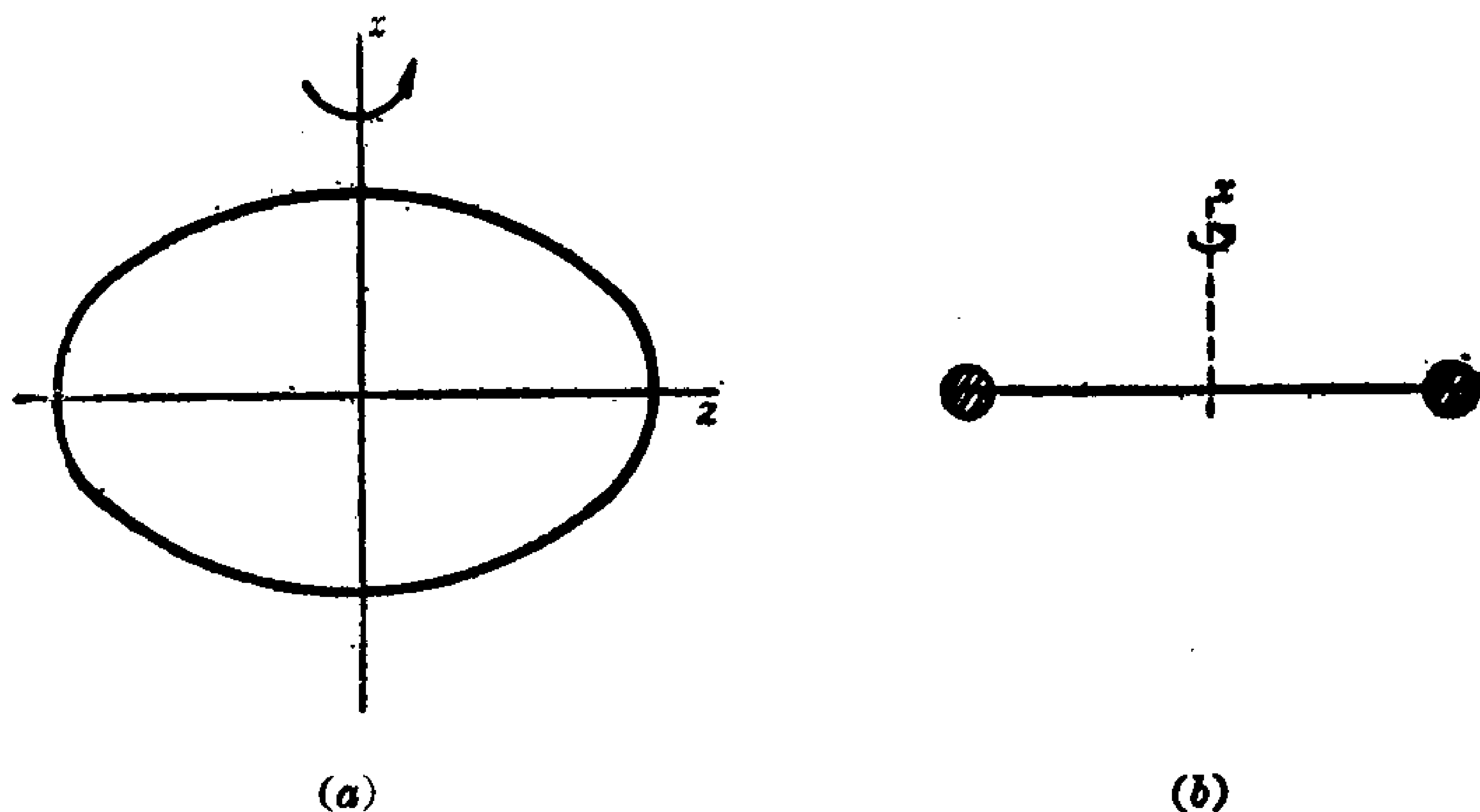


图 2-5.4

与处理分子的转动相似，如假定原子核为轴对称刚性转子，转动惯量为 J，则转动能为

$$E_I = \frac{\hbar^2}{2J} I(I+1) \tag{1}$$

I 为原子核的转动角动量. 对于偶偶变形核，实验观测到它们的基转动带

$$I^\pi = 0^+, 2^+, 4^+, 6^+, \cdots$$

按照刚性转子的转动谱 $I(I+1)$ 规律(1)，可知(取 $E_{0^+}=0$ 为零点)

$$E_{2^+}:E_{4^+}:E_{6^+}:E_{8^+}:\cdots=1:3.33:7:12:\cdots \tag{2}$$

实验观测表明，稳定变形核的能谱基本上遵守 $I(I+1)$ 规律. 但同时也发现，与双原子分子的转动谱相似，随转动角动量增大(旋转加快)，转动惯量也逐渐增大，使能谱偏离 $I(I+1)$ 规律. 与分子转动谱相似，Bohr & Mottelson 把原子核转动谱表为

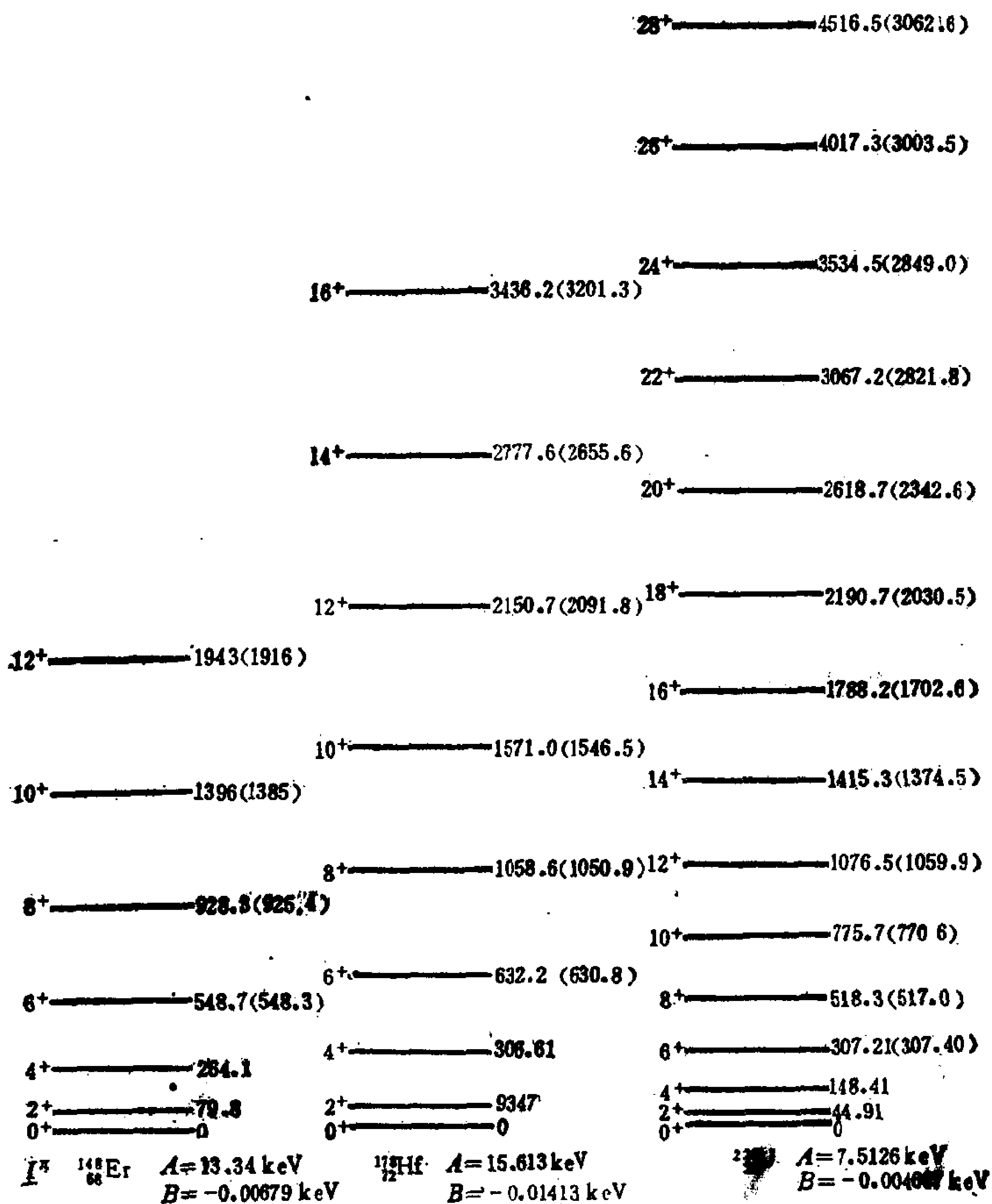


图 2-5.5 典型偶偶核的转动谱(单位，keV)

$$E_I = AI(I+1) + BI^2(I+1)^2, (B<0) \tag{3}$$

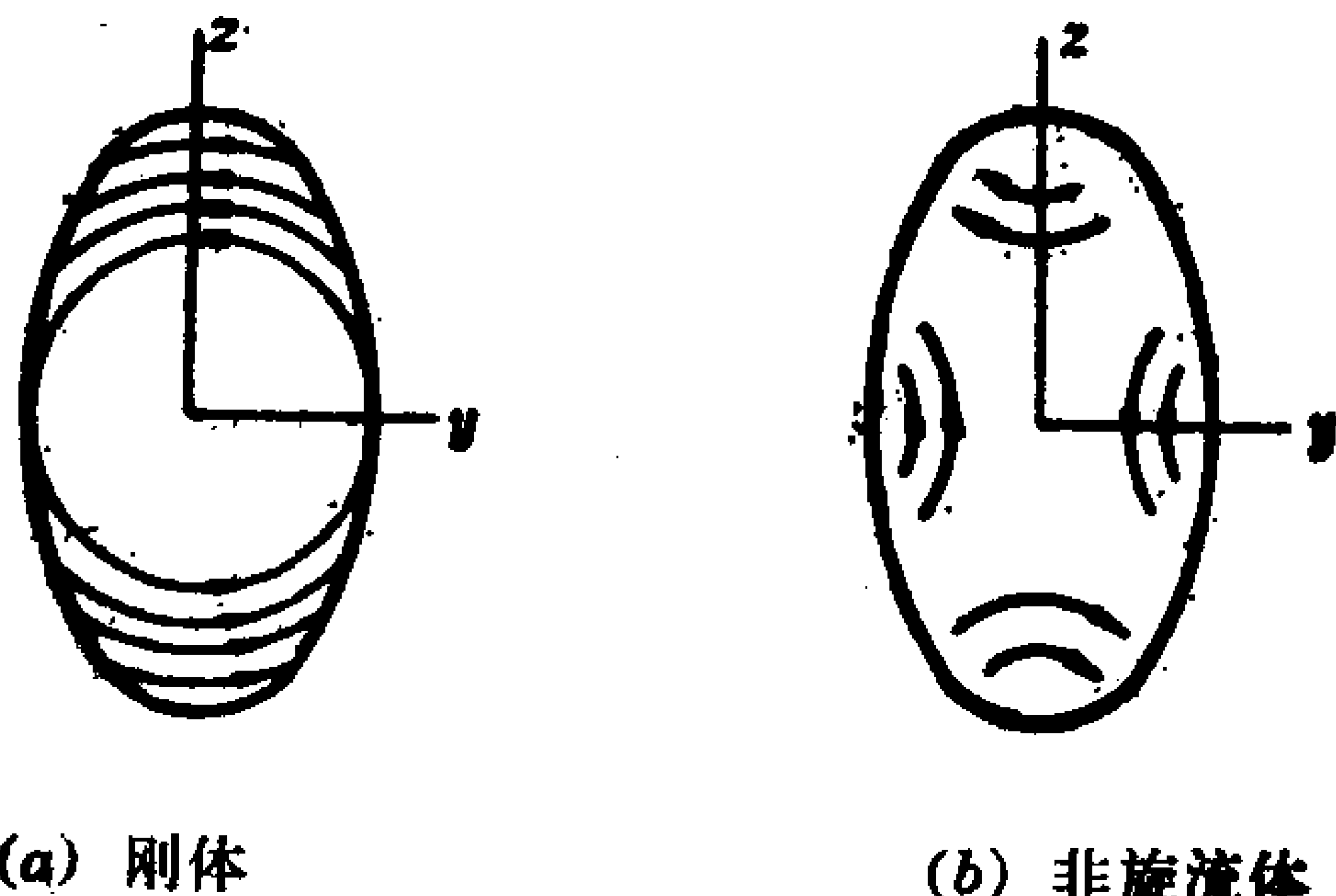
第二项可看成振动对转动的影响. 从经典力学来看，随转动角动量(转速)增大，离心力与 Coriolis 力使变形增大，从而使转动惯量增大，因而 E_I 比起 $I(I+1)$ 规律预言值要低一些. 这相当于 (3) 式中 $B<0$. 图 2-5.5 给出了几个典型的偶偶核的转动谱. 可以看出，当角动量不太高($I<10$)时，两参数公式(3) 与实验符合得较好. 但当 I 愈大时，符合就愈差. 关于转动谱公式的进一步改进，将在 § 5.3 介绍.

根据实验测出的原子核转动谱，就可求出原子核的转动惯量. 这些观测值与理论值的比较情况如何? 下面先介绍用经典力学的两个极端的模型对原子核转动惯量的估算.

(a) 刚性转子. 一个轴对称椭球状刚性转子(半长轴 c，半短轴a)绕 x 轴(图 2-5.6(a))的转动惯量为

$$J_{刚} = \frac{M}{5}(c^2 + a^2) \simeq \frac{2}{5}MR_0^2(1+0.31\beta) \tag{4}$$

当 $\beta \to 0$ 时，$J = \frac{2}{5}MR_0^2$，即刚球(半径 R_0)的转动惯量，M是转子质量.



(a) 刚体　　(b) 非旋流体

图 2-5.6

(b) 非旋流体. 设旋转椭球状匣子中的流体，在转动下做非旋流动(图2-5.6(b)). 可以证明其转动惯量为

$$J_{\text{非旋}}=\frac{M}{5}\frac{(c^2-a^2)^2}{(c^2+a^2)}\simeq\frac{9}{8}MR_0^2\beta^2 \tag{5}$$

当 $\beta\to 0$ 时，$J_{\text{非旋}}\to 0$，(M是流体质量).

以 ^{178}Hf 为例，实验观测到(通过 E2 跃迁几率)它的内禀电四极矩为 $Q_0\simeq 8.1$eb. 如用核半径($R_0\approx 1.2A^{1/3}$fm) 代入§5.1的(4)式，可求出其四极形变 $\beta\approx 0.30$. 用此 β 值代入(4)式与(5)式，可求出(取 $M=M_pA\approx M_nA$, M_p 和 M_n 为质子和中子的质量)

$$\frac{\hbar^2}{2J_{\text{刚}}}\simeq 3\text{keV},\quad \frac{\hbar^2}{2J_{\text{非旋}}}\simeq 60\text{keV}$$

而实验值(见图 2-5.5)为 $A=\hbar^2/2J_{\text{实}}=15.6$keV. 由此可得出

$$J_{\text{非旋}}\ll J_{\text{实}}\ll J_{\text{刚}} \tag{6}$$

对其它所有变形核的转动谱的分析，也都得出类似的结论，从量子力学的理论如何来理解上述重要的实验事实?

Inglis(1954)[2]提出了一个推转壳模型(*cranked shell model*)，即把转动核描述为一个在以匀角速度 ω 被推转的势场中做独立粒子运动的多粒子系. 对于轴对称核(对称轴取为 z 轴)，体系只能绕垂直于对称轴的轴(例如 x 轴)旋转，图 2-5.4(a). 在转动参照系(随原子核一道转动的参照系)中来看，粒子所受到的势场与时间无关，但粒子将受到离心力和 Coriolis 力，表现为哈密顿量中出现一项作用，简称 Coriolis 作用

$$H_C=-\omega J_x \tag{7}$$

J_x 是粒子的角动量沿 x 方向(转轴方向)的分量. 试把 H_C 看成微扰(ω作为参数)，用微扰论计算出体系的转动能(实验室参照系)，它的 ω^2 项的系数即$\frac{1}{2}J$, J 为转动惯量. 为计算简单，不妨取被推转的势场为轴对称谐振子势，在微扰论二级近似下，可求出[3]

---

2) D. R. Inglis, Phys. Rev. **96**(1954), 1059.

3) 例如参阅，曾谨言，孙洪洲，《原子核结构理论》，p. 151. (1987，科学出版社).

$$J_{计}=J_{刚}\gg J_{实} \tag{8}$$

所以推转壳模型的计算结果与实验有尖锐矛盾．如采用较为实际一点的单粒子势，例如 Nilsson 势，计算结果略有改进，但矛盾仍然不小．这个矛盾曾经是 50 年代中期一个重大理论问题，直到 1958 年 Bohr，Mottelson & Pines 提出原子核的超导理论之后[4]，才得以说明（详见第 6 章）．

※　　　※　　　※

练习　有人提出过所谓双流体模型（*two-fluid model*）来简单地解释观测到的转动惯量[5]．这个模型假定：在变形核中，只有最大可能的球形部分之外的核子才对转动惯量有贡献．如图 2-5.7，以半短轴 a 为半径的球内的核子对转动惯量无贡献．所以

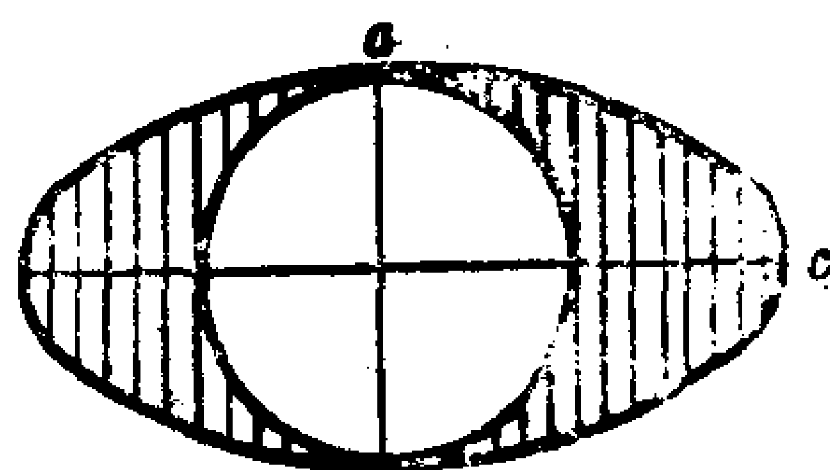


图 2-5.7　双流体模型

$$J_{双}=\frac{M}{5}(c^2+a^2)-\frac{2}{5}Ma^2=\frac{M}{5}(c^2-a^2)$$

而

$$\frac{J_{双}}{J_{刚}}=\frac{c^2-a^2}{c^2+a^2}=\frac{(c/a)^2-1}{(c/a)^2+1}$$

对于通常的稳定变形核，$c/a\approx1.3$，$J_{双}/J_{刚}\approx0.26$．对于裂变同质异能态，$c/a=2$，$J_{双}/J_{刚}=0.60$．

※　　　※　　　※

对于奇偶核，也可做类似的分析．与偶偶核不同，奇偶核的低激发谱中往往有许多激发带．每一个激发带的内部态各不相同，

4) A. Bohr, B. R. Mottelson, and D. Pines, Phys. Rev **110** (1958)936
S. G. Nilsson. and O. Prior, Mat. Fys. Medd. Dan. Vid. Selsk. **32**, no. 16 (1960)

5) 例如参阅 D. J. Rowe, Nuclear Collective Motion (Methuen, London. 1970).

可近似地看成奇核子处于不同的 Nilsson 能级所构成. 由于轴对称变形核绕对称轴的集体转动无意义，整个原子核的角动量 I 沿对称量的分量 K(好量子数)只能来自内部运动，即 $K^{\pi}=\Omega^{\pi}$, Ω^{π}即奇核子所处 Nilsson 能级的好量子数(见图 2-5.8). $I=K, K+1, K+2, \cdots$，构成一个转动带. 图 2-5.8 给出一个例子，${}^{177}_{71}Lu$ 的三

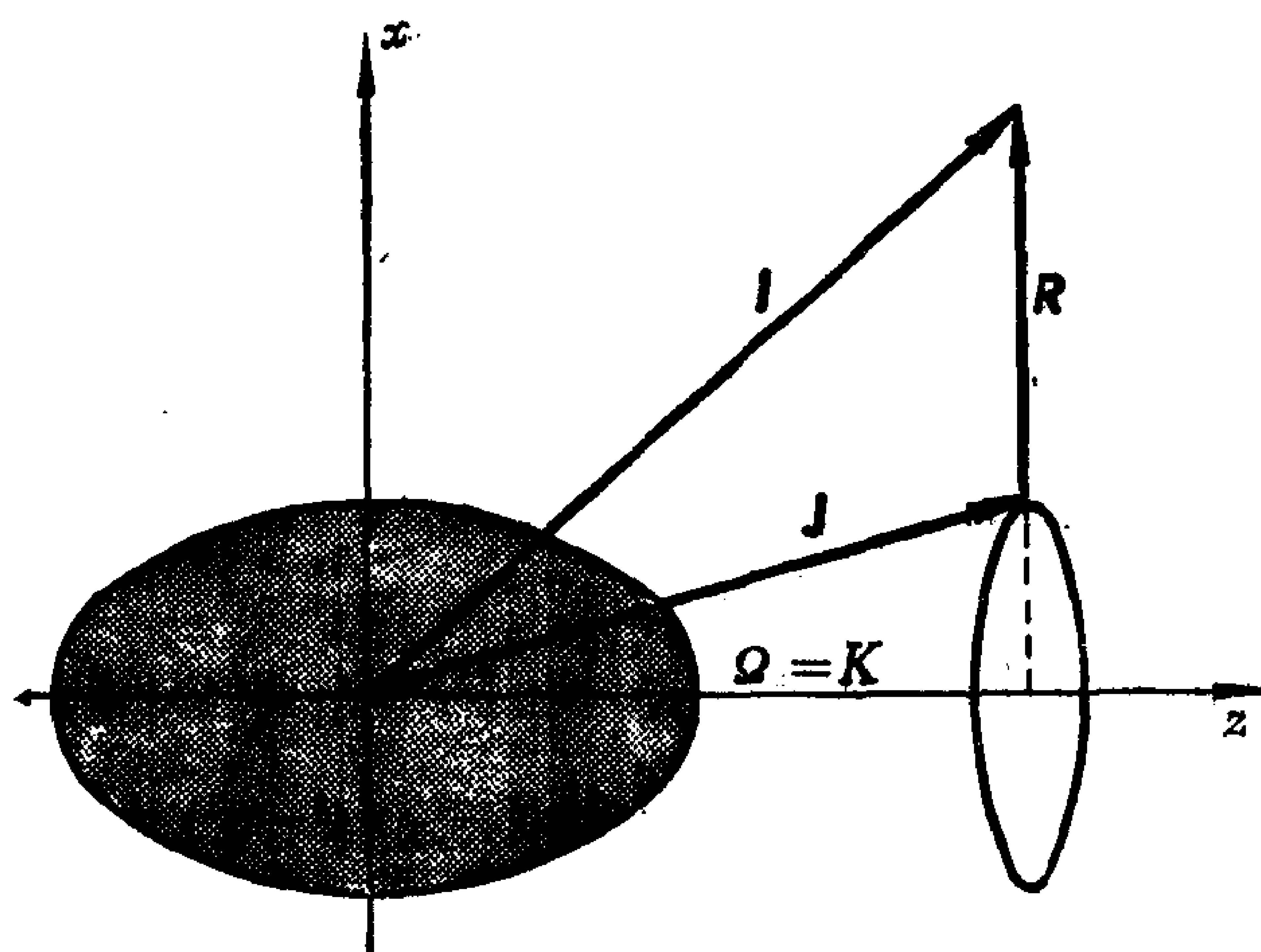


图 2-5.8

个低激发带. 它们是: $7/2^{+}(404\downarrow)$, $9/2^{-}(514\uparrow)$, $5/2^{+}(402\uparrow)$. 利用公式(3)，从每一个转动带的最低的三条能级可以定出参数 A 和 B(注意能量参照点的选取)，如图 2-5.9 所示. 根据所定出的参数值，代入公式(3) 可计算更高激发态的能量（图中圆括号内的数值)，并与观测值比较. 可以看出，对于自旋愈高的激发态，计算值与观测值偏离愈大. 还可以注意到，奇偶核的低激发带的转动惯量 J，一般说来比相邻偶偶核基带要大一些. 其原因将在第 6 章中说明.

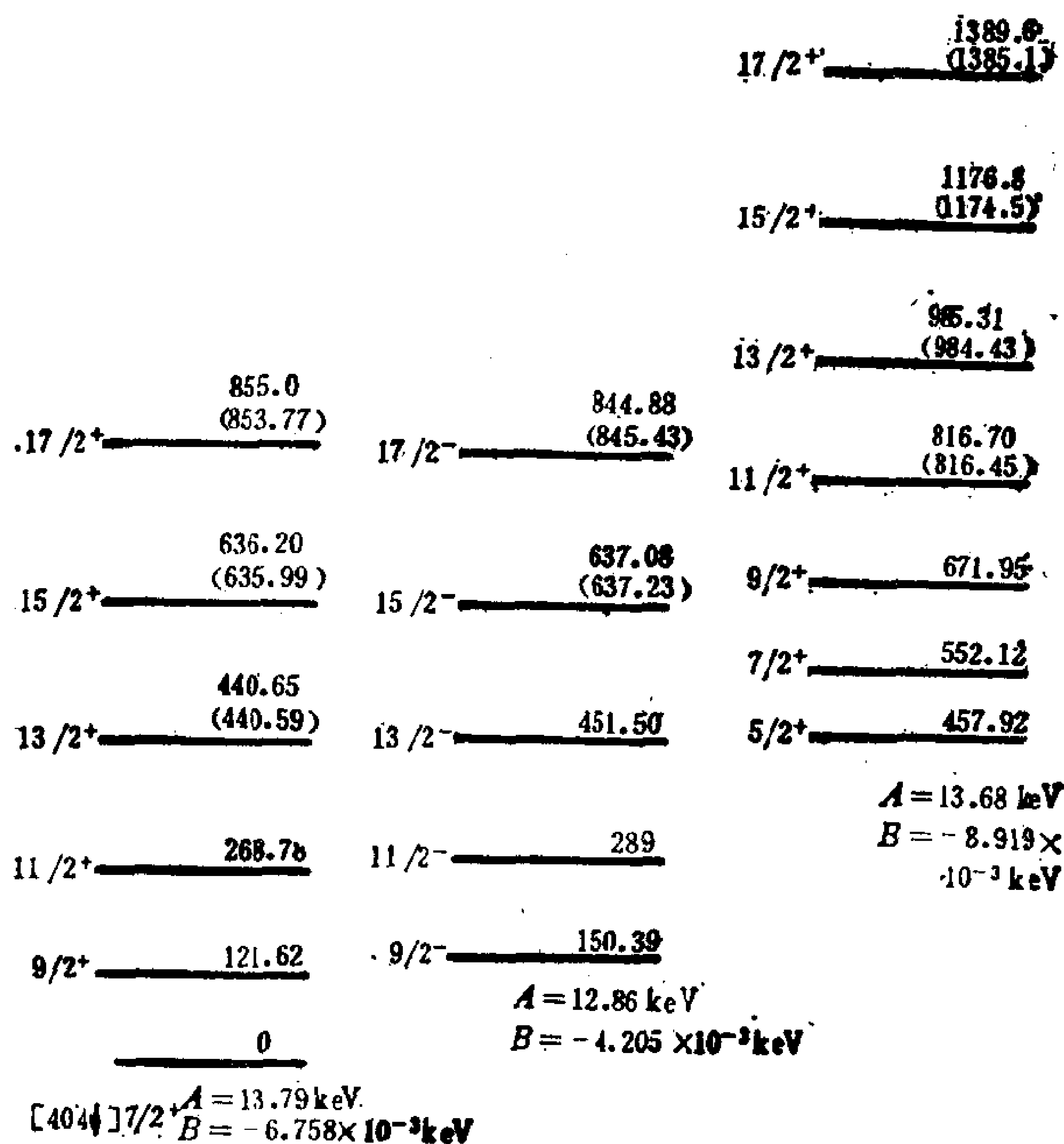


图 2-5.9 奇偶核 $^{171}_{71}$Lu 的低激发转动带

§5.3 转动谱公式的进一步研究

随着转动带中高自旋能级逐步被测出，人们发现二参数公式

$$E_I = AI(I+1) + BI^2(I+1)^2 \tag{1}$$

与实验的偏离愈来愈突出．应如何改进转动谱公式？

(*a*) 一种自然的想法是，把更高幂次项考虑进来．Bohr & Mottelson 根据对称性考虑，证明轴对称核的转动能是 $I(I+1)$ 的函数，可以表成幂级数展开形式[6)]．例如，对于偶偶核基带($K=0$)

$$E(I) = AI(I+1) + BI^2(I+1)^2 + CI^3(I+1)^3$$

6) A. Bohr and B. R. Mottelson, Nuclear Structure, vol. Ⅱ, (1975, Benjamin).

$$+DI^4(I+1)^4+\cdots \tag{2}$$

但用此展开式去分析实验数据时发现，收敛性较差[7]. 当保留的项数愈多时，参数也愈多，使用起来也不方便.

(b) S. M. Harris 建议用 ω^2 展开代替 $I(I+1)$ 展开[8]，ω 是原子核绕转动轴(取为 x 轴)的角频率，即

$$E(\omega)=\alpha\omega^2+\beta\omega^4+\gamma\omega^6+\delta\omega^8+\cdots \tag{3}$$

其中

$$\hbar\omega=\frac{dE}{dI_x} \tag{4}$$

$$I_x=\sqrt{(I+1/2)^2-K^2}=\sqrt{I(I+1)-(K^2-1/4)}\approx\sqrt{I(I+1)} \tag{5}$$

随 I 增大，ω 也增大. 根据观测出的转动谱 $E(I)$ 可按下式去提取 ω 的值：

$$\hbar\omega(I-1)\simeq\frac{E(I)-E(I-2)}{I_x(I)-I_x(I-2)}\approx\frac{1}{2}E_\gamma(I\to I-2),\ (I\gg 1) \tag{6}$$

其中 $E_\gamma(I\to I-2)=E(I)-E(I-2)$ 是原子核从 $E(I)$ 能级衰变到 $E(I-2)$ 能级时放出的 γ 光子能量[*]. 利用内插法可求出 $\omega(I)\simeq\frac{1}{2}[\omega(I-1)+\omega(I+1)]$，再根据(3)式去拟合实验能谱，可定出参

---

7) ф. Saethre, et al., Nucl. Phys. **A207** (1973) 486.

8) S. M. Harris, Phys. Rev. **138B** (1965) 509.

*) 文献中也常如下提取 $\hbar^2\omega^2$ 的值. 令 $\eta=I(I+1)\simeq I_x^2$，因此

$$\hbar\omega=\frac{dE}{d\eta^{1/2}}=2\eta^{1/2}\frac{dE}{d\eta},\quad \hbar^2\omega^2=4\eta^2\left(\frac{dE}{d\eta}\right)^2.$$ 取平均值，得

$$\hbar^2\omega^2(I-1)=4\frac{I(I+1)+(I-2)(I-1)}{2}\left[\frac{E(I)-E(I-2)}{I(I+1)-(I-2)(I-1)}\right]^2$$

$$=\frac{(I^2-I+1)}{(2I-1)^2}E_\gamma^2(I\to I-2)\simeq\frac{1}{4}E_\gamma^2(I\to I-2),\ (当 I\gg 1).$$

数 $\alpha,\beta,\cdots$. 这种拟合方法比较简单，但由于所用 $\omega(I)$过于粗糙，拟合的效果不会太好.

更精确的拟合可如下进行. 令 $\xi=\sqrt{I(I+1)}$，按 (4) 式与(5)式，

$$\hbar\omega=\frac{dE}{dI_x}=\frac{dE}{d\xi}\frac{d\xi}{dI_x}\simeq\frac{dE}{d\xi}$$

所以 $$\hbar\xi=\int\frac{dE}{\omega}=\int\frac{1}{\omega}\frac{dE}{d\omega}d\omega=\int(2\alpha+4\beta\omega^2+6\gamma\omega^4+\cdots)d\omega$$

即

$$\sqrt{I(I+1)}\hbar=2\alpha\omega+\frac{4}{3}\beta\omega^3+\frac{6}{5}\gamma\omega^5+\cdots \tag{7}$$

把观测到的每一条转动能级的自旋 I 和能量 $E(I)$ 代入(3) 式和(7)式，联立求解以确定参数 $\alpha,\beta,\cdots$. 利用最小二乘法，可求出最佳拟合的参数值. 这种拟合方法比较繁琐，但拟合结果有较大改进.

系统分析实验数据表明[7]，ω^2 展开的收敛性比$I(I+1)$展开的收敛性好得多. 因此，比较简单的 Harris 二参数展开

$$E=\alpha\omega^2+\beta\omega^4 \tag{8}$$

$$\sqrt{I(I+1)}\hbar=2\alpha\omega+\frac{4}{3}\beta\omega^3 \tag{9}$$

常用来分析变形核转动谱的高自旋态.

Bohr & Mottelson 曾经如下论证ω^2展开收敛性优于$I(I+1)$展开. 试利用(9)式 $\hbar\xi=\hbar\sqrt{I(I+1)}=2\alpha\omega+\frac{4}{3}\beta\omega^3$ 代入(2)式，

$$E=A\xi^2+B\xi^4+C\xi^6+D\xi^8 \tag{10}$$

可得出用 ω^2 表示出来的式子. 然后令 $E=\alpha\omega^2+\beta\omega^4$，即要求(10)式中的$\omega^6$ 项和ω^8 项的系数为0，由此得出参数A,B,C,D有下列关系式:

$$C/A=4(B/A)^2, D/A=24(B/A)^3 \tag{11}$$

即:如假定 Harris 两参数展开正确,则 $I(I+1)$ 展开中只有两个参数独立. Bohr & Mottelson 曾经对一些变形核转动谱做了分析[6],证明 4 参数 $I(I+1)$ 展开中的参数 A, B, C, D 值近似满足(11)式.但根据近年来观测到的变形核基带的高自旋能级的系统分析,(11)式并不成立[9].

(c) 可变转动惯量模型

鉴于原子核转动惯量 J 随角动量 I 而改变的事实, Scharff-Goldhaber 等人提出了一个唯象的可变转动惯量模型[10]. 按此模型,原子核的转动谱表成

$$E(I)=\frac{\hbar^2}{2J(I)}I(I+1)+\frac{1}{2}C(J-J_0)^2 \tag{12}$$

式中 J_0 是基态($I=0$)的转动惯量,C 表示原子核的硬度, 它们作为两个参数. $J(I)$是可变的转动惯量,受到下列条件约束:

$$\left.\frac{\partial E(I)}{\partial J}\right|_I=0 \tag{13}$$

由于此模型合理地考虑了转动惯量随 I 增大而变大的因素, 所以能较好地拟合转动谱的实验数据. 后来, A. Klein 等证明[11], **可变转动惯量模型与 Harris 二参数展开式等价.**

※ ※ ※

70 年代开始, 原子核高自旋态成了核结构研究中的一个热

---

9) F. X. Xu, C. S. Wu and J. Y. Zeng, Phys. Rev. **40**(1989)2337.

10) M. A. J. Mariscotti, G. Scharff-Goldhaber and B. Buck, Phys. Rev. **178**(1969)1864

G. Scharff-Goldhaber, C. Dove and A. L. Goodman, Ann. Rev. Nucl. Sci. **26** (1976)239.

11) A. Klein, R. M. Dreizler and T. K. Das, Phys. Lett. **31B** (1970) 333.

门. 人们广泛应用 Harris 两参数 ω^2 展开来分析变形核的转动谱. 在 70 年代，人们通过(HI, xn)反应研究稀土区变形核的高自旋态(见第 7 章). 它们之中多数核在 $I\sim10$-12附近与激发带发生交叉. 在 $I<12$ 的范围中，人们发现 Harris两参数公式能较好拟合实验. 到 70 年代后期，人们开始用极重的离子 (例如 ^{208}Pb 离子) 的库仑激发来探测锕系核的高自旋态. 人们发现在很多锕系核中，一直到 $I\sim30$ 仍然保持为较纯的基带转动谱，并未发生带交叉. 因此，它们就提供了很丰富的数据来检验各种转动谱公式的优劣. L. Peker 等用 Harris 两参数公式分析锕系核基带的高自旋能级时发现[12]，Harris 公式中的参数并不能保持为常数，它们随 I 增高

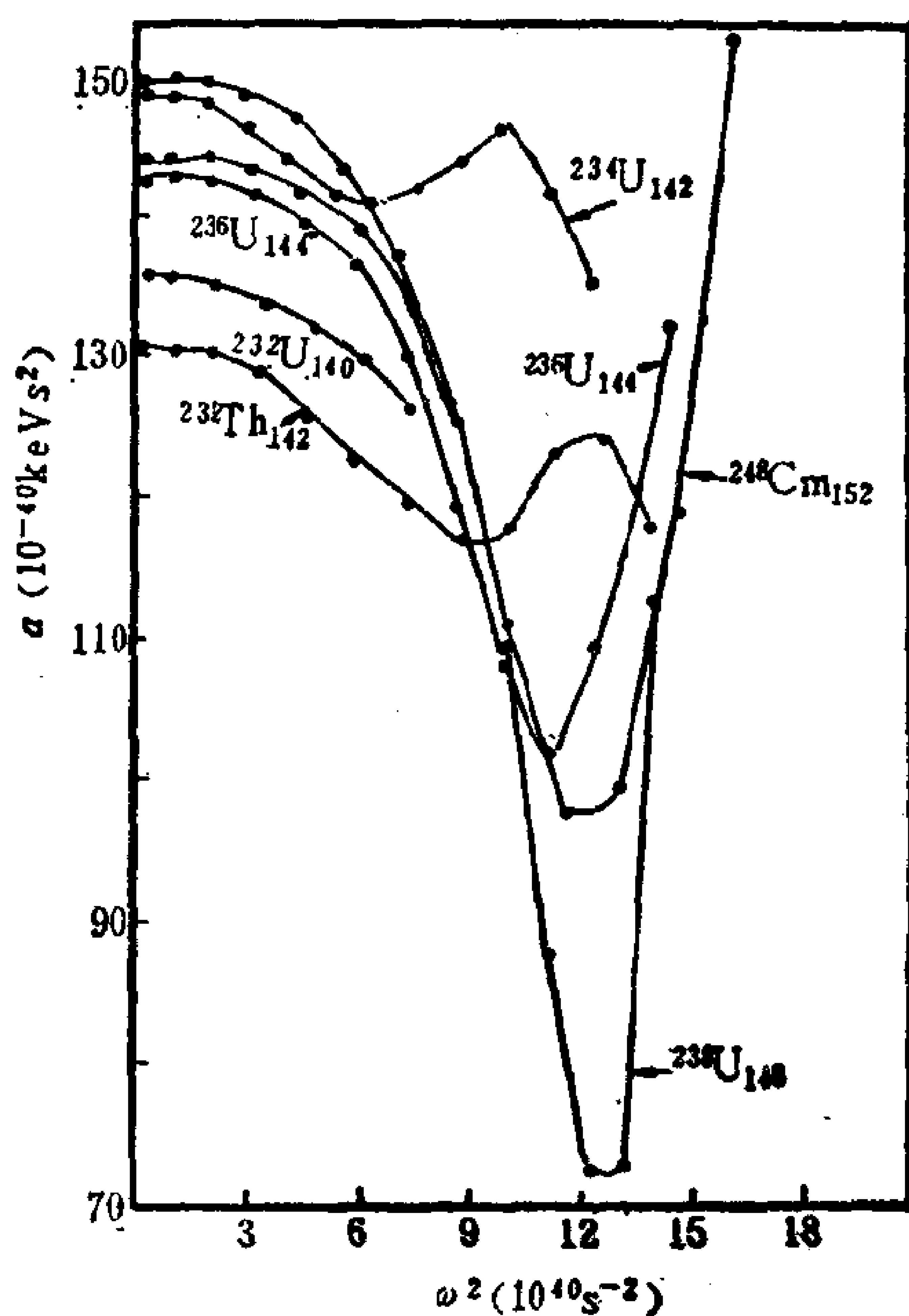


图 2-5.10 Harris 公式中参数 a 随 ω^2 的变化. 取自文献12)

12) L. K. Peker, S. Pearlstein and J. H. Hamilton, Phys, Lett. **100B** (1981)281

而出现大幅度变化．由于 Harris 公式中含有两个参数，Peker 等分别在 $I=0,2,4;2,4,6;4,6,8;6,8,10;\cdots$各范围内利用观测到的转动谱来定出两个参数的数值．图 2-5.10 给出了参数 α 随 ω^2 变化的曲线．以 ^{238}U 为例，在$I\sim24$ 附近，α 参数值大幅度减小，然后又陡然上升．可以看出，如局限于 I 不大的范围(例如 $I\leqslant10$)，参数 α 可近似视为常数．换言之，Harris 两参数公式只适用于角动量不大的范围，当 $I>12$ 之后，其适用性就较差了．

此外，从原子核的转动惯量 J 随 ω 的变化也可看出这一点．按照 Harris 二参数 ω^2展开式(9)，可得出

$$J=J_0+J_1\omega^2 \quad \left(J_0=2\alpha,\ \ J_1=\frac{4}{3}\beta\right) \tag{14}$$

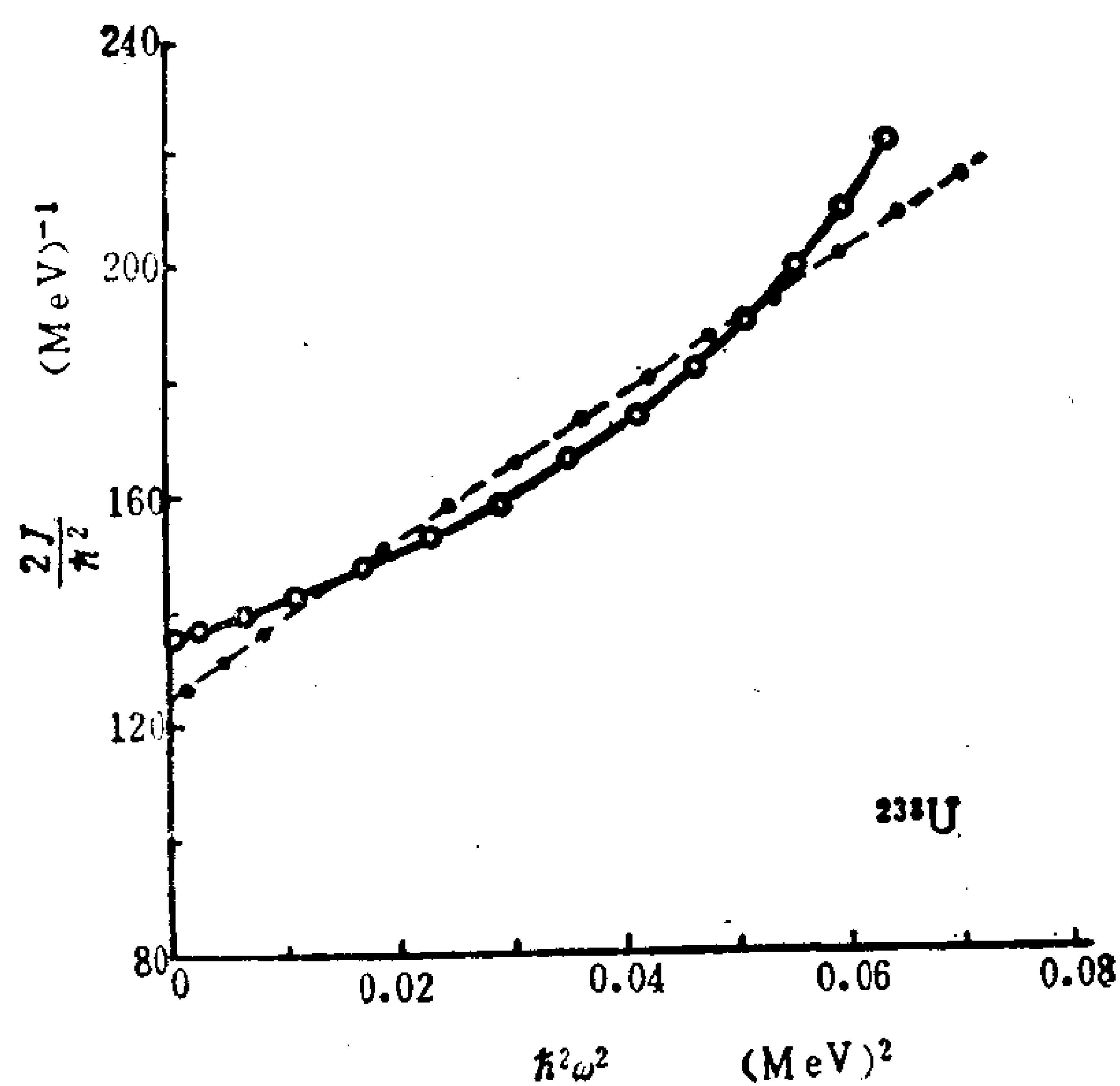
它是 ω^2 的线性函数．图 2-5.11 给出了两个典型的例子，^{238}U 和 ^{246}Cm，它们的基带在 $I<30$ 区域未出现回弯．根据观测出的转动谱可计算出 J 和 ω^2，在图中用小圆圈画出．可以看出，当 $I<12$ 时，J 与 ω^2 近似成线性关系．但整体来看，J 与 ω^2 决不是简单的线性关系．图中黑圆点是联立求解(8)式和(9)式，并用最小二乘法去拟合实验给出的结果(是一条直线)．

尽管如此，由于没有找到比 Harris 公式更满意的其它表示式，长期以来人们一直用它来处理转动谱的高自旋态．这种情况还给人们造成一种印象，即高自旋下的转动谱可能是非常复杂的，不大可能找到一个简便而满意的表达式．

出乎人们意料，文献[13]从 Bohr 哈密顿量出发，考虑稳定变形核的不大的非轴对称性以及振动的影响．得出了一个简单的封闭的表达式．对于偶偶核基转动带，

$$E(I)=a\left[\sqrt{1+bI(I+1)}-1\right] \tag{15}$$

13) C. S. Wu and J. Y. Zeng, Commun. in Theor. Phys. 8(1987)51



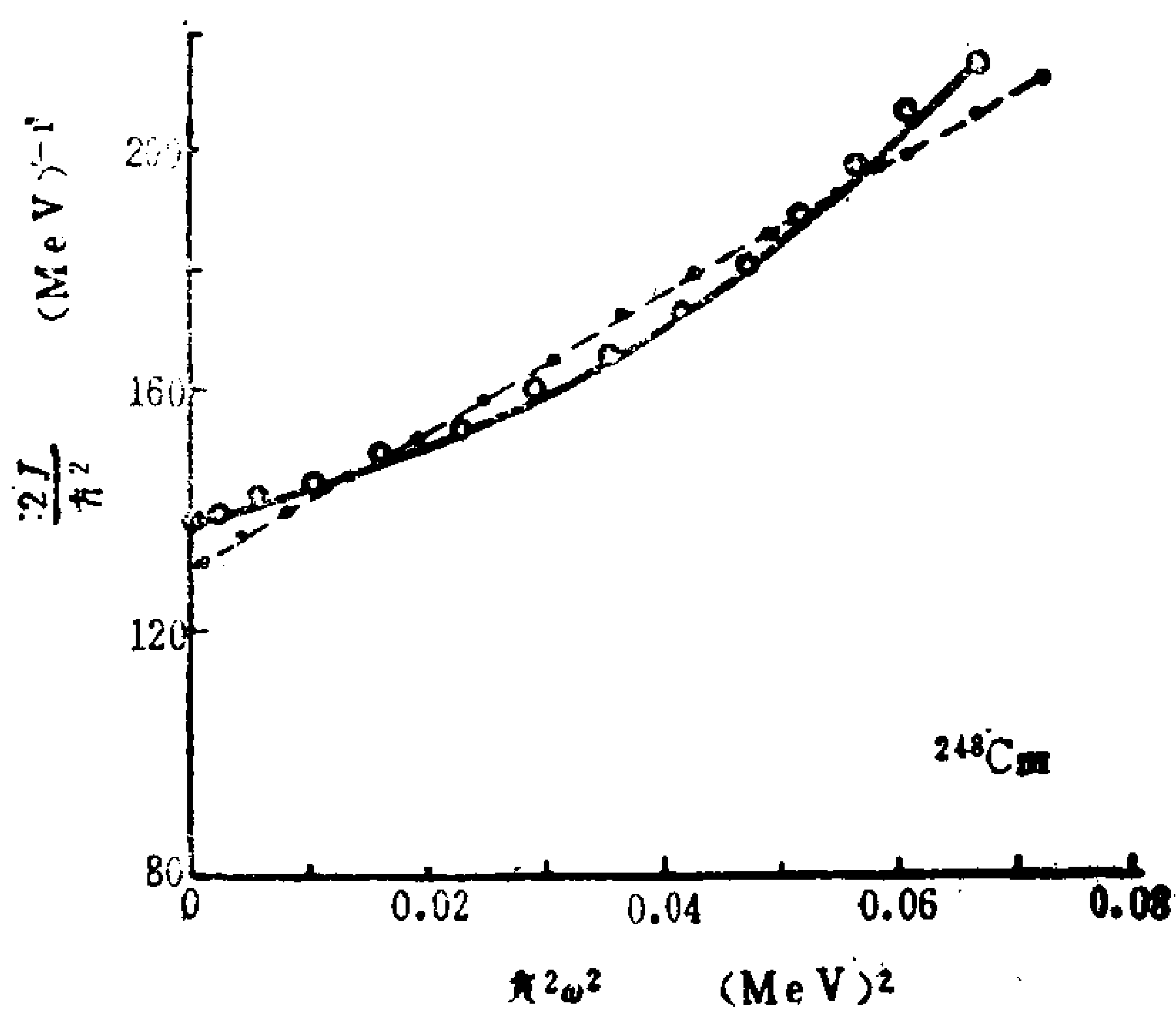


图 2-5.11 原子核转动惯量 J 随 ω^2 的变化. ∘代表从实验能谱计算出来的结果. 黑圆点(用虚直线联结) 是 Harris 二参数式拟合实验的结果. 实线是按公式(18)计算结果的.

a, b 作为两个参数，极易由观测出的转动谱定出．用此式分析了全部实验数据表明[14)]，它远优于 Bohr-Mottelson 的 $I(I+1)$ 两参数展开式（§5.2(3)式）和 Harris 的 ω^2 两参数展开式(8)．表 5.1 给出一个示例．表中参数 A, B, α, β，a, b 的值均用最小二乘法定出．图 2-5.11 给出三个不同公式计算出的结果与观测值的偏离．从图2-5.12 可以非常明显地看出，公式(15)比 Bohr-Mottelson公式和 Harris 公式要好得多.

表 5.1　^{238}U 基转动带的分析

I	$E(I)_{实验}$(keV)	AB拟合	$\alpha\beta$拟合	ab拟合
2	44.91(3)	42.25	47.58	44.68
4	148.41(5)	140.31	155.91	147.78
6	307.21(10)	292.91	319.80	306.68
8	518.3(2)	498.1	533.4	517.6
10	775.7(4)	753.1	791.2	776.1
12	1076.5(5)	1054.6	1088.6	1077.4
14	1415.3(6)	1398.4	1421.6	1416.6
16	1788.2(8)	1779.6	1786.9	1789.1
18	2190.7(13)	2192.6	2181.9	2190.7
20	2618.7(16)	2631.2	2604.2	2617.5
22	3067.2(20)	3088.3	3052.1	3066.2
24	3534.5(15)	3556.2	3523.5	3534.0
26	4017.3(18)	4026.3	4017.4	4018.2
28	4516.5(21)	4489.6	4532.3	4516.7

$A=7.0530\text{keV}, B=-1.877\times10^{-3}\text{keV}$;

$\alpha=0.020629\text{keV}^{-1}\hbar^2, \beta=7.4252\times10^{-7}\text{keV}^{-3}\hbar^4$;

$a=6577.9\text{keV}, b=0.0022719$.

按照转动惯量定义

$$J=\hbar I_x\left(\frac{dE}{d\hbar I_x}\right)^{-1}, \quad I_x=\sqrt{(I+1/2)^2-K^2}\simeq\sqrt{I(I+1)}$$

14) J. Y. Zeng, H. X. Huang, and J. L. Wood, Scientia Sinica(A), (1989), no. 3

H. X. Huang, C. S. Wu and J. Y. Zeng, Phys. Rev. C **39**(1989)1617.

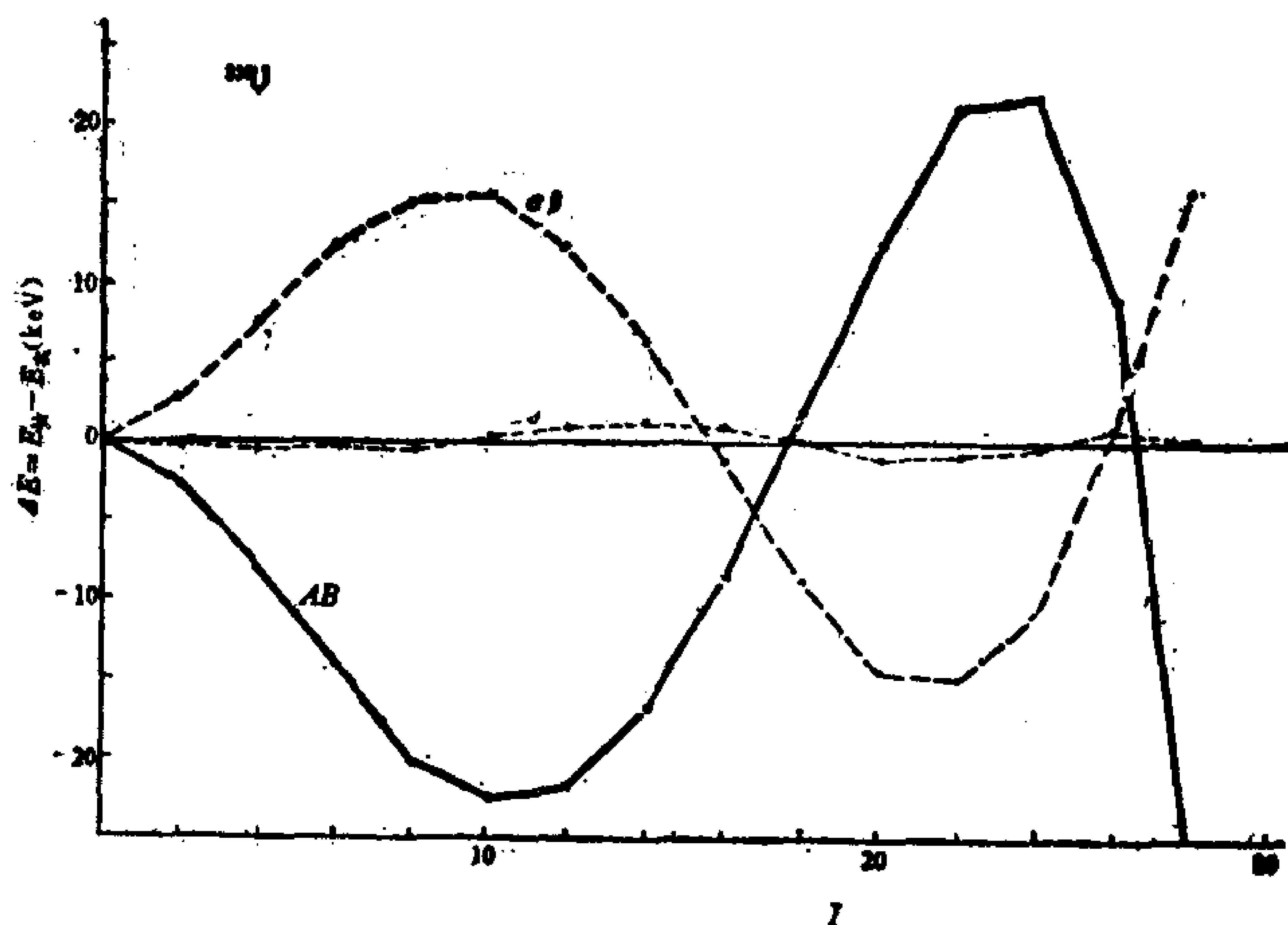


图 2-5.12 ²³⁸U 基转动谱的分析.

AB——Bohr-Mottelson 公式(§5.2,(3)式)计算结果;*aβ*——Harris公式(8)、(9)计算结果;*ab*——公式(15)的计算结果,见表 5.1.

利用公式(15),可求出转动惯量

$$J=\frac{\hbar^2}{ab}\sqrt{1+bI(I+1)} \tag{16}$$

它随角动量 I 增高而增大. 如利用$\omega^2\left(\omega=\frac{1}{\hbar}\frac{dE}{dI_x}\right)$,代替$I(I+1)$(15)、(16)式可改写成

$$E=a\left[\left(1-\frac{\hbar^2\omega^2}{a^2b}\right)^{-1/2}-1\right] \tag{17}$$

$$J=\frac{\hbar^2}{ab}\left[1-\frac{\hbar^2\omega^2}{a^2b}\right]^{-1/2} \tag{18}$$

最后我们来分析一下转动谱的 $I(I+1)$ 展开式的系数之间关系. 前已提及, 近年来利用极重离子的库仑激发实验测出了许多锕系核基带的丰富的数据. 由于锕系核的转动惯量比稀土变形核约大一倍, 同样的转动角动量所对应的转动角频率就比稀土核约小一倍. 由此可以理解为什么锕系核的带交叉角动量 I_c 比稀土

核大得多. 例如，^{238}U 在 $I\sim28$ 附近仍未观测到明显带交叉. 这样丰富的数据提供了研究转动谱的 $I(I+1)$ 展开系数的可靠的依据. 表 5.2 中列出了用四参数 $I(I+1)$ 展开(见(2)式) 去拟合观

表 5.2 锕系核转动谱的 $I(I+1)$ 展开系数值(单位keV)

原子核	A	$B\times10^3$	$C\times10^6$	$D\times10^9$	$\frac{AC}{4B^2}$	$\frac{A^2D}{24B^3}$
^{248}Cm	7.2206	−2.681	0.858	0.03	0.215	−0.003
^{244}Pu	7.6529	−4.114	4.911	−3.94	0.555	0.138
^{242}Pu	7.4296	−3.540	3.369	−1.92	0.499	0.100
^{240}Pu	7.1620	−3.957	6.954	−9.42	0.795	0.325
^{238}Pu	7.3678	−3.670	5.747	−5.84	0.786	0.267
^{236}Pu	7.3537	−3.157	0.023	3.04	0.004	−0.218
^{238}U	7.4298	−3.736	2.471	−0.87	0.329	0.038
^{236}U	7.5122	−3.920	2.575	−0.80	0.315	0.031
^{234}U	7.2015	−4.710	4.428	−1.68	0.359	0.039
^{232}U	7.9245	−6.372	9.025	−6.90	0.440	0.070
^{230}U	8.6401	−9.772	20.786	−22.69	0.470	0.076
^{232}Th	8.1138	−6.080	5.819	−2.45	0.319	0.030
^{230}Th	8.7817	−8.219	11.519	−7.73	0.374	0.045
^{228}Th	9.6640	−17.975	60.803	−104.87	0.455	0.070

测出的锕系核基带得出的参数值(用最小二乘法定出). 表 5.3 中列出用这些参数计算出的转动谱，并与实验观测值比较. 可以看出，符合得相当好. 因此，转动谱的 $I(I+1)$展开的收敛性并不象人们认为的那样差. 更值得注意的是，这些系数之间的关系断然偏离 Harris 的ω^2 二参数展开式所期望的结果(见(11)式)，即

$$C/A=4(B/A)^2,\quad D/A=24(B/A)^3 \tag{11}$$

或

$$AC/4B^2=1,\quad A^2D/24B^3=1 \tag{11'}$$

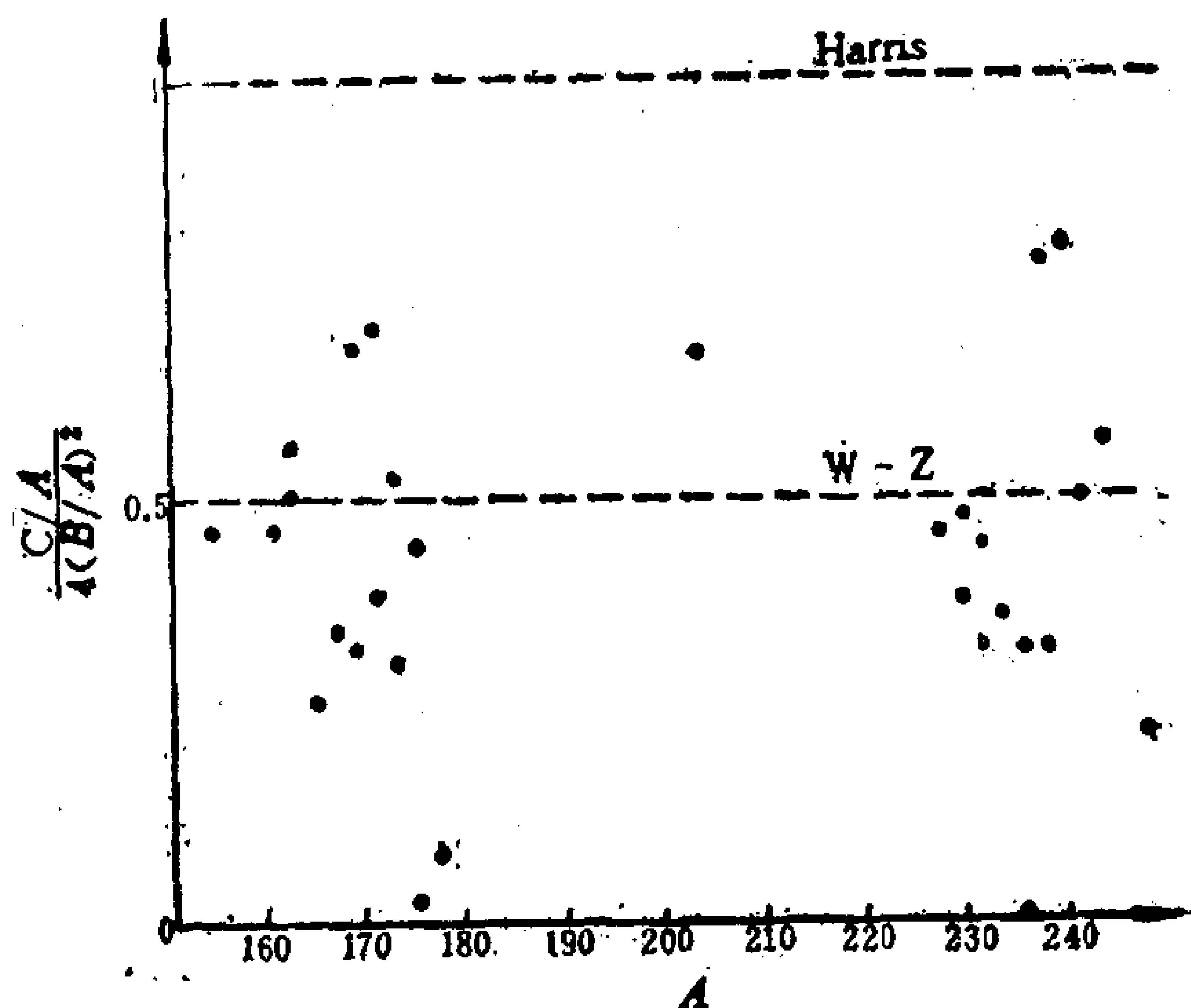
由表5.2可以看出，由实验定出的参数值显然不满足关系式(11)$'$. 由(11)$'$式还可得出

$$\frac{AC}{4B^2}-\frac{A^2D}{24B^3}=0 \tag{19}$$

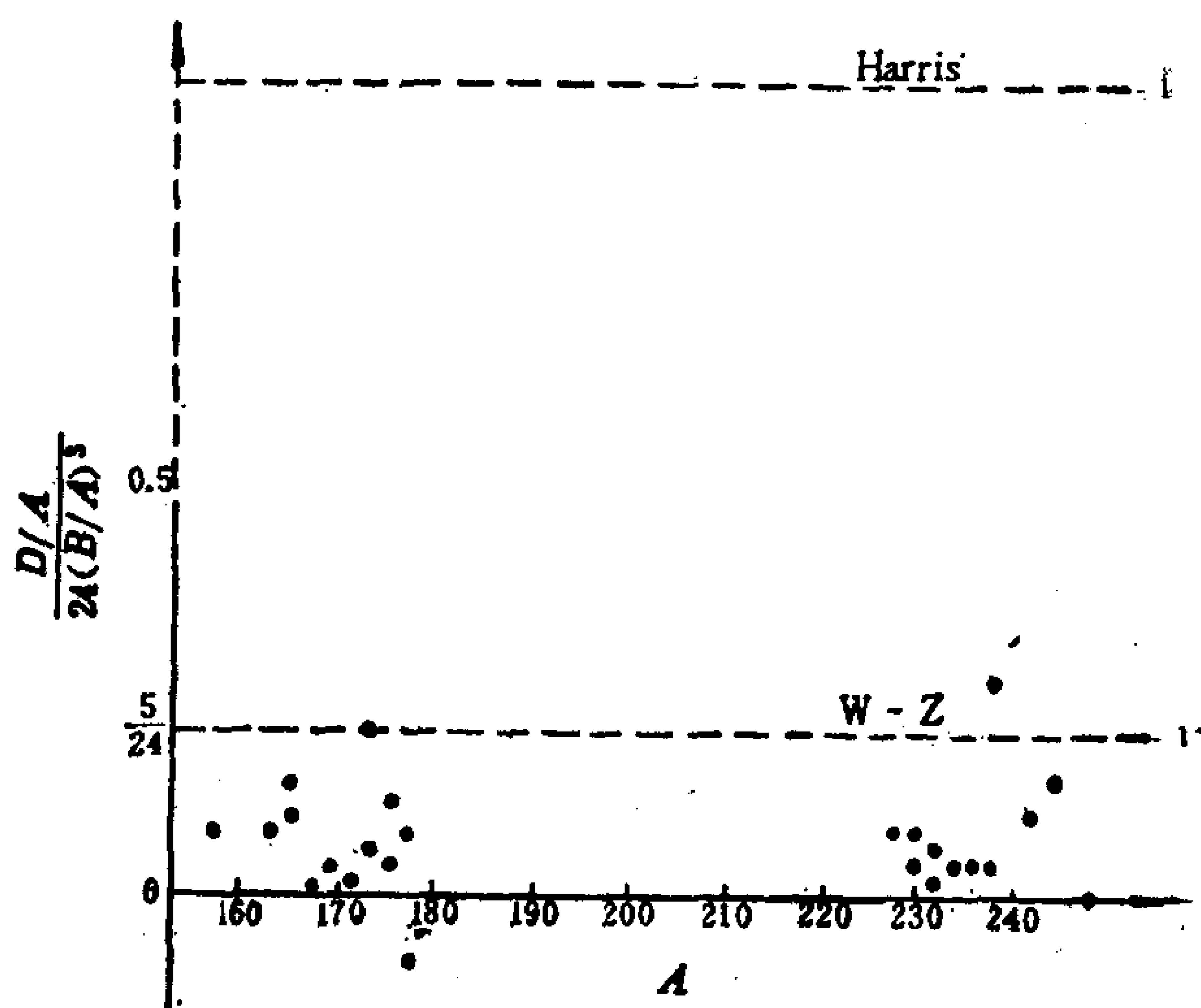
表 5.3 锕系核基带的 $I(I+1)$ 四参数展开式的计算值与实验值的比较（单位 keV）

原子核	自旋	I=2	4	6	8	10	12	14	16	18	20	22	24	26	28
^{248}Cm	（实）	43.4	144.2	299.5	506.9	763.0	1064.0	1405.4	1782.8	2190.7	2624.6	3080.6	3556.0	4051.0	4567.3
	（计）	43.23	143.35	298.60	506.31	762.98	1064.45	1406.10	1783.08	2190.58	2624.17	3080.20	3556.20	4051.[illegible]6	4567.13
^{244}Pu	（实）	46.1	152.3	314.7	531.1	797.6	1110.1	1463.7	1854.7	2278.5	2730.0				
	（计）	45.77	151.45	314.52	531.41	798.00	1110.05	1463.52	1854.52	2278.74	2729.94				
^{242}Pu	（实）	44.54	147.3	306.4	518.1	778.7	1084.0	1431.3	1816.3	2235.6	2686.0	3163	3662		
	（计）	44.45	147.20	306.04	517.79	778.62	1084.52	1431.56	1816.22	2235.32	2685.74	3163.43	3661.87		
^{240}Pu	（实）	42.83	141.69	294.32	497.50	747.8	1041.8	1375.6							
	（计）	42.83	141.71	294.31	497.49	747.81	1041.79	1375.60							
^{238}Pu	（实）	44.08	145.98	303.4	513.4	772.8	1078.5	1427.2	1816.2	2240.5					
	（计）	44.08	145.93	303.38	513.44	772.84	1078.42	1427.25	1816.19	2240.50					
^{236}Pu	（实）	44.63	145	303.5	513.4	771.2	1072.0	1411.3	1783.7						
	（计）	44.01	145.81	303.30	513.19	771.18	1072.23	1411.17	1783.72						
^{238}U	（实）	44.91	148.41	307.21	517.8	775.7	1076.5	1415.3	1788.2	2190.7	2618.7	3067.2	3534.5	4017.3	4516.5
	（计）	44.44	147.12	305.64	516.47	775.23	1076.98	1416.67	1789.44	2190.95	2617.52	3066.16	3534.25	4018.91	4515.89
^{236}U	（实）	45.24	149.48	309.79	522.25	782.8	1086.2	1425	1800	2203	2630	3080	3549	4038	4548
	（计）	44.93	148.70	308.79	521.50	782.22	1085.81	1426.98	1800.75	2202.76	2629.60	3078.86	3549.04	4039.09	4547.57
^{234}U	（实）	43.48	143.34	296.04	497.02	741.2	1024.0	1340.8	1688.0	2063.0	2464.2	2889.7	3339	3808	4297
	（计）	43.04	142.18	294.48	495.69	740.79	1024.50	1341.94	1689.15	2063.41	2463.36	2888.52	3338.28	3810.03	4296.29
^{232}U	（实）	47.57	156.17	322.3	540.7	805.5	1111.2	1453.5	1828.0	2231.5	2658.4				
	（计）	47.32	156.01	322.24	540.72	805.60	1111.35	1453.33	1827.94	2231.60	2658.37				
^{230}U	（实）	51.72	169.5	347.0	578.3	856.5	1175.8	1531.7	1921.3						
	（计）	51.49	169.06	347.12	578.58	856.52	1175.53	1531.87	1921.27						
^{232}Th	（实）	49.37	162.12	333.2	556.9	827.0	1137.4	1482.8	1858.9	2262.9	2691.9	3144.9	3619.0	4116.9	4632.9
	（计）	48.47	159.89	330.48	554.78	826.34	1138.43	1484.91	1860.86	2263.11	2690.34	3142.51	3619.54	4118.93	4632.03
^{230}Th	（实）	53.20	174.06	353.6	594.1	879.7	1207.8	1572.9	1971.5	2397.8	2850	3325			
	（计）	52.40	172.44	355.16	593.77	880.74	1209.09	1573.35	1970.05	2397.04	2851.32	3324.63			
^{228}Th	（实）	57.76	186.82	378.17	622.2	911.5	1238.7	1595.9							
	（计）	57.35	186.56	378.36	622.50	911.12	1238.86	1595.87							

图 2-5.13(a)—(c)给出了由实验定出的参数之间的关系. 它们断然偏离(11)′式和(19)式. 有趣的是，按转动谱公式(15)也可求出展开系数之间的关系，它们是



(a)



(b)

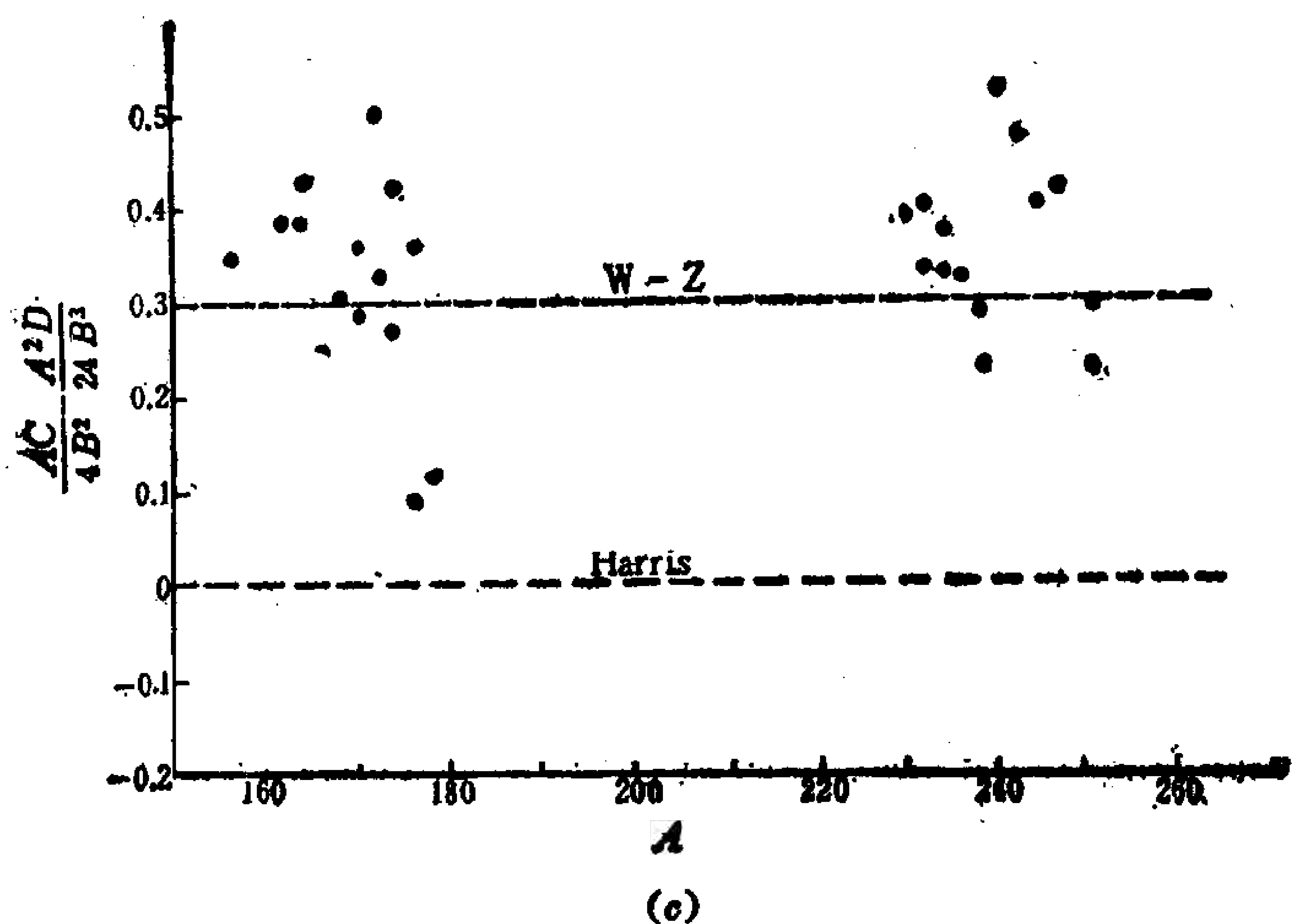


图 2-5.13 转动谱的 $I(I+1)$ 展开式的系数之间关系

图中左边一群点子($A\sim160—180$)代表稀土变形核(只包含带交叉角动量 $I_c\geqslant16$ 的核),右边一群点子($A>228$)代表锕系变形核. 取自 F. X. Xu, C. S. Wu and J. Y. Zeng, Phys. Rev. C40, (1989) 2337.

$$\frac{AC}{4B^2}=\frac{1}{2},\qquad \frac{A^2D}{24B^3}=\frac{5}{24} \tag{20}$$

因而

$$\frac{AC}{4B^2}-\frac{A^2D}{24B^3}=\frac{7}{24} \tag{21}$$

图 2-5.13 表明,实验定出的参数的关系比较接近于(20)式和(21)式,与 Harris 公式形成鲜明对比.

§5.4 原子核的振动

原子核的转动是研究得比较深入的一种原子核集体运动. 漂亮的, 很有规律的转动谱给人以一种美的享受. 巨共振是人们最早发现的一种原子核集体运动. 从 40 年代末发现的巨偶极共振

(同位旋矢量)，到 70 年代后发现的巨四极共振，巨单极共振，巨八极共振，变形核的巨共振，以及磁偶极共振等，一直是核物理学家关心的课题．但这些集体运动涉及的激发能较高（一般 $E>10$ MeV)．实验上，在原子核的低激发谱中，除了存在性质迥异的两种激发——单粒子激发和转动激发之外，也有证据表明某些激发谱具有振动的特征(类似于分子具有转动和振动)，它们是在平衡形状附近的小振动．事实上，在 Bohr-Mottelson 的原子核集体运动理论中，振动和转动是同时加以考虑的．只是由于振动谱表现出很复杂的性质(也许是由于多种运动形态的交织)，理论上的进展还不大理想．下面只做简略介绍．

(1) 球形核的小振动

设核表面表为

$$R(\theta,\varphi,t)=R_0\left[1+\sum_{\lambda=0}\sum_{\mu=-\lambda}^{\lambda}\alpha_{\lambda\mu}(t)Y_{\lambda\mu}(\theta,\varphi)\right],\ |\alpha_{\lambda\mu}|\ll 1 \qquad (1)$$

要求 $R^*=R$(实)，所以 $\alpha^*_{\lambda\mu}=(-)^\mu\alpha_{\lambda-\mu}$．式中 $\lambda=0$ 表示单极振动，即径向胀缩．由于原子核几乎不可压缩，在讨论低激发谱时，可以不必考虑．$\lambda=1$ 的振动为偶极振动，其中质子和中子位相相同的振动，相当于整个核质心的平动，与核内部结构无关，可不必考虑．而质子与中子部分的位相相反的振动则为同位旋矢量偶极共振，实验表明它们激发能较高(巨偶极共振，$T=1$，见§2.4)．因此，在低激发谱中最有可能出现的振动是四极振动（$\lambda=2$）和八极振动（$\lambda=3$）．实验观测表明，在中重核的低激发谱中，具有四极振动性质的激发谱比较普遍，而在某些区域的原子核低激发态中也观测到了八级振动谱．

为简单起见，设只考虑四极振动，

$$R(\theta,\varphi,t)=R_0\left[1+\sum_{\mu=-2}^{2}\alpha_{2\mu}(t)Y_{2\mu}(\theta,\varphi)\right],\ |\alpha_{2\mu}|\ll 1. \qquad (2)$$

在小振动($|\alpha_{2\mu}|\ll 1$)情况下,振动体系的势能可表成

$$V=V(0)+\frac{1}{2}C_2\sum_{\mu}|\alpha_{2\mu}|^2 \tag{3}$$

C_2 为表面刚度,动能可表为

$$T=\frac{1}{2}B_2\sum_{\mu}|\dot{\alpha}_{2\mu}|^2 \tag{4}$$

B_2 为四极振动惯性参数,而哈密顿量为 $H=T+V$ (5)

引进正则坐标

$$p_{2\mu}=\frac{\partial H}{\partial \dot{\alpha}_{2\mu}}=B_2\dot{\alpha}^*_{2\mu} \tag{6}$$

则哈密顿量表成

$$H=\frac{1}{2}\sum_{\mu}\left[C_2|\alpha_{2\mu}|^2+\frac{1}{B_2}|p_{2\mu}|^2\right] \tag{7}$$

这表示5维各向同性谐振子体系. 自然振动频率为

$$\omega=\sqrt{C_2/B_2} \tag{8}$$

应用简单的量子力学理论,容易求出能量本征值为

$$E=(N+5/2)\hbar\omega, \qquad N=0,1,2,\cdots\cdots, \tag{9}$$

本征态可用声子激发态来描述. 对于四极振动($\lambda=2$), 每个声子的角动量为2(玻色子). 利用角动量耦合规则以及交换对称性的要求,可以求出各激发态的角动量,如图2-5.14所示. 可以看出,振动谱是均匀分布的, 但各条能级的简并度不同. 例如偶偶核基态($I=0$)是没有声子的态,第一激发态 $I^\pi=2^+$,$E=\hbar\omega$, 是一声子激发态. 第二激发态为2声子激发态($I^\pi=0^+,2^+,4^+$). 如不计及非简谐效应, 它们的能级是简并的. 计及非简谐效应或声子之间相互作用, 则简并被解除. 图2-5.15给出了一个典型的振动谱例子.

当然,绝大多数中、重核的振动谱都比较复杂. 在许多核中,

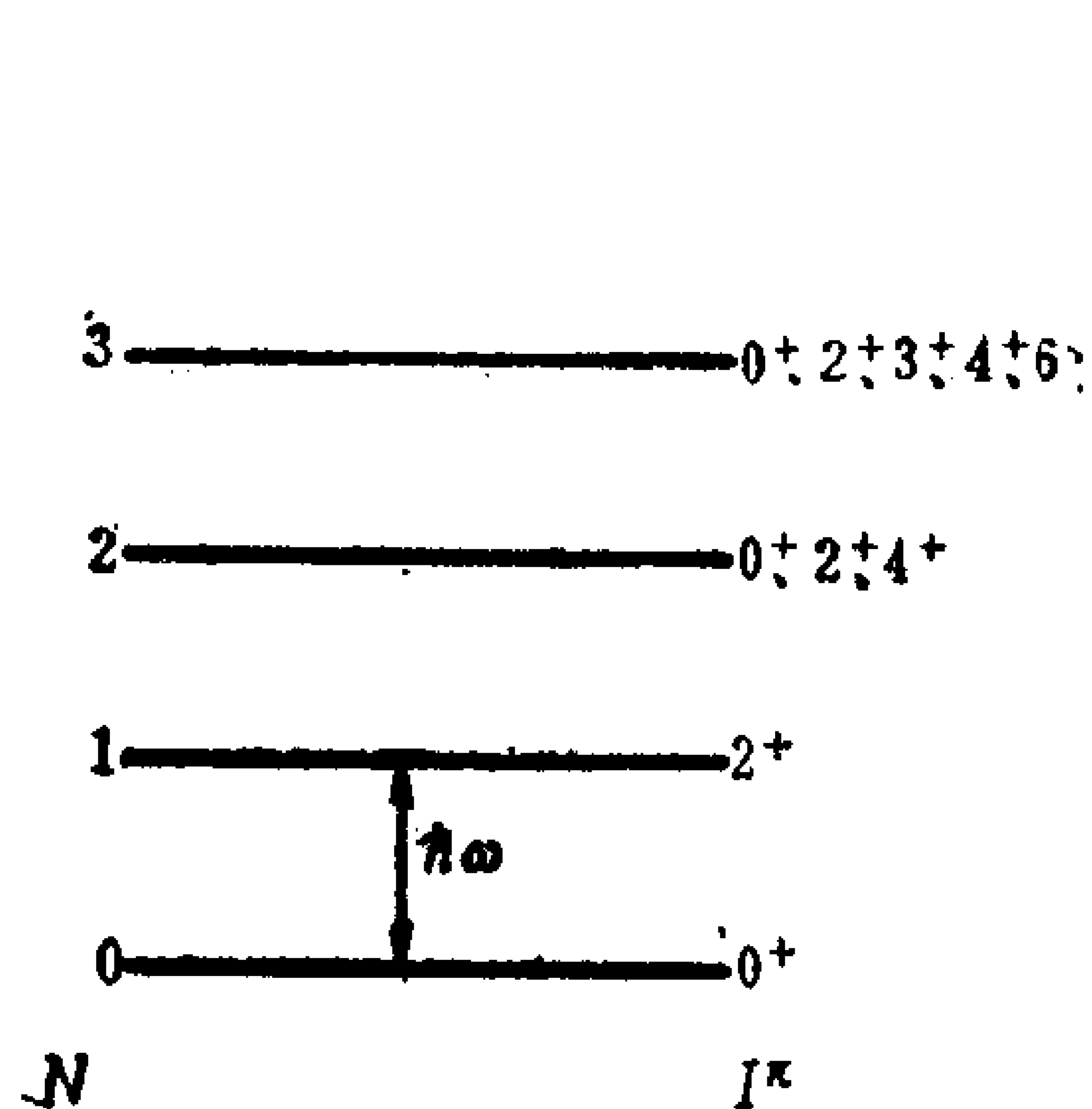


图 2-5.14 球形核的四极简谐振动谱

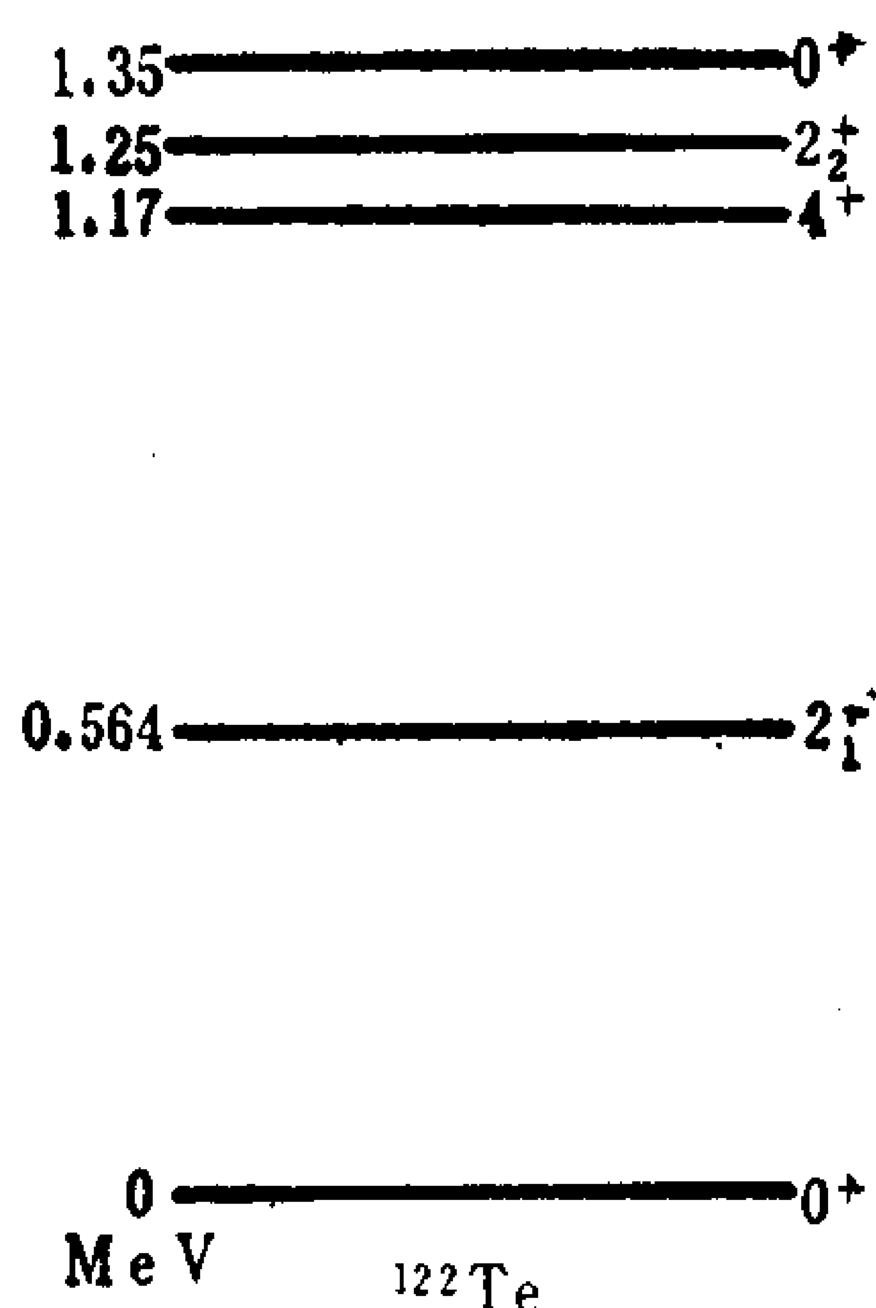


图 2-5.15 球形核四极振动谱示例

在第一个 2^+ 能级的两倍高处($\sim 2E_{2_1^+}$)的确发现一些能级，但有时不止三条，有时又只有两条或一条，并且都比较分散，所以简谐性很差，远不如转动谱所表现出的规律性. 从电四极 (E2) 跃迁来看，从一声子态(2_1^+)到基态(0^+)或从二声子态(0^+, 2^+, 4^+)到一声子态(2_1^+)的E2 跃迁几率都远大于单粒子计算值 $B_{sp}(E2)$，这可以做为集体激发的有力证据. 此外，按照理想的简谐振动图象，从二声子态到基态的 E2 跃迁是禁戒的. 观测结果表明，这种跃迁虽未被完全禁戒，但跃迁几率很小.

(2) 变形核的小振动

实验观测表明，具有稳定变形的原子核的低激发谱中，除观测到基转动带之外，还观测到其它一些激发带. 其中有一些被认为是在某种内部激发态的基础上建立起来的转动带，有一些则被视为是在振动激发态的基础上建立起的转动带.

前已提及，对于具有稳定变形的原子核，就可能存在集体转动. 此时，我们可以定义一个体坐标系 Σ'，它的三个坐标轴取为原子核的三个惯量主轴. 当原子核转动时，Σ' 也随之旋转(相对

于实验室参照系 Σ). 所以 Σ' 也称为转动参照系. 它在实验室坐标系Σ中的取向可用三个 Euler 角来描述. 在 Σ' 参照系中, 核表面表为

$$R(\theta',\varphi')=R_0\left[1+\sum_{\nu=-2}^{2}a_\nu Y_{2\nu}(\theta',\varphi')\right] \tag{10}$$

这里 $a_{2\nu}(t)$已简记为 a_ν. 设核表面具有椭球(D_2)对称性, 即

$$R(\theta',\varphi')=R(\pi-\theta',\varphi')=R(\theta',-\varphi') \tag{11}$$

利用$Y_{2\nu}(\pi-\theta',\varphi')=(-)^{2-\nu}Y_{2\nu}(\theta',\varphi')$, $Y_{2\nu}(\theta',-\varphi')=Y_{2-\nu}(\theta',\varphi')$, 可得出

$$a_\nu=(-)^\nu a_\nu=a_{-\nu} \tag{12}$$

即

$$a_1=a_{-1}=0,\quad a_2=a_{-2} \tag{13}$$

为方便, 通常引进另外两个参量 β、γ 代替 a_0 和 $a_2=a_{-2}$

$$a_0=\beta\cos\gamma,\qquad a_2=a_{-2}=\frac{1}{\sqrt{2}}\beta\sin\gamma \tag{14}$$

用 β 和 γ 刻画原子核的四极变形, 加上三个 Euler 角($\theta_1,\theta_2,\theta_3$), 正好与实验室坐标系中描述四极变形参量 $\alpha_{2\mu}$($\mu=0,\ \pm1,\ \pm2$)相应.

把球谐函数的表示式以及(13)、(14)式代入(10)式, 可得出

$$R(\theta',\varphi')=R_0\left\{1+\beta\sqrt{\frac{5}{16\pi}}\left[\cos\gamma(3\cos^2\theta'-1)\right.\right.$$
$$\left.\left.+\sqrt{3}\sin\gamma\sin^2\theta'\cos2\varphi'\right]\right\} \tag{15}$$

可以求出,

$$\Delta R_{z'}=R(0,0)-R_0=\sqrt{\frac{5}{4\pi}}R_0\beta\cos\gamma$$

$$\Delta R_{x'}=R\left(\frac{\pi}{2},0\right)-R_0=\sqrt{\frac{5}{4\pi}}R_0\beta\cos\left(\gamma-\frac{2\pi}{3}\right) \tag{16}$$

$$\Delta R_{y'}=R\left(\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right)-R_0=\sqrt{\frac{5}{4\pi}}R_0\beta\cos\left(\gamma+\frac{2\pi}{3}\right)$$

概括起来，沿三个主轴方向的椭球半轴的变化（相对于球形）为*

$$\Delta R_{\lambda}=\sqrt{\frac{5}{4\pi}}R_{0}\beta\cos\left(\gamma+\lambda\frac{2\pi}{3}\right),\qquad \lambda=1,2,3$$

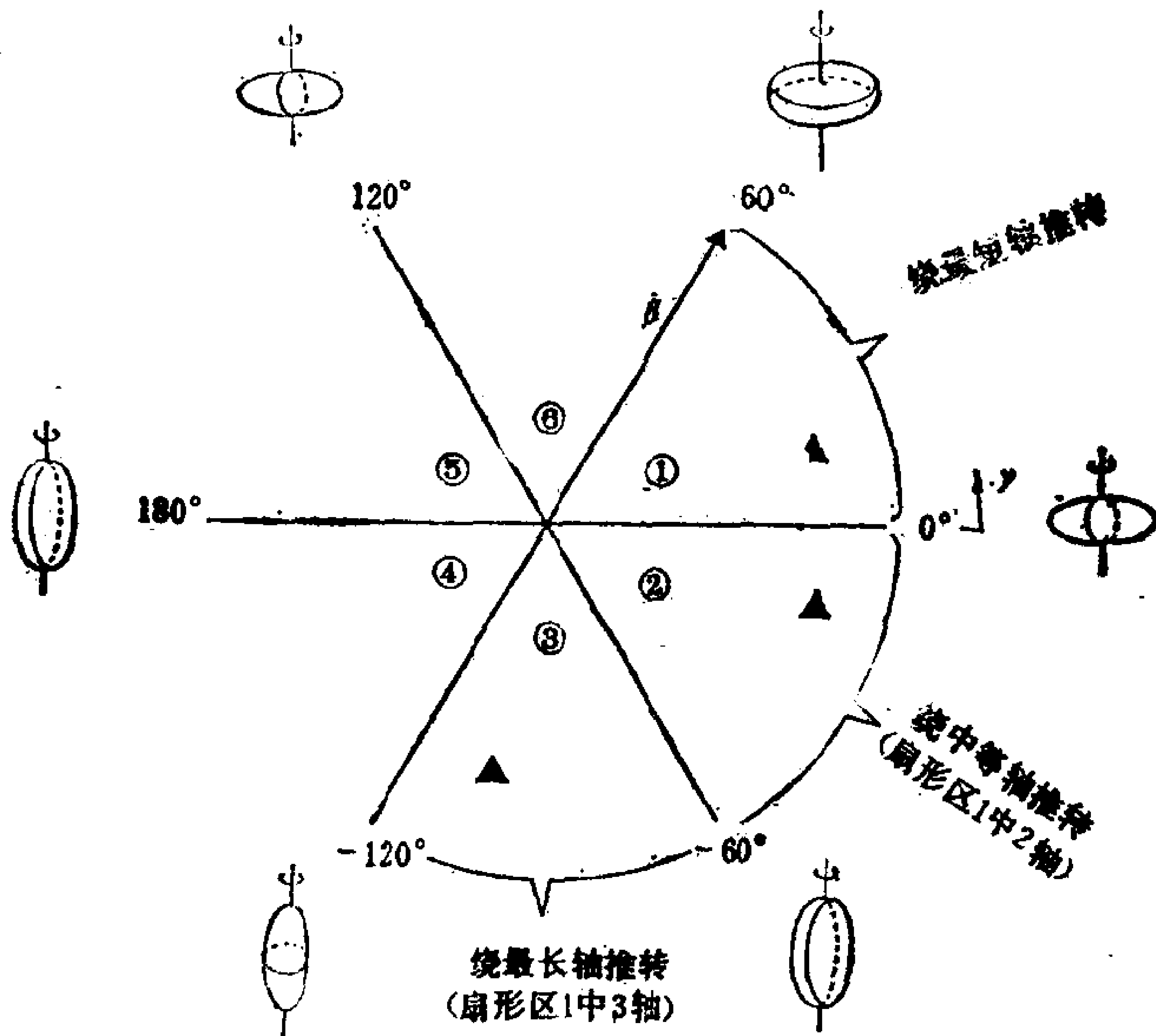


图 2-5.16

---

* 按上述分析，四极变形下的物理量对 γ 的依赖关系可表为 $\cos3\gamma$ 的函数. 利用(14)、(15)式，势能可表成 $V=\frac{C}{2}\sum_{\mu}|\alpha_{\mu}|^{2}=\frac{C}{2}\beta^{2}$，而动能 $T=T_{vib}+T_{rot}$，

$$T_{vib}=\frac{B}{2}(\dot{\beta}^{2}+\beta^{2}\dot{\gamma}^{2})$$

$$T_{rot}=\frac{1}{2}\sum_{\lambda=1}^{3}J_{\lambda}\omega_{\lambda}^{2},\quad J_{\lambda}=4B\beta^{2}\sin^{2}\left(\gamma-\lambda\frac{2\pi}{3}\right)$$

ω_{λ} 是 λ 轴相对于实验室参照系的角频率. 利用 Pauli 程序，可求出哈密顿量为 $H=T_{vib}+T_{rot}+V$，

$$T_{vib}=-\frac{\hbar^{2}}{2B}\left[\frac{1}{\beta^{4}}\frac{\partial}{\partial\beta}\beta^{4}\frac{\partial}{\partial\beta}+\frac{1}{\beta^{2}\sin3\gamma}\frac{\partial}{\partial\gamma}\left(\sin3\gamma\frac{\partial}{\partial\gamma}\right)\right]$$

$$T_{rot}=\sum_{\lambda=1}^{3}\hbar^{2}R_{\lambda}^{2}/2J_{\lambda},\quad \hbar R_{\lambda}=\frac{\partial T}{\partial\omega_{\lambda}}=J_{\lambda}\omega_{\lambda}\quad（角动量分量）$$

$$[R_{\lambda},R_{\mu}]=-i\varepsilon_{\lambda\mu\nu}R_{\nu}\qquad（角动量对易式）$$

此即有名的 Bohr 哈密顿量，详细推导可参阅 Eisenberg and Greiner, Nuclear Theory, Chap. 5.

当 $\gamma=0$(或 π)时，$\Delta R_1=\Delta R_2=0$，$\Delta R_3=\sqrt{\frac{5}{4\pi}}R_0\beta$

表明第 3 轴为对称轴，而

$$当\ \beta>0\ 时，\ \Delta R_3>0,\ (长椭球)$$

$$\beta<0\ 时，\ \Delta R_3<0,\ (扁椭球)$$

类似，当 $\gamma=\frac{2\pi}{3}\left(或-\frac{\pi}{3}\right)$时，$\Delta R_1=\Delta R_3=0$，$\Delta R_2=\sqrt{\frac{5}{4\pi}}R_0\beta$，此时第 2 轴为对称轴.

$$当\ \gamma=-\frac{2\pi}{3}\left(或\frac{\pi}{3}\right)时，\Delta R_2=\Delta R_3=0,\ \Delta R_1=\sqrt{\frac{5}{4\pi}}R_0\beta\ .$$

此时第 1 轴为对称轴. 如图 2-5.16 所示

从(15)、(16)式可以看出，当 $\gamma\to-\gamma$，$(\gamma\pm2\pi/3)$时，原子核的形状不改变，因为

$$\gamma\to-\gamma，\ 相当于\ 1\leftrightarrow2(两轴互换)$$

$$\gamma\to\gamma+\frac{2\pi}{3}，\ 相当于(1,2,3)\to(2,3,1)，轮换$$

$$\gamma\to\gamma-\frac{2\pi}{3}，\ 相当于(1,2,3)\to(3,1,2)，轮换$$

因此，如不涉及绕哪一条轴转动，只对原子核的形状有兴趣，则不需要用整个 $\beta\gamma$ 平面，而只需用它的一个扇形区（跨度为 60°)即可. 如图 2-5.17 习惯取为[0,60°]的扇形区. 此扇形区中任何一点(β,γ)表示一种变形. $\gamma=0$轴上的点为长椭球(对称轴为长轴)变形，β 描述形变大小. $\gamma=60°$ 也为轴对称变形，但为扁椭球状(对称轴对短轴). $\gamma\neq0$ 和 60°点都表示非轴对称变形.

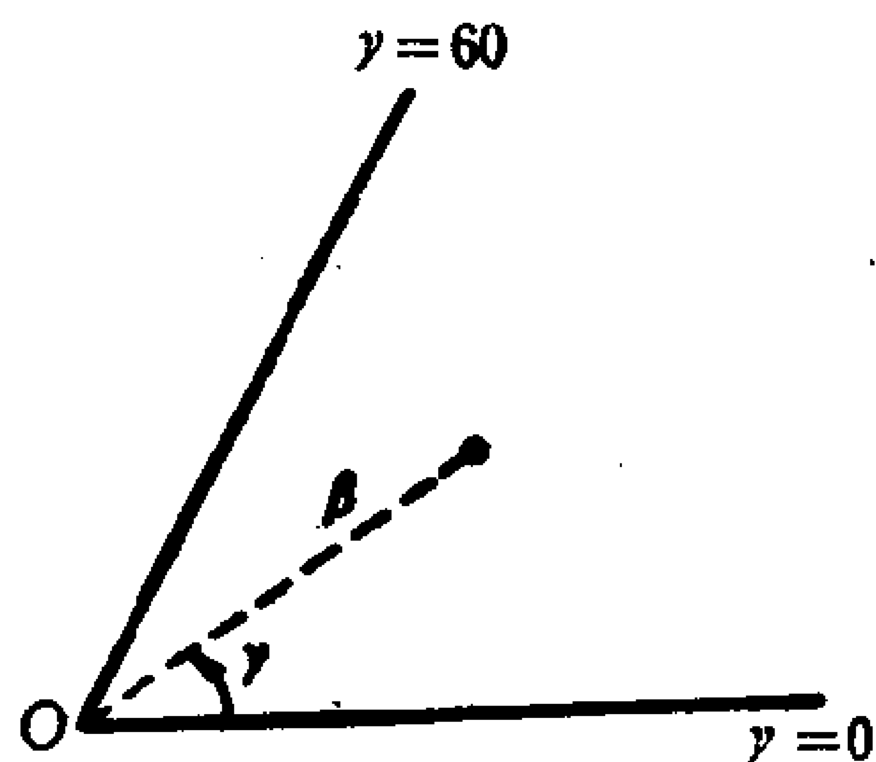
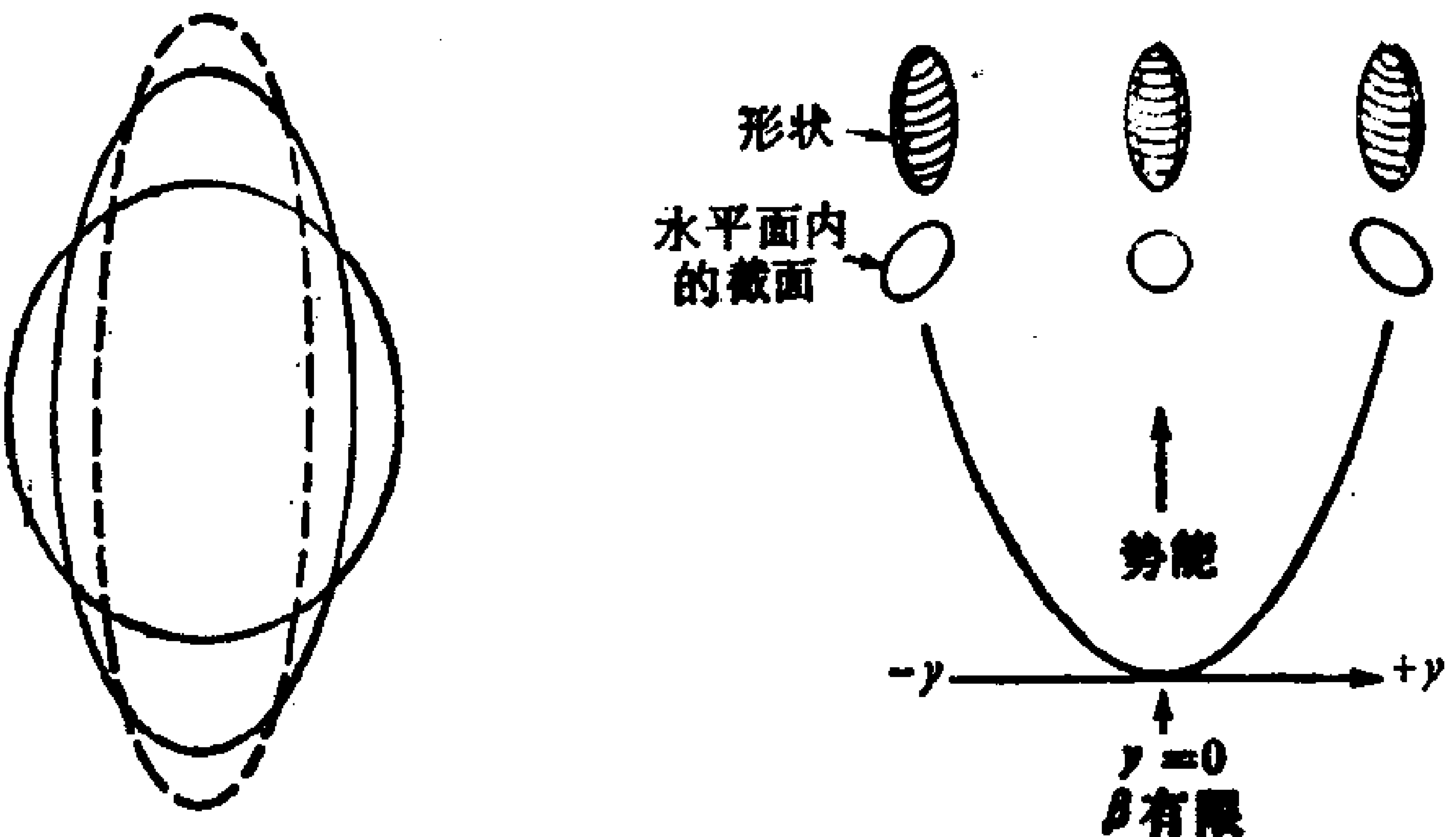


图 2-5.17

具有稳定变形的原子核，除转动外，还可以围绕平衡形状做小



(a) β 振动(γ=0)

(b) γ 振动
(围绕轴对称变形的γ振动)

图 2-5.18 取自 E. K. Hyde, I. Perlman, and G. T. Seaborg, The Nuclear Properties of Heavy Elements, (Prentice Hall, Englewood Cliff, NJ, 1964)

$K^\pi=0^+$ 基带: 18^+ 3046.8; 16^+ 3292.3; 14^+ 2745.71; 12^+ 2165.11; 10^+ 1602.82; 8^+ 1096.68; 6^+ 666.64; 4^+ 329.61; 2^+ 102.04; 0^+

$K^\pi=2^+\gamma$ 振动带: 11^+ 2656.32; 10^+ 2346.57; 9^+ 2133.77; 8^+ 1872.65; 7^+ 1669.11; 6^+ 1459.55; 5^+ 1286.21; 4^+ 1128.09; 3^+ 1002.04; 2^+ 900.73

$K^\pi=0^+\beta$ 振动带: (4^+) (~1369); 2^+ 1171.04; 0^+ 1087.16

$K^\pi=0^-$ 八极振动带: 11^- 2309.18; 9^- 1985.98; 7^- 1682.22; 5^- 1469.11; 3^- 1356.77; 1^- 1352.17

图2-5.19 $^{162}_{68}$Er 的振动激发带. 取自 R. G. Helmer, Nuclear Data Sheets, **44**(1985)659.

振动．对于四极变形，可以分为β振动和γ振动．一般情况下，两者交织在一起．图 2-5.18 给出两种简单情况下的振动经典图象．

在转动和振动可近似分离(转动频率≪振动频率)情况下，可以观测到在振动态上建立起的转动带．图 2-5.19 和图 2-5.20 分别给出了$^{162}_{68}$Er 和$^{232}_{90}$Th 的β振动带($K^{\pi}=0^{+}$)，γ振动带($K^{\pi}=2^{+}$)以及$K^{\pi}=0^{-}$的一个八极振动带．

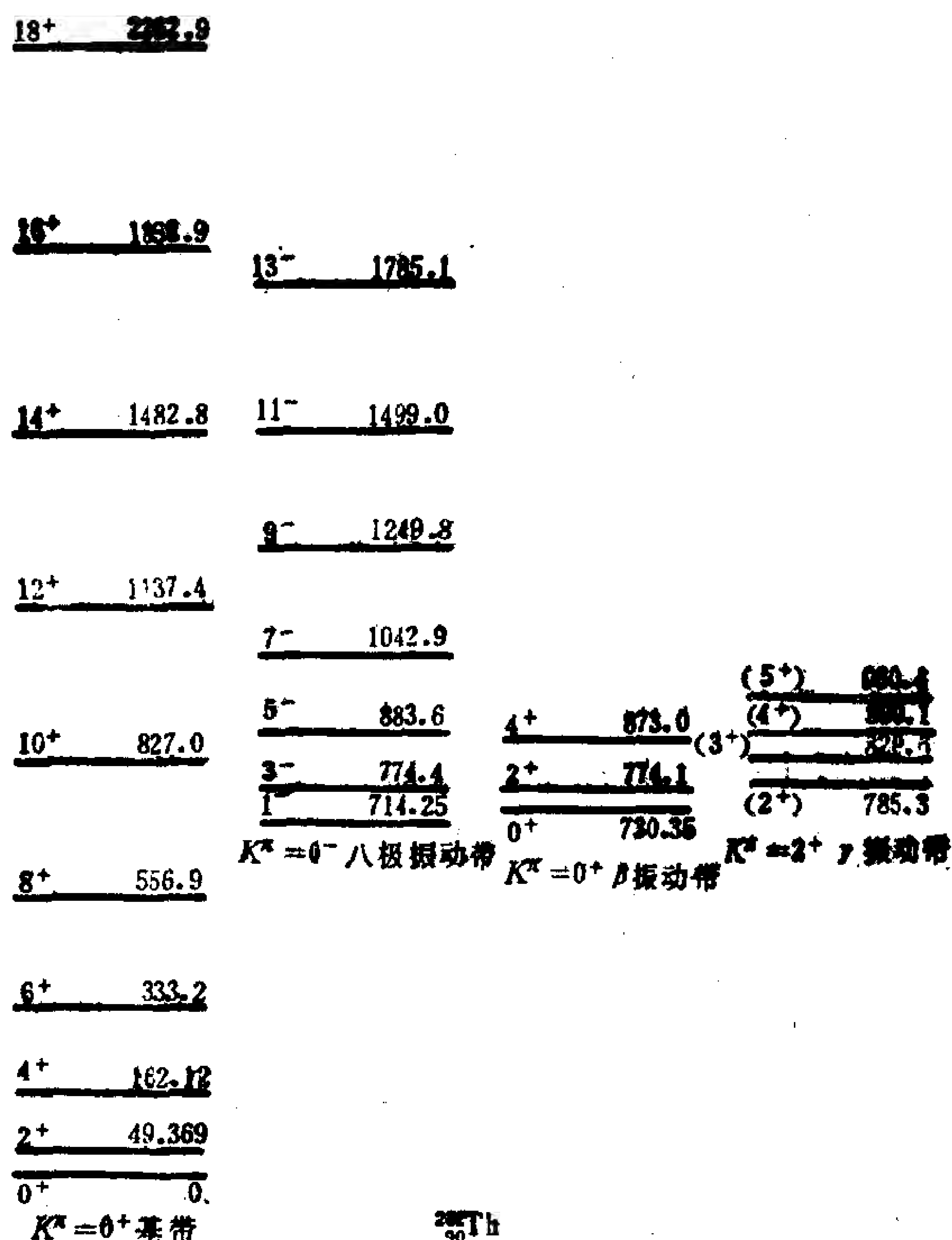


图 2-5.20 $^{232}_{90}$Th 的振动激发带．取自 M. R. Schmorak, Nuclear Data Sheets, 36(1982) 367

§5.5 原子核集体运动理论的其它进展——相互作用玻色子模型，生成坐标方法

相互作用玻色子模型

除 Bohr-Mottelson 的理论之外，为描述原子核的低激发集体运动，Arima &. Iachello[15]在七十年代中期提出了相互作用玻色子模型 (*Interacting Boson Approximation Model*, 简称 IBA). IBA 的基本思想是：对原子核的低四极集体激发态，用一个有相互作用的 s 和 d 玻色子体系来描述. s 和 d 玻色子分别携带角动量 $l=0$ 和 2. 在微观上，s 和 d 玻色子分别理解为角动量耦合为 $J^\pi=0^+$ 和 2^+ 的核子对[16]. 这种观点有一定的实验根据. 例如原子核各种性质所反映出的奇偶差和超导性（见§6.1, §6.2），说明核内相同核子有较强的配对现象（两个相同核子耦合成角动量 $J^\pi=0^+$）. 又例如，靠近满壳附近的偶偶核，都存在较低的 $J^\pi=0^+$ 和 2^+ 的激发谱，而其它 J^π 激发谱一般较高. 处在壳模型同一个 j 轨道上的一对核子，在短程吸引力作用下给出的能谱也显示出此特征（见§6.2，图 2-6.4）. 因此可以理解，在分析偶偶核的低激发谱时，不妨把 $J^\pi=0^+$ 和 $J^\pi=2^+$ 的核子对近似地看成玻色子，它们之间当然还存在一定的有效相互作用. 所以在 IBA 模型中，其玻色子数与原子核的价核子数有如下关系：

---

15) A. Arima and F. Iachello, Phys. Rev. Lett. **35**(1975)1069.
A. Arima and F. Iachello, Ann. Phys. **99**(1976)253, **111**(1978)201, **123**(1979)468.

16) A. Arima, T. Otsuka, F. Iachello and I. Talmi, Phys. Lett. **66B**(1977)205.
T. Otsuka, A Arima, F. Iachello and I. Talmi, Phys. Lett. **76B**(1978)139.
T. Otsuka, A. Arima and F. Iachello, Nucl. Phys. **A309** (1978)1.

$$N=n_s(\text{s 玻色子数})+n_d(\text{d 玻色子数})=\frac{1}{2}(\text{价核子数})$$

换言之，每一个玻色子携带两个核子数．在IBA模型计算中，玻色子数(相当于核子数)是守恒的*)．这里所谓价核子数，是指未填满的大壳中的核子数，如已超过半满壳，则指空穴数，这是出自对Pauli原理的考虑**．例如，${}^{128}_{54}Xe_{74}$和${}^{196}_{78}Pt_{118}$的玻色子数都是$N=2+4=6$．

从理论方法上来讲，与Bohr-Mottelson的几何模型不同，IBA借助于代数和群论的方法，充分利用玻色子体系的动力学对称性来找出哈密顿量的本征值（能谱）及其简并态的诸量子数的标记．这种做法要追溯到五十年代末Elliott研究轻原子核的集体运动的工作[17](利用模型哈密顿量的$SU(3)$动力学对称性)．s玻色子($l=0$)和d玻色子($l=2$)张开一个6维空间．由这些玻色子组成的体系具有$U(6)$幺正对称性．按照群表示理论，玻色子体系的各能级的简并态可以按照$U(6)$群及其某一个子群链的不可约表示来分类，或者说用子群的不可约表示的标记来做为区分诸简并态的量子数．当然，要求这些态都具有一定的角动量LM，所以诸子群链的终端必为空间转动群$O(3)\supset O(2)$．可以证明，存在下列三种子群链：

$$U(6)\supset U(5)\supset O(5)\supset O(3)\supset O(2)$$

---

* 这和过去研究原子核振动时使用的声子(也是玻色子)概念不同．在那里，声子并不携带核子数，声子数是不守恒的，可以任意大．(例如参阅§5.4，图2-5.13)．

** 例如在$f_{7/2}$壳上，可容纳的核子数为8．半满壳相当于有4个核子．设想有6个核子在该壳内(即有2个空穴)。如认为相应有3个玻色子，则其中有3个d玻色子的态．如从费密子观点来看，它相当于有3对核子被拆散，即seniority$=6$．但从Pauli原理来看，$j=7/2$壳中的费米子组态最大seniority$=4$．所以只能从空穴数来计算其玻色子数，即1个玻色子．

17) J. P. Elliott, Proc. Roy. Soc. (London) A245(1958)128, 562.

$$U(6)\supset U(3)\supset O(3)\supset O(2)$$
$$U(6)\supset O(6)\supset O(5)\supset O(3)\supset O(2)$$

由它们得出的低激发谱形，大致接近于人们已研究过的原子核球形四极振动谱(Scharff-Goldhaber and Weneser[18])，具有较大形变的转子能谱(Bohr and Mottelson)以及不稳定变形的三轴转子能谱(Wiletz and Jean[19]). 关于如何用 s 和 d 玻色子产生和湮灭算符来写出保证玻色子数守恒的和只含一体和二体相互作用的哈密顿量，如何用 Lie 代数方法找出 $U(6)$ 及其子群的 Casimier 算符，如何求能量本征值及本征态等，都涉及很多数学演算，不在此讲述. 有兴趣的读者可参阅有关核结构理论的书籍[20]和总结性文章. 近期的总结文章，例如，Casten and Warner[21].

在最初的 IBA 模型中(简称 IBA-1)，中子玻色子和质子玻色子未予区分. 在后来提出的 IBA-2 模型中[22]，中子玻色子与质子玻色子则分别对待，并在哈密顿量中引进了中子玻色子-质子玻色子相互作用. 这是一个较大的改进，更接近于实际情况，并有可能更深入讨论它与壳模型微观结构的联系. 到此，IBA 模型还只限于处理偶偶核. 后来才被推广到奇偶核[23]和奇奇核[24]. 我国不少高校和研究所的核理论物理学家在IBA模型的诸多领域中做了大

---

18) G. Scharff-Goldhaber and J. Weneser, Phys. Rev. **98**(1955)212.

19) L. Wiletz and M. Jean, Phys. Rev. **102**(1956)788.

20) 例如曾谨言，孙洪洲，原子核结构理论，第五章(上海科技出版社，1987)
徐躬耦，杨亚天，原子核理论(核结构与核衰变部分)，(高等教育出版社，1989)。

21) R. F. Casten and D. D. Warner, Rev. Mod. Phys. **60**(1988)389.

22) A. Arima and F. Iachello, Phys. Rev. **C16** (1977)2085.
T. Otsuka, A. Arima, F. Iachello and I. Talmi, Phys. Lett. **B76**(1978) 136.

23) F. Iachello and O. Scholten, Phys. Rev. Lett. **43**(1979)679.

24) Van Isacker, P. J. Jolie, K. Heyde, and A. Frank, Phys. Rev. Lett. **54** (1985), 653.

量工作．例如，清华大学孙洪洲与张玫[25]，北京大学韩其智[26]，中科院理论物理所赵恩广[26]，吉林大学吴成礼[27]，南京大学陈金全[27]，苏州大学周孝谦与吴华川[28]等．

利用 IBA 模型系统分析实验数据取得多方面成功的同时，也暴露出它存在的缺陷，不少人对 IBA 模型的理论基础提出过批评．正如Arima 指出的[29]，最清楚和最深刻的批评来自 Bohr & Mottelson[30]．他们提出：$S(J^\pi=0^+)$和$D(J^\pi=2^+)$的核子对是否足以描述变形核的低激发谱？他们还指出，高 J 核子对对于某些核性质，例如转动惯量，四极矩和能隙等，都有重要影响．分析表明[29,31]，至少 $J^\pi=4^+$ 的核子对是相当重要的，而包含了 g 玻色子($l=4$)的 IBA 模型计算[28,32]，对说明某些性质，确有较大改进．

最近 Kuyucak 等指出[33]，在相当多的变形核中，观测到一些

---

25) H. Z. Sun, M. Zhang and D. H. Feng, Phys. Lett. **B163**(1985)7
M. Zhang, M. Vallieres, R. Gilmore, D. H. Feng, R. W. Hoff and H. Z. Sun, Phys. Rev **C32** (1985) 1076.
H. Z. Sun, M. Moshinski, A. Frank and P. Van Isacker, KINAM 5 (1983) 135.

26) Q. Z. Han, H. Z. Sun and G. H. Li, Phys. Rev. **C35** (1987) 786.
Q. Z Han, E. G. Zhao and H. Z. Sun, J. Phys. A, **22** (1989), 1989.

27) C. L. Wu, D. H. Feng, X. G. Chen J. Q. Chen and M. W. Guidry, Phys. Lett. **B168** (1986) 313

28) H. C. Wu, Phys. Lett. **B110** (1982) 1
H. C. Wu and X. Q. Zhou, Nucl. Phys. **A417** (1984), 67.

29) A. Arima, The low energy nuclear spectrum in terms of IBM, in Nuclear Structure, (eds. R. Broglia et al, Elsevier Science Publishers, 1985).

30) A. Bohr and B. R. Mottelson, Physica Scripta, **22** (1980) 468.

31) N. Yoshinaga, A. Arima and T. Otsuka, Phys. Lett. **143B** (1984, 5)

32) R. D. Ratna Raju, Phys. Rev. **C23** (1981) 518
P. Van Isacker, K. Heyde, M. Waroquier and G. Wenes, Nucl. Phys. **A380** (1982) 383

33) S. Kuyucak and I. Morrison, Phys. Rev. **C38** (1988) 2482

$K^\pi=0^+$激发带的转动惯量比基带大得多的反常现象. 他们经仔细分析后指出，即使考虑了所有高角动量的玻色子和一切可能形式的玻色子相互作用,所得出的 $K^\pi=0^+$带的转动惯量都基本上与基带相同,因而在 IBA 模型内的确无法解释此反常现象. 例如，迄今为止，实验上观测得最完备和最精确的变形核低激发谱[34), ^{168}Er，它的基带转动惯量为 $2J/\hbar^2=75.2\mathrm{MeV}^{-1}$,而激发带 0_2^+(带首,1217keV)$2J/\hbar^2=102\mathrm{MeV}^{-1}$, 0_4^+(带首,1833keV)的转动惯量 $2J/\hbar^2\approx101\mathrm{MeV}^{-1}$,都比基带大得多.

生成坐标方法

研究原子核集体运动的另一种理论方法,即 Hill &. Wheeler 等提出的生成坐标方法(*generator coordinate method*, 简记为 GCM)[35). 应用生成坐标概念和方法来研究原子核集体运动，取得了长足的进展. 由于涉及数学运算较多,这里不去详细介绍. 有兴趣的读者可以参阅 P. Ring &. P. Schuck 的专著[36). 特别应该提到,我国核理论物理学家徐躬耦等对发展生成坐标理论方法,做过重要贡献[37). 经过他们的工作，克服了该理论方法中一些概念上和数学上的困难. 特别是运用生成坐标方法给出了动力学群表示的途径,使之可以从壳模型出发来研究原子核的集体运动,加深了对原子核集体运动的微观机制的了解. 在这一点上，与利用推转壳模型来研究原子核转动性质相似,起了异曲同工的作用.

---

34) W. F. Davidson, et al., J. Phys. **G7** (1981), 455, 843.
35) D. L. Hill and J. A. Wheeler, Phys. Rev. **8**9 (1953) 1102
J. J. Griffin and J. A. Wheeler, Phys. Rev. **108** (1957) 311.
R. E. Peierls and J. Yoccoz, Proc. Phys. Soc. (London) **A70** (1957) 381
J. Yoccoz, Proc. Phys. Soc. (London) **A70** (1957), 388.
36) P. Ring and P. Schuck, The Nuclear Many-Body Problem, Chap. 10. (Springer-Verlag, N. Y. 1980).
37) Xu Gongou, Nucl. Phys. **A421** (1984) 275c.
Xu Gongou, Wang Shun-jin and Yang Ya-tian, Phys. Rev. **C36**. (1987) 2059.

第六章　原子核的对关联与超导性

§6.1　原子核性质的奇偶差

实验观测表明，所有偶偶核的基态自旋和宇称均为$I^\pi=0^+$．这种现象是两核子之间存在短程吸引力的表现．两个核子的角动量耦合成$I^\pi=0^+$的态称为配对态*．

对奇偶核的壳模型分析还表明：(*a*)对于球形核，基态$I^\pi=j^\pi$．这里j^π是未配对的最后一个奇核子所处的壳模型轨道的总角动量和宇称．其余配对的中子和配对的质子，在不违反Pauli原理的原则下按照Mayer-Jensen能级系从低能级往高能级填布．奇核子处于最靠近Fermi面的轨道上．(*b*)对于变形核，$I^\pi=\Omega^\pi$**，这里Ω^π是未配对的最后奇核子所处的Nilsson轨道的好量子数($\Omega\hbar$为j_z本征值)．其余偶数个中子(质子)都两两以$\pm\Omega$对的形式填布Fermi面下的Nilsson能级．

以上现象都说明原子核中偶数个同类粒子(中子或质子)处于配对态时能量最低，即核子有配对这样一种关联现象，称为对关联．对关联现象的本质是同类核子之间的短程吸引力导致的相干关联(*coherent correlation*)，从而使原子核具有金属超导体的某些特点(例如低激发谱中的能隙，超导态之间对转移反应大大加强等)，而原子核中对关联的突出表现则是原子核性质的奇偶差．

---

* 在这种状态下，两个核子在空间彼此靠近的相对几率最大，因而短程吸引力可以充分发挥作用，使能量大大降低，成为体系的基态．作为简单讨论，设作用力为吸引的δ势，$-V_0\delta(r_1-r_2)$，则两核子系的基态为$L=0$(S)态．按对称性考虑，自旋态必为$S=0$(反对称)．总角动量为0^+．在$L=0$态(对称)下，两核子的空间位置最相靠近，吸引的δ力使之下降到最低位置(见图2-6.4)．

** $\Omega=1/2$情况，要另外仔细讨论，因Coriolis作用有重大影响．

早在 30 年代人们就认识到原子核结合能有奇偶差. 但直到 50 年代后期, Bohr, Mottelson & Pines 才系统地分析了原子核内的对关联, 并提出原子核有"超导性"的概念[1]. 跟着就有一些人把金属超导理论中的 BCS 方法移植到核结构理论中来[2-4], 取得了相当大的成功.

下面介绍一下在原子核一些主要性质中表现出来的奇偶差.

(*a*) 结合能(质量)奇偶差

实验分析表明, 相邻原子核中, 偶偶核最稳定, 奇偶核次之, 奇奇核最不稳定, 往往通过 β 衰变而转化为偶偶核, 在自然界中只存在四个稳定的奇奇核, 即最轻的四个奇奇核: $^{2}_{1}H_{1}$, $^{6}_{3}Li_{3}$, $^{10}_{5}B_{5}$, 和 $^{14}_{7}N_{7}$. 原子核结合能半经验公式中的对能(*pairing energy*)项正是根据这一事实而引进的.

与质量奇偶差有密切关系的另一现象是: 自然界中每一种元素的各同位素的相对丰度也有明显奇偶差, 即偶偶同位素的相对丰度一般比相邻奇偶同位素大一些.

基于结合能奇偶差的分析, N. Bohr 曾经得出过一个极重要的论断: 慢中子与 ^{235}U 反应可产生裂变, 而对 ^{238}U, 则很难发生裂变. 理由如下:



$$n(\text{慢中子}) + {}^{235}U \rightarrow ({}^{236}U^{*}) \rightarrow \text{裂变}$$

这是因为 ^{236}U 为偶偶核, 基态能量较低(相对于相邻奇偶核), n+

---

1) A. Bohr, B. R. Mottelson, and D. Pines, Phys. Rev. 110 (1958) 936.

2) S. T. Belyaev, Mat. Fys. Medd. Dan. Vid. Selsk. 31, no. 11 (1959).

3) L. S. Kisslinger and R. A. Sorensen, Mat. Fys. Medd. Dan. Vid. Selsk. 32 no. 12 (1960).

4) S. G. Nilsson and O. Prior, Mat. Fys. Medd. Dan. Vid. Selsk. 32, no. 16 (1960).

^{235}U所 形成复核态 ^{236}U*，相对于^{236}U 基态来说，能量较高，因此较容易通过裂变势垒而发生裂变．基于类似的理由，n+^{238}U 是很难发生裂变的．

(b) 低激发谱形状的奇偶差和能隙

实验资料系统分析表明，奇 A 核的低内部激发谱的能级密度可以用壳模型（球形或变形）的粒子激发来大致说明，而偶偶核内的低内部激发谱（集体激发谱除外）中则出现“能隙”(*energy gap*)．通常能隙 $\sim 2\Delta > 1\text{MeV}$（$\Delta$即奇偶质量差），比壳模型能级系的平均间距大得多．在能隙之下无内部激发谱．这与超导金属的电子

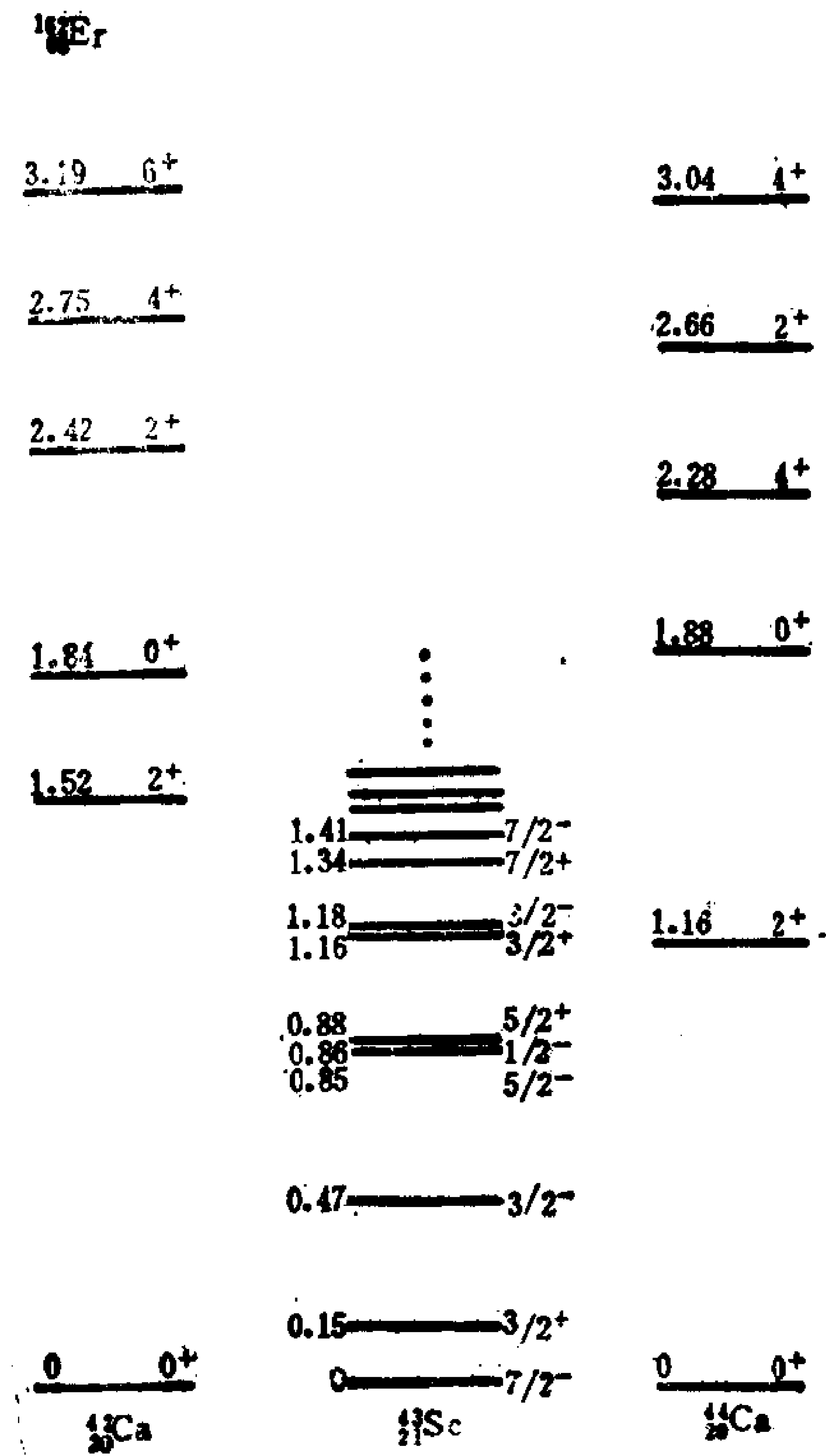


图 2-6.1 原子核低激发谱形状的奇偶差

激发谱中出现的能隙很相似．换言之，偶偶核的低内部激发谱的能级密度比相邻奇偶核要稀得多．图 2-6.1 给出了一个例子．

(c) 转动惯量值及奇偶差

实验分析表明：(1°)偶偶变形核基转动带的转动惯量系统地只有刚体值的$\left(\frac{1}{3}\sim\frac{1}{2}\right)$，$J_{实}$(偶偶核基带)$\sim\left(\frac{1}{3}\sim\frac{1}{2}\right)J_{刚}$．(2°)奇偶变形核的各低激发带的转动惯量系统地大于相邻偶偶核基带的转动惯量．这两个重要现象都与对关联有极密切关系．

与质量奇偶差类似，可定义转动惯量的奇偶差如下：

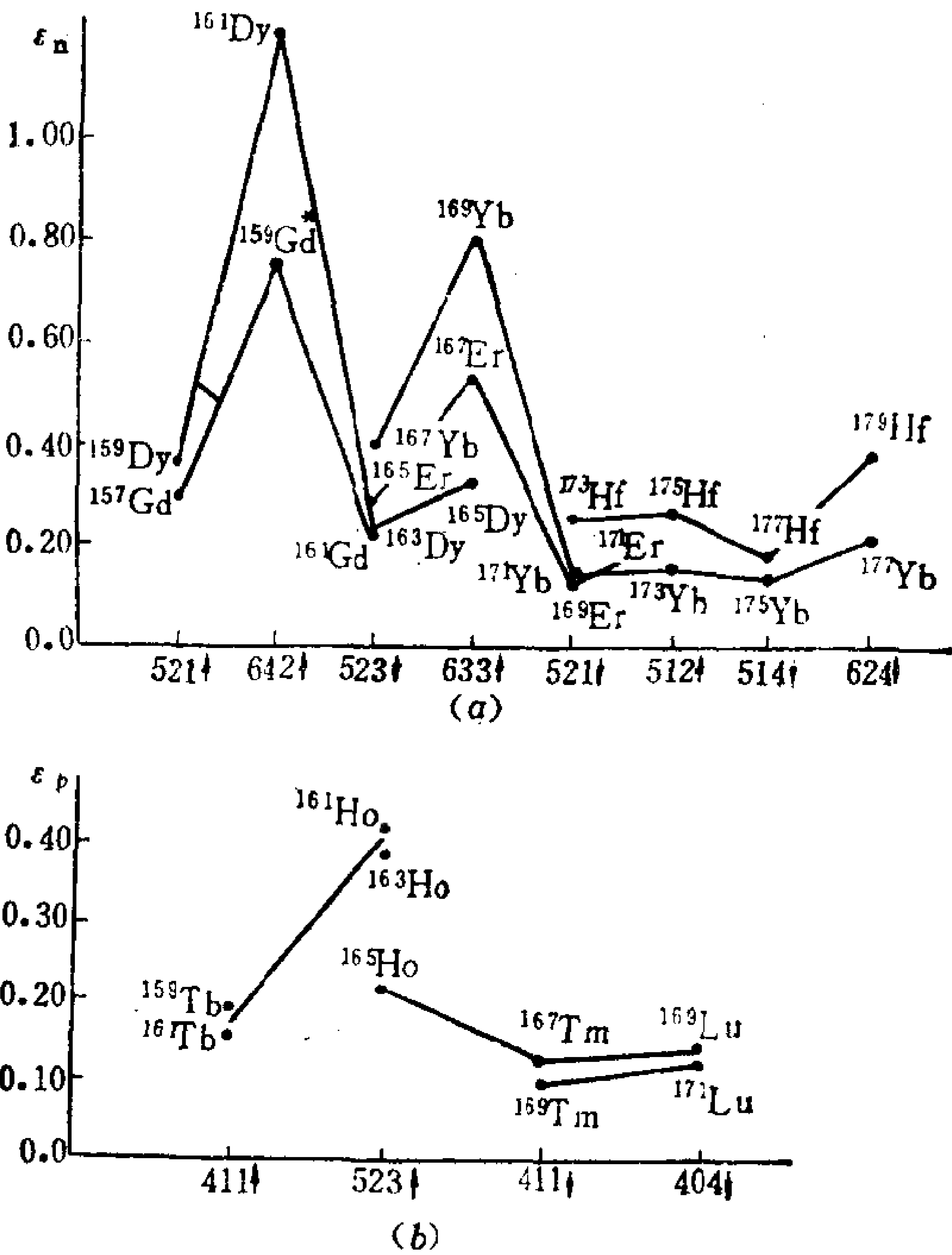


图 2-6.2 原子核转动惯量的奇偶差

$$\varepsilon_{\mathrm{n}}=\frac{J(N,Z)-\frac{1}{2}[J(N-1,Z)+J(N+1,Z)]}{\frac{1}{2}[J(N-1,Z)+J(N+1,Z)]},\ (N\text{奇}, Z\text{偶})$$

$$\varepsilon_{\mathrm{p}}=\frac{J(N,Z)-\frac{1}{2}[J(N,Z-1)+J(N,Z+1)]}{\frac{1}{2}[J(N,Z-1)+J(N,Z+1)]},\ (Z\text{奇}, N\text{偶})$$

如无奇偶差，则 $\varepsilon_{\mathrm{n}}\approx 0$, $\varepsilon_{\mathrm{p}}\approx 0$. 但实验分析表明，毫无例外地$\varepsilon_{\mathrm{n}}>0$, $\varepsilon_{\mathrm{p}}>0$. 图2-6.2 给出了稀土变形核的 ε_{n} 和 ε_{p} 的分析结果. 图中横坐标标记出中子(质子)的Nilsson能级系(形变$\beta\sim0.2$—0.3)，分别为

中子数N	93	95	97	99
Nilsson 能级	[521↑]3/2⁻	[642↑]5/2⁺	[523↓]5/2⁻	[633↑]7/2⁺

中子数 N	101	103	105	107
Nilsson 能级	[521↓]1/2⁻	[512↑]5/2⁻	[514↓]7/2⁻	[624↑]9/2⁺

质子数 Z	65	67	69	71	73
Nilsson 能级	[411↑]3/2⁺	[523↑]7/2⁻	[411↓]1/2⁺	[404↓]7/2⁺	[402↑]5/2⁺

特别应当注意，当奇中子处于高 j 闯入轨道($i_{13/2}$所属Nilsson能级 660 ↑, 651 ↑, 642 ↑, 633 ↑, …)或奇质子处于高 j 闯入轨道($h_{11/2}$ 所属 550 ↑, 541 ↑, 532 ↑, 523 ↑, …)时，转动惯量奇偶差特别大，即相应奇偶核的转动惯量比偶偶核基带要大得多. 见表 6.1

(*d*) 镜核的库仑能差的奇偶差

镜核${}^{2Z+1}_{Z+1}$▨ 是 β 不稳定的，它通过 β^{+}衰变转化成 ${}^{2Z+1}_{Z}$▨$_{Z+1}$核. 在衰变过程中，体能，表面能(只依赖于 A)，对称能(只依赖于 T_z^2/A)和对能都不改变，只有库仑能改变. β^{+}衰变中的全部能量都由库仑能差提供. 根据衰变 β^{+}粒子的最大能量 $(E_{\beta^{+}})_{\max}$ 的观测值，即可求出两个镜核的库仑能差

$$\Delta E_{\mathrm{C}}=(E_{\beta^{+}})_{\max}+1.805\mathrm{MeV}$$

表 6.1 奇中子数原子核[633↑]7/2⁺带的转动惯量与偶偶核的比较

原 子 核	$^{165}Dy_{99}$	$^{167}Er_{99}$	$^{169}Er_{101}$	$^{169}Yb_{99}$	$^{171}Yb_{101}$	$^{173}Yb_{103}$	$^{171}Hf_{99}$	$^{173}Hf_{101}$	$^{175}Hf_{103}$
$2J(A)/\hbar^2$ (MeV^{-1})(注)	107.5	112.4	(122.3)	123.7	122.1	(145.6)	133.8	143.4	156.3
$2J_0(A-1)/\hbar^2(MeV^{-1})$	81.75	74.47	75.18	68.39	71.21	76.19	59.52	62.99	65.93
$2J_0(A+1)/\hbar^2(MeV^{-1})$	78.35	75.18	76.36	71.21	76.19	78.45	62.99	65.93	67.91
$J_0(A)/\frac{1}{2}[J_0(A-1)+J_0(A+1)$	1.34	1.50	1.61	1.77	1.66	1.88	2.23	2.22	2.34

(注)根据[633↑]7/2⁺带能谱，由公式$\hbar^2/2J=\frac{1}{20}[E(11/2^+)-E(7/2^+)]$计算出。有的核无$11/2^+$能级的数据，则用公式$\hbar^2/2J=\frac{1}{9}[E(9/2^+)-E(7/2^+)]$计算出。偶偶核基带转动惯量则按下式求出：$\hbar^2/2J_0=\frac{1}{6}E(2^+)$，(取$E(0^+)=0$)。所有转动谱数据均取自Nuclear Data Sheets。

式中 1.805MeV $=(M_n-M_p)c^2+m_ec^2$. 实验测得的 $1d_{5/2}$ 壳区的镜核的库仑能差 $\Delta E_C=E_C(Z+1)-E_C(Z)$ 的变化，如图 2-6.3 所示. 它显示出奇偶起伏的现象. 当 Z 为奇($Z+1$ 为偶) 时，初态核内所有质子都配对而末态核中有一个不配对粒子，考虑到库仑作用为斥力，所以$\Delta E_C/Z$ 较大.

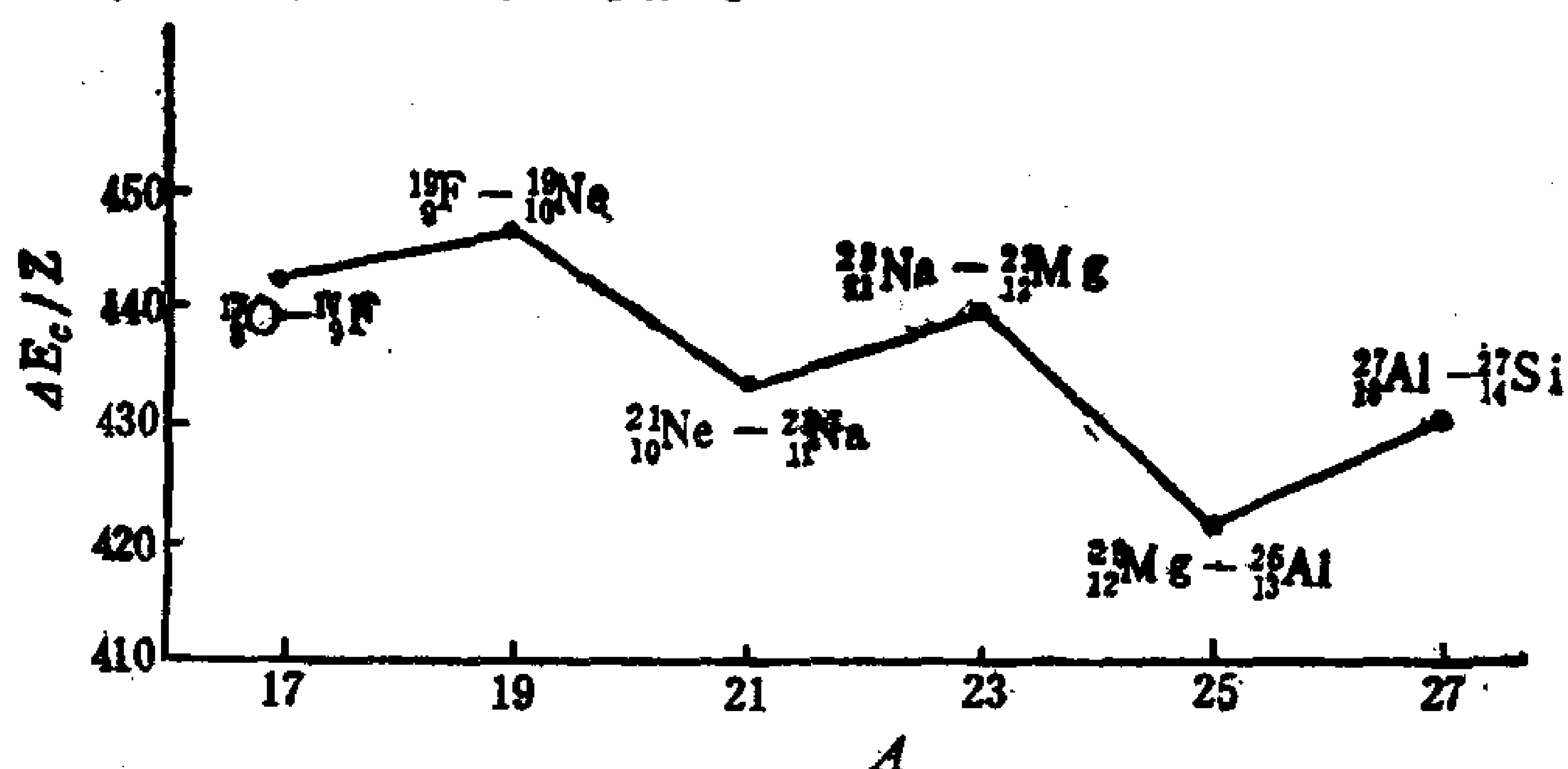


图 2-6.3 镜核的库仑能差的奇偶起伏

※ ※ ※ ※

还可以举出奇偶差的许多实验证据. 例如:

二核子转移反应 偶偶核基态之间的二核子转移反应，如(p, t), (t, p), (^{3}He, n)等，截面的观测值与壳模型计算值相比，有一个很大的加强因子. 而单核子转移反应，例如(d, p), (p, d)等，则无此加强现象.

α 衰变 偶偶核基态之间的 α 衰变现象中观测到有一个很大的加强因子. 奇偶核的 α 衰变分有利衰变和不利衰变两种. 前者指衰变前后奇核子所处单粒子轨道未改变，奇核子颇类似 α 衰变的“旁观者”. 但观测发现，尽管奇偶核的有利 α 衰变也有一个加强因子，但比相应的偶偶核的 α 衰变(无“旁观者”) 小一些，特别是当奇核子所处单粒子能级非常靠近 Fermi 面时，尤其明显.

带交叉频率 ω_C 的奇偶差(见§7.3)

原子核电荷方均半径$\langle r^2\rangle$的奇偶差(见§8.3)

§6.2 核子的配对关联和对相互作用

原子核性质系统出现奇偶差，表明核内核子有配对关联．正是核子之间的相干对关联（*coherent pairing correlation*），造成原子核的“超导性”*，特别是偶偶核低激发谱中存在“能隙”（*energy gap*），这与超导金属中电子的能谱相似．造成核子的相干对关联是由于核子之间存在短程吸引力．

考虑两个核子处于中心力场的轨道角动量为 l 的能级上，角动量耦合为 L（暂不考虑自旋），即

$$\psi(l^2LM)=R_{nl}(r_1)R_{nl}(r_2)\sum_m (lmlM-m|LM)Y_{lm}(1)Y_{lM-m}(2) \tag{1}$$

$R_{nl}(r)$ 为单粒子态的径向波函数．设两个核子之间的短程吸引作用表为

$$V=-V_0\delta(\boldsymbol{r}_1-\boldsymbol{r}_2) \tag{2}$$

在不同 L 态下（L 为守恒量），能级位置是不同的．为此，只需计算 δ 作用在 L 态下的平均值，

$$-V_0\langle\psi(l^2LM)|\delta(\boldsymbol{r}_1-\boldsymbol{r}_2)|\psi(l^2LM)\rangle \tag{3}$$

经过计算**，可得出（与 M 无关）

$$-\frac{V_0F}{4\pi}\frac{(2l+1)^2}{(2L+1)}(l0l0|L0)^2 \tag{4}$$

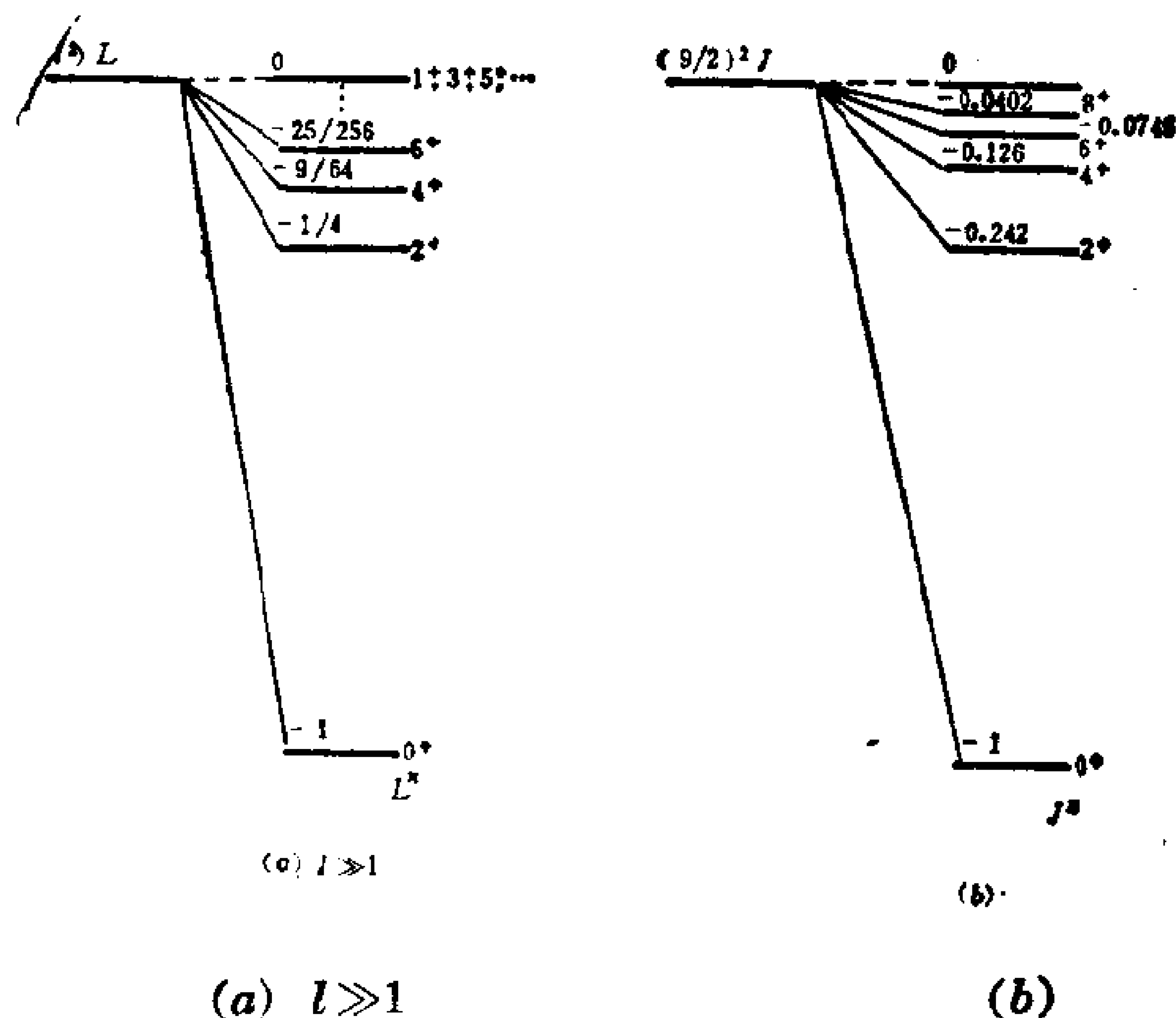
其中

$$F=\int_0^\infty[R_{nl}(r)]^4r^2dr \tag{5}$$

* 这是从金属超导现象中借用过来的用语，是指它们的性质有相似之处（例如低激发谱中的“能隙”），并不是说原子核真有金属超导体那种超导电性．原子核“超导态”（例如偶偶核基态）之间的对转移反应截面有极大加强的现象，可以看成是与金属超导现象类似的现象．

** 例如参阅，曾谨言《量子力学》，p. 521.

当不计及交换对称性要求时，$L=0,1,2,\cdots,2l$．但当 $L=$ 奇数时，$(l0l0|L0)=0$，因此在 $L=$ 奇的状态下，δ 力毫无贡献．从物理上看，这是很好理解的．因为 $L=$ 奇时，波函数对于交换两粒子空间坐标 $\boldsymbol{r}_1\rightleftharpoons\boldsymbol{r}_2$ 是反对称的，因此 $\boldsymbol{r}_1=\boldsymbol{r}_2$ 时 $\psi=0$，而 δ 力却只在 $\boldsymbol{r}_1=\boldsymbol{r}_2$ 处不为 0，所以 δ 力对 $L=$ 奇态的能量无贡献．利用在 $l\gg1$ 下 Clebsch-Gordan 系数 $(l0l0|L0)$ 的性质，可以得出两个粒子在 δ 力作用下的能谱，如图 2-6.4(a)所示．



(a) $l\gg1$　　　　(b)

图 2-6.4　δ 力作用下的二粒子能谱

如计及核子自旋，类似地可以求出在能级 ε_j 上有两个粒子的情况下，

$$-V_0\langle\psi(j^2,JM)|\delta(\boldsymbol{r}_1-\boldsymbol{r}_2)|\psi(j^2,JM)\rangle$$
$$=-\frac{V_0}{8\pi}\frac{(2j+1)^2}{(2J+1)}\left(j\frac{1}{2}j-\frac{1}{2}\middle|J0\right)^2 \tag{6}$$

由于交换反对称性要求，两核子的总角动量 $J=0,2,4,\cdots(2j-1)$，$\left[J=\text{奇是不允许的；此外 } J=\text{奇时，}\left(j\frac{1}{2}j-\frac{1}{2}\middle|J0\right)=0\right]$．以 $j=9/2$ 为例，图 2-6.4(b)给出 δ 力作用下两核子的能谱图．由图 2-6.4(a)、(b)均可看出，两个核子角动量耦合为 0 的状态能级最低．

这是因为在这样状态下两核子在空间靠近的几率最大，因而短程吸引力充分发挥了它的影响.

图 2-6.5(a)给出 $^{210}_{84}Po_{126}$ 的低激发谱，它是双满壳核 $^{208}_{82}Pb_{126}$ 之外有两个质子处于 $h_{9/2}$ 能级上. 图 2-6.5(b)是按 δ 力的计算结果，(选择 V_0，使 $J^\pi=2^+$ 能级与观测结果一致). 可以看出，δ 力的计算结果与实验能谱相似，所以核子之间的吸引短程力性质有一定实验根据. 当然，作用力的细节可能比 δ 力要复杂，但无论如何，核子之间短程吸引力将导致偶偶核低激发谱中的能隙，这是不容置疑的.

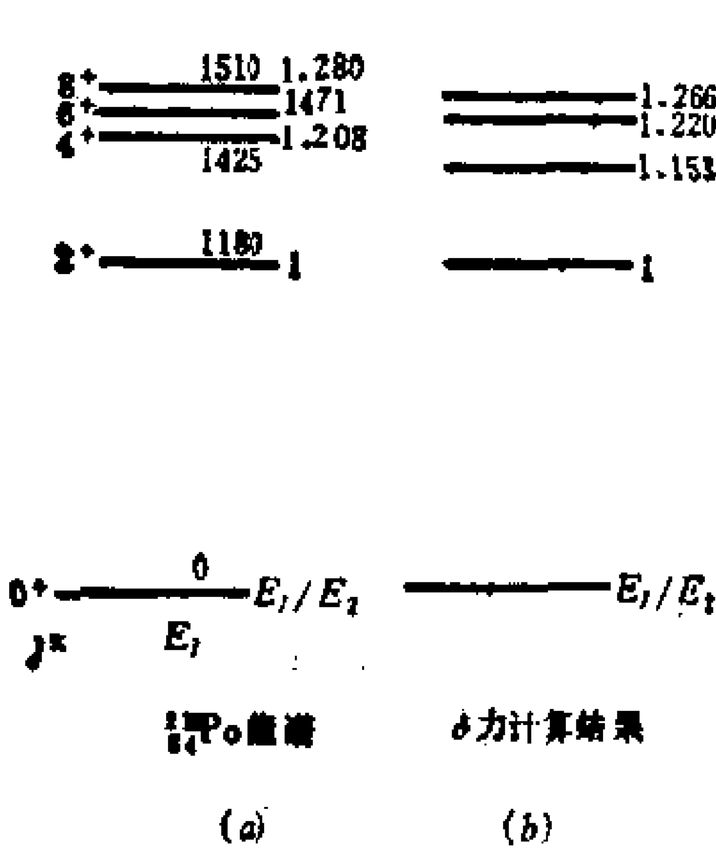


图 2-6.5

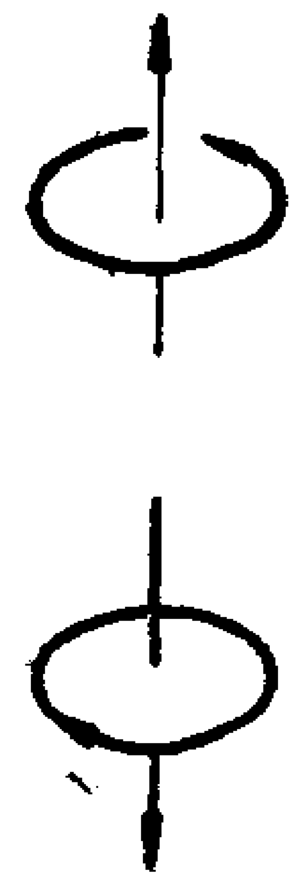


图 2-6.6

我们来分析一下两核子 $J=0$ 波函数的结构:

$$\psi(j^2, J=0)=\sum_m (jmj-m|00)\psi_{jm}(1)\psi_{j-m}(2)$$

$$=\frac{1}{\sqrt{2j+1}}\sum_m (-)^{j-m}\psi_{jm}(1)\psi_{j-m}(2) \tag{7}$$

其中 ψ_{jm} 态($j_z=m\hbar$)如表示绕 z 轴正转(图 2-6.6)，则 ψ_{j-m} 代表绕 z 轴倒转. 除了一个位相因子外，ψ_{j-m} 就是 ψ_{jm} 的时间反演态. 习惯上取 $\psi_{j\bar{m}}\equiv(-)^{j-m}\psi_{j-m}$ 表示 ψ_{jm} 的时间反演态. 因此

$$\psi(j^2, J=0)=\frac{1}{\sqrt{2j+1}}\sum_m \psi_{jm}(1)\psi_{j\bar{m}}(2) \tag{8}$$

在此态下，各种m值下的粒子对$\psi_{jm}(1)\psi_{j\bar{m}}(2)$以相同的位相叠加在一起. 正是由于这一点，使$\delta$力的贡献特别加强($J\neq0$ 态下，例如 $M=0$ 态，$\psi_{jm}(1)\psi_{j\bar{m}}(2)$的叠加位相不尽相同，$\delta$力的贡献抵消很厉害，对能量贡献就大为削弱了). (8)式表示的态常称为配对态.*

为便于描述对关联现象，可引进产生和湮灭算符. 令$a_{jm}^{\dagger}|0\rangle$表示有一个粒子处于$\psi_{jm}$态，$|0\rangle$表示真空态，$a_{j\bar{m}}^{\dagger}|0\rangle=(-)^{j-m}\cdot a_{j-m}^{\dagger}|0\rangle$表示有一个粒子处于$\psi_{jm}$的时间反演态$\psi_{j\bar{m}}$. 于是配对态(8)表为

$$\frac{1}{\sqrt{\Omega_j}}\sum_{m>0}a_{jm}^{\dagger}a_{j\bar{m}}^{\dagger}|0\rangle, \qquad \Omega_j=j+1/2 \tag{9}$$

(在能级ε_j上可容纳Ω_j对全同核子).

以上讨论只是在一条能级上有一对粒子的情况. 如粒子数较大，单粒子能级也不止一条，则即使两核子之间作用采用δ力，处理起来也是很麻烦的. 所以我们不妨把作用力进一步简化，即采用这样的一种二体作用，它只对两核子的配对态($J=0$)有影响，而对$J\neq0$的态则无贡献. 这种作用称为对相互作用(*pairing interaction*)，表为

$$H_{\mathrm{p}}=-G\sum_{jj'}S_j^{\dagger}S_{j'} \tag{10}$$

其中 $$S_j^{\dagger}=\frac{1}{\sqrt{\Omega_j}}\sum_{m>0}a_{jm}^{\dagger}a_{j\bar{m}}^{\dagger},\quad S_j=\frac{1}{\sqrt{\Omega_j}}\sum_{m>0}a_{j\bar{m}}a_{jm}$$

分别代表在ε_j单粒子能级上产生和湮灭一对粒子的算符，G是刻画对相互作用强度的常数(这当然是一种近似). 如果把单粒子(壳模型)哈密顿量H_{sp}也考虑进去，则具有对相互作用的多粒子系

---

* 应当注意，这样的态还不能称为超导态. 超导态是大量的全同费密子对的相干叠加态.

的哈密顿量表为

$$H=H_{\mathrm{sp}}+H_{\mathrm{p}}=\sum_{jm}\varepsilon_j a^+_{jm}a_{jm}-G\sum_{jj'}S^+_jS_{j'} \tag{11}$$

以上讨论的是球形核，单粒子态用好量子数 jm 标记. 对于稳定变形核(轴对称)，单粒子态只能用 Ω^π(j_z 的本征值为 $\Omega\hbar$)来标记(见§4.3). Ω_ν 与 $-\Omega_\nu$ 对应于同一条能级 ε_ν(二重简并). 用 $a^+_\nu|0\rangle$ 表示有一个粒子处于 Ω_ν 态，$a^+_{\bar{\nu}}|0\rangle$ 表示其时间反演态(j_z 本征值为 $-\Omega_\nu\hbar$)，则具有对相互作用的哈密顿量表为

$$H=\sum_\nu \varepsilon_\nu a^+_\nu a_\nu-G\sum_{\nu\nu'}S^+_\nu S_{\nu'} \tag{12}$$

其中

$$S^+_\nu=a^+_\nu a^+_{\bar{\nu}},\ S_\nu=a_{\bar{\nu}}a_\nu$$

分别代表在 ε_ν 能级上产生和湮灭一对粒子的算符.

§6.3 准粒子激发谱

以变形核为例，具有对相互作用的全同核子系的哈密顿量表为(未包括转动部分及其对核子运动的影响)

$$H=\sum_\nu \varepsilon_\nu a^+_\nu a_\nu-G\sum_{\mu\nu>0}S^+_\mu S_\nu \tag{1}$$

分析表明，要严格求解H本征态和本征值仍是相当困难的. 在 Bohr、Mottelson & Pines 提出原子核的超导性概念[1]之后，一些人随即把金属超导性的 BCS 理论和准粒子概念借用过来处理原子核的"超导性".[2] 其基本精神是: 引进一个粒子-准粒子变换(是一个幺正变换)，代入(1)式，然后把准粒子相互作用忽略(近似)，使原来具有对相互作用的多粒子体系化为一个独立的准粒子体系. 这个体系的激发谱就是各种形式的准粒子激发谱. 这个粒子-准粒子变换(称为 Bogoliubov-Valatin 变换)表为

$$\begin{aligned}\alpha_\nu&=u_\nu a_\nu-v_\nu a^+_{\bar{\nu}}\\ \alpha_{\bar{\nu}}&=u_\nu a_{\bar{\nu}}+v_\nu a^+_\nu\end{aligned} \tag{2}$$

$$u_\nu^2+v_\nu^2=1, (u_\nu v_\nu \text{ 为实数，待定}) \tag{3}$$

其逆变换为

$$\begin{aligned} a_\nu &= u_\nu \alpha_\nu + v_\nu \alpha_{\bar{\nu}}^+ \\ a_{\bar{\nu}} &= u_\nu \alpha_{\bar{\nu}} - v_\nu \alpha_\nu^+ \end{aligned} \tag{4}$$

不难证明，粒子产生和湮灭算符满足的 Fermi 子反对易式

$$\begin{aligned} &[a_\nu, a_{\nu'}^+]_+ = \delta_{\nu\nu'}, [a_\nu, a_{\nu'}]_+ = [a_\nu^+, a_{\nu'}^+]_+ = 0 \\ &[a_{\bar{\nu}}, a_{\bar{\nu}'}^+]_+ = \delta_{\nu\nu'}, [a_{\bar{\nu}}, a_{\bar{\nu}'}]_+ = [a_{\bar{\nu}}^+, a_{\bar{\nu}'}^+]_+ = 0 \end{aligned} \tag{5}$$

对于准粒子产生和湮灭算符同样也成立，即

$$\begin{aligned} &[\alpha_\nu, \alpha_{\nu'}^+]_+ = \delta_{\nu\nu'}, [\alpha_\nu, \alpha_{\nu'}]_+ = [\alpha_\nu^+, \alpha_{\nu'}^+]_+ = 0 \\ &[\alpha_{\bar{\nu}}, \alpha_{\bar{\nu}'}^+]_+ = \delta_{\nu\nu'}, [\alpha_{\bar{\nu}}, \alpha_{\bar{\nu}'}]_+ = [\alpha_{\bar{\nu}}^+, \alpha_{\bar{\nu}'}^+]_+ = 0 \end{aligned} \tag{6}$$

由于(2)或(4)式右边，既有产生算符，又有湮灭算符，所以粒子数守恒被破坏. 因此，具有确定的准粒子数的态，所含的粒子数是不确定的. 为弥补这缺陷，在H中添上一项$-\lambda N$(N是粒子数算符)，即

$$H' = H - \lambda N \tag{7}$$

λ作为一个拉氏乘子，根据粒子数(不确定!)的平均值等于体系真正的粒子数来定出. 把(4)式代入(7)，利用(6)式，化成正规乘积(即所有产生算符摆在每一项的左侧，而湮灭算符摆在右侧)，可

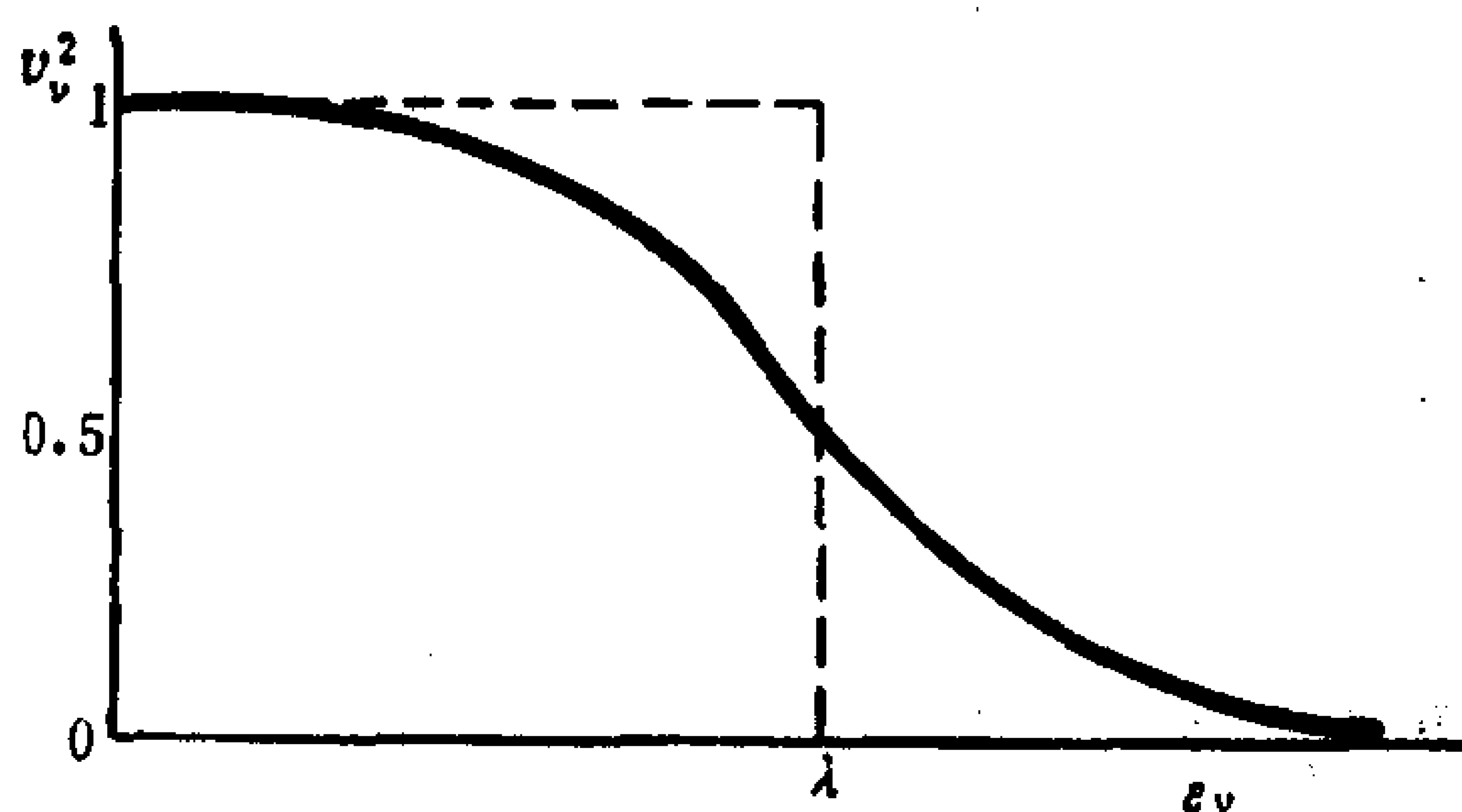


图2-6.7 单粒子能级 ε_ν^0 被粒子对填布的几率 v_ν^2. λ为 Fermi 面. 虚线代表无对力情况下的填布，即完全简并Fermi分布.

得出*

$$H' = U' + H'_{11} + H'_{20} + H'_{\text{int}} \tag{8}$$

其中

U' 是不含准粒子算符的常数项，准粒子激发谱与它无关，

H'_{11} 是含有一个产生和一个湮灭算符的项，

H'_{20} 是含有两个产生或两个湮灭算符的项，

H'_{int} 则含有 4 个准粒子(产生，湮灭)算符，表示准粒子之间相互作用，通常假设它们很小，予以略去.

再让 $H'_{20}=0$，则

$$H' \simeq U' + H'_{11} \tag{9}$$

在此情况下，所描述的就是一个独立的准粒子体系了．它的基态就是准粒子真空态，记为

$$|0\gg = \prod_{\nu} (u_\nu + v_\nu S_\nu^+)|0\rangle \tag{10}$$

其中 v_ν^2 代表单粒子能级 ε_ν 被粒子对填布的几率，而 $u_\nu^2 = 1 - v_\nu^2$ 则是空着的几率．如图 2-6.7 所示．(10)式就是著名的BCS

---

* $$H'_{11} = \sum_\nu \left[(\varepsilon_\nu - \lambda)(u_\nu^2 - v_\nu^2) + 2Gu_\nu v_\nu \left(\sum_\mu u_\mu v_\mu \right) - Gv_\nu^2 (u_\nu^2 - v_\nu^2) \right] \cdot (\alpha_\nu^+ \alpha_\nu + \alpha_{\bar\nu}^+ \alpha_{\bar\nu})$$

$$\simeq \sum_\nu \left[(\varepsilon_\nu - \lambda)(u_\nu^2 - v_\nu^2) + 2Gu_\nu v_\nu \left(\sum_\mu u_\mu v_\mu \right) \right] (\alpha_\nu^+ \alpha_\nu + \alpha_{\bar\nu}^+ \alpha_{\bar\nu}) \tag{11}$$

$$H'_{20} = \sum_\nu \left[(\varepsilon_\nu - \lambda) 2u_\nu v_\nu - G(u_\nu^2 - v_\nu^2) \left(\sum_\mu u_\mu v_\mu \right) - 2Gu_\nu v_\nu^3 \right] \cdot (\alpha_\nu^+ \alpha_{\bar\nu}^+ + \alpha_{\bar\nu} \alpha_\nu)$$

$$\simeq \sum_\nu \left[(\varepsilon_\nu - \lambda) 2u_\nu v_\nu - G(u_\nu^2 - v_\nu^2) \left(\sum_\mu u_\mu v_\mu \right) \right] (\alpha_\nu^+ \alpha_{\bar\nu}^+ + \alpha_{\bar\nu} \alpha_\nu) \tag{12}$$

让 $H'_{20}=0$，并令 $G\sum_\mu u_\mu v_\mu = \Delta$ (13)

可得出 $$2(\varepsilon_\nu - \lambda) u_\nu v_\nu = (u_\nu^2 - v_\nu^2)\Delta \tag{14}$$

平方，并利用 $u_\nu^2 + v_\nu^2 = 1$，得 $4(\varepsilon_\nu - \lambda)^2 u_\nu^2 v_\nu^2 = \Delta^2 (1 - 4u_\nu^2 v_\nu^2)$，由此得出

$4u_\nu^2 v_\nu^2 [(\varepsilon_\nu - \lambda)^2 + \Delta^2] = \Delta^2$．令 $E_\nu = \sqrt{(\varepsilon_\nu - \lambda)^2 + \Delta^2}$ (转下页) (15)

(Bardeen-Cooper-Schrieffer)波函数.

对于偶数粒子体系，基态就是准粒子真空态 $|0\gg$，而激发态则分别为 2 准粒子，4 准粒子，…的激发态. 例如，2 准粒子激发态及相应的能量(相对于准粒子真空态)为

$\alpha_\mu^+\alpha_\nu^+|0\gg$,

$$\sim E_\mu+E_\nu=\sqrt{(\varepsilon_\mu-\lambda)^2+\Delta^2}+\sqrt{(\varepsilon_\nu-\lambda)^2+\Delta^2}>2\Delta \qquad (22)$$

Δ 即能隙参数(见(13)式). 计算表明，$\Delta\gg d$(单粒子能级平均间距). 这样，我们就得到了图 2-6.8(a) 所示的能谱型. 在准粒子激发能级与真空态之间横亘着一个大的能隙($>2\Delta$). 准粒子真空态即超导态.

与此不同，奇数粒子体系的基态为一准粒子态，

$$\alpha_{\nu_0}^+|0\gg,\ \sim E_{\nu_0}=\sqrt{(\varepsilon_{\nu_0}-\lambda)^2+\Delta^2} \qquad (23)$$

则
$$2u_\nu v_\nu=\frac{\Delta}{E_\nu} \qquad (16)$$

由(14),(16)式得
$$u_\nu^2-v_\nu^2=\frac{(\varepsilon_\nu-\lambda)}{E_\nu} \qquad (17)$$

由(15)(16),(17)及 $u_\nu^2+v_\nu^2=1$，可求出
$$u_\nu^2=\frac{1}{2}\left[1+\frac{\varepsilon_\nu-\lambda}{\sqrt{(\varepsilon_\nu-\lambda)^2+\Delta^2}}\right],$$
$$v_\nu^2=\frac{1}{2}\left[1-\frac{\varepsilon_\nu-\lambda}{\sqrt{(\varepsilon_\nu-\lambda)^2+\Delta^2}}\right] \qquad (18)$$

用(16),(15)代入(13)式得
$$\frac{1}{2}\sum_\nu\frac{1}{\sqrt{(\varepsilon_\nu-\lambda)^2+\Delta^2}}=\frac{1}{G} \qquad (19)$$

根据粒子数平均值
$$\overline{N}=\langle\langle 0|N|0\rangle\rangle=2\sum_\nu v_\nu^2=N_0 \quad (体系实际粒子数)$$

可得出
$$\sum_\nu\left[1-\frac{(\varepsilon_\nu-\lambda)}{\sqrt{(\varepsilon_\nu-\lambda)^2+\Delta^2}}\right]=N_0 \qquad (20)$$

(19),(20)式就是确定 λ 和 Δ 的式子. 用(13),(16),(17)式代入(11)式，得
$$H_{独}=\sum_\nu E_\nu(\alpha_\nu^+\alpha_\nu+\alpha_{\bar\nu}^+\alpha_{\bar\nu}) \qquad (21)$$

描述的是一个独立的准粒子体系，准粒子能量为 E_ν.

(a) 偶数粒子系

(b) 奇数粒子系

图 2-6.8 准粒子激发谱

ν_0是最靠近 Fermi 面的单粒子能级．激发态则为其他的一准粒子态，3 准粒子态，5 准粒子态等．例如一准粒子态

$$\alpha_\nu^+|0\gg, \sim E_\nu=\sqrt{(\varepsilon_\nu-\lambda)^2+\Delta^2} \tag{24}$$

相对于基态，其激发能为$(E_\nu-E_{\nu_0})$．考虑到$|\varepsilon_{\nu_0}-\lambda|\ll\Delta$, $|\varepsilon_\nu-\lambda|\ll\Delta$，不难求出

$$E_\nu-E_{\nu_0}\simeq\frac{1}{\Delta}\frac{1}{2}[|\varepsilon_{\nu_0}-\lambda|+|\varepsilon_\nu-\lambda|](\varepsilon_\nu-\varepsilon_{\nu_0})<(\varepsilon_\nu-\varepsilon_{\nu_0}) \tag{25}$$

不但不出现能隙，其低激发谱甚至比没有对力时还要密集一些(图 2-6.8(b)．这样，我们就定性说明了低激发谱型的奇偶差．

图 2-6.9 给出偶偶核 $^{174}_{72}$Hf 的低激发谱，包括基带，β 振动带，γ 振动带，三个二准粒子激发带($K^\pi=6^+, 8^-, 6^-$)和一个四准粒子激发带($K^\pi=14^+$)．根据 $^{174}_{72}$Hf Fermi 面附近的 Nilsson 能级的分析，较低的二准粒子带可能是：$K^\pi=6^+$ 带(质子 404↓+402↑，中子 514↓+512↑，或它们的线性叠加)，$K^\pi=8^-$(质子 514↑+

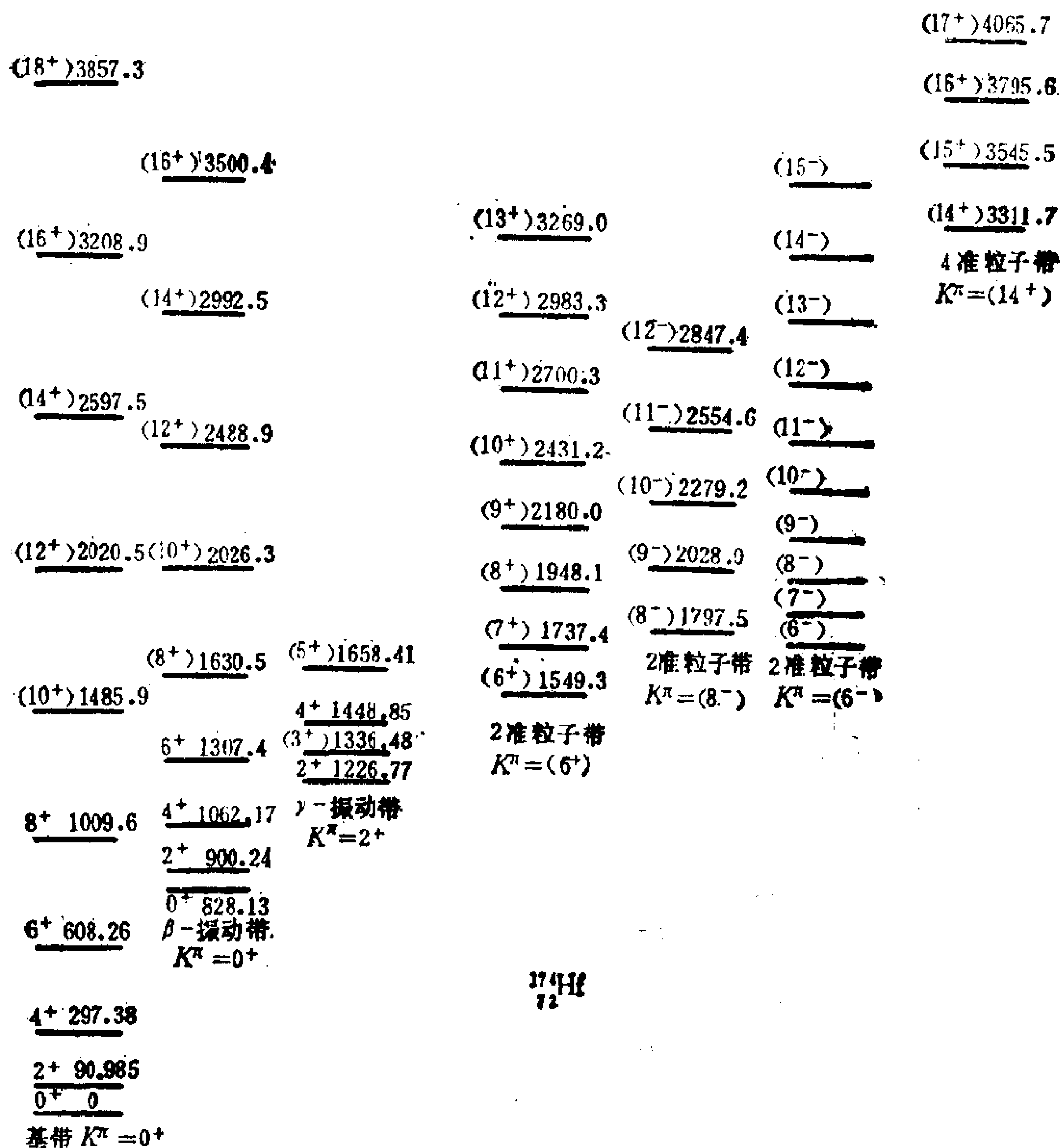


图 2-6.9 ¹⁷⁴Hf 的低激发带. 取自 Nuclear Data Sheets

404↓)，$K^\pi=6^-$(中子 633↑+512↑). $K^\pi=14^+$ 则为 4 准粒子激发带:(中子)633↑+512↑+(质子)514↑+404↓.

实验上在 Hf-W 区一系列同位素的低激发谱中观测到很多高 K 准粒子激发带 (图 2-6.10). 这些高 K 带带首的寿命较长，形成同质异能态 (由于轴对称性带来的选择定则 $\Delta K=0$ 近似成立，或者说 K 禁戒). 可以看出，每一个核的内部激发分成几个阶梯:

$E<1$ MeV 是准粒子真空(偶偶核基态)或 1 准粒子激发带(奇偶核),

$E\sim(1-2.2)$ MeV 是 2 准粒子带或 3 准粒子带,

$E\sim(2.5-3.5)$ MeV 是 4 准粒子或 5 准粒子带,

$E>4$ MeV 则为 6 准粒子带,….

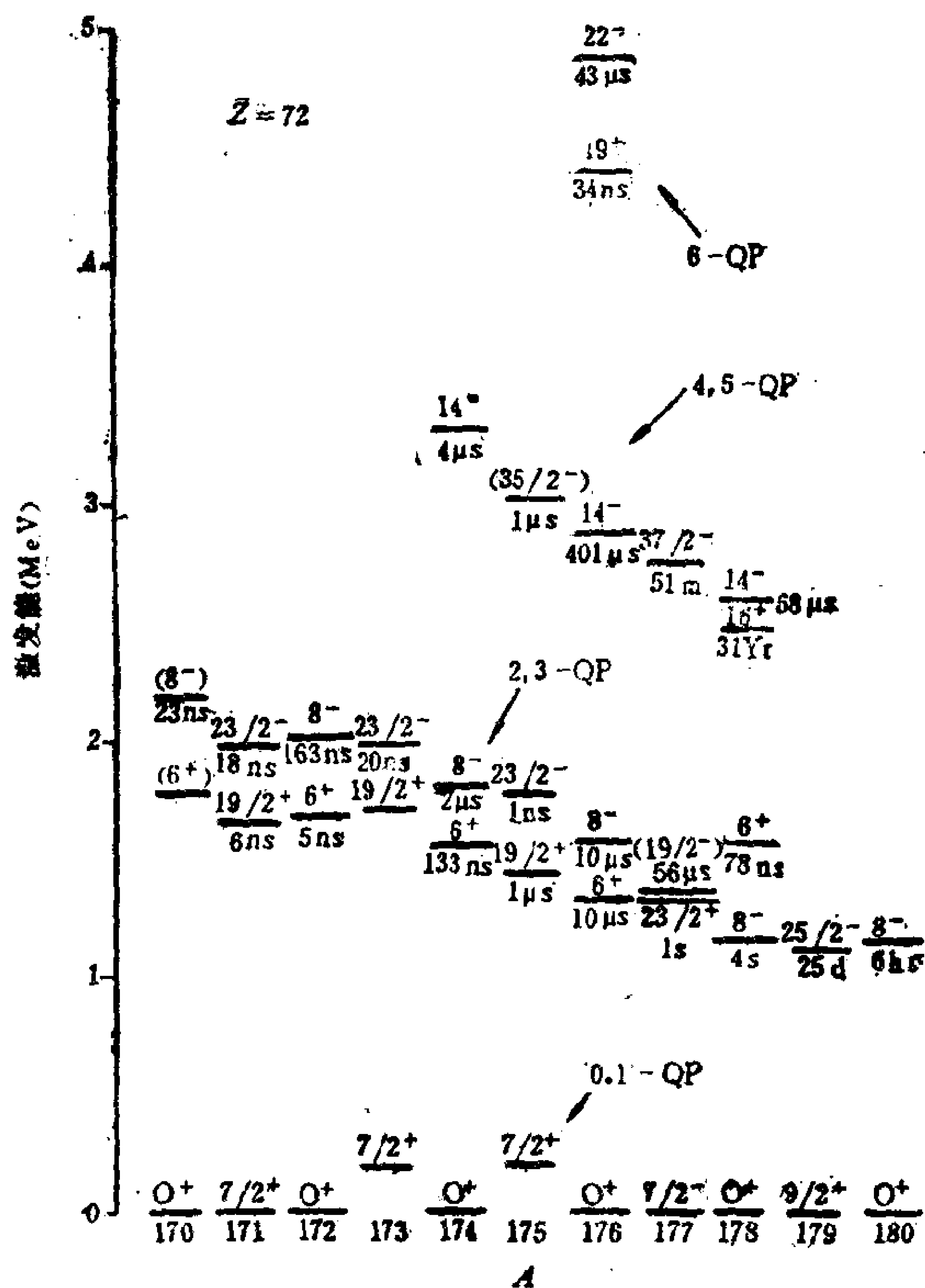


图 2-6.10 Hf 的一系列同位素中的高 K 准粒子激发带.
取自 P. M. Walker, Nuclear Structure, (Appendix to the Daresbury Annual Reports 1982/83) p. 19.

§ 6.4 转动惯量,准粒子相互作用与堵塞效应

除了说明原子核各种性质的奇偶差之外，对关联理论最突出

的成就是较满意地解决了原子核转动惯量问题。

在§5.2中已提到，原子核转动惯量的实验观测值≪刚体值；并提到，如按照推转壳模型[5]，计算结果与刚体值相近，因而与实验不符．A. Bohr & B. R. Mottelson 指出[6]，这可能由于核子之间的剩余相互作用(*residual interaction*，在推转壳模型中未计及)所造成．按照 Bohr，Mottelson & Pines 提出的原子核对关联和超导性概念[1]，S. G. Nilsson & O. Prior[4]在推转壳模型的计算中把核子之间的对相互作用考虑进去(采用 BCS 波函数和准粒子理论)，计算所得转动惯量比刚体值小得多，与观测值基本上一致，如图 2-6.11 所示。

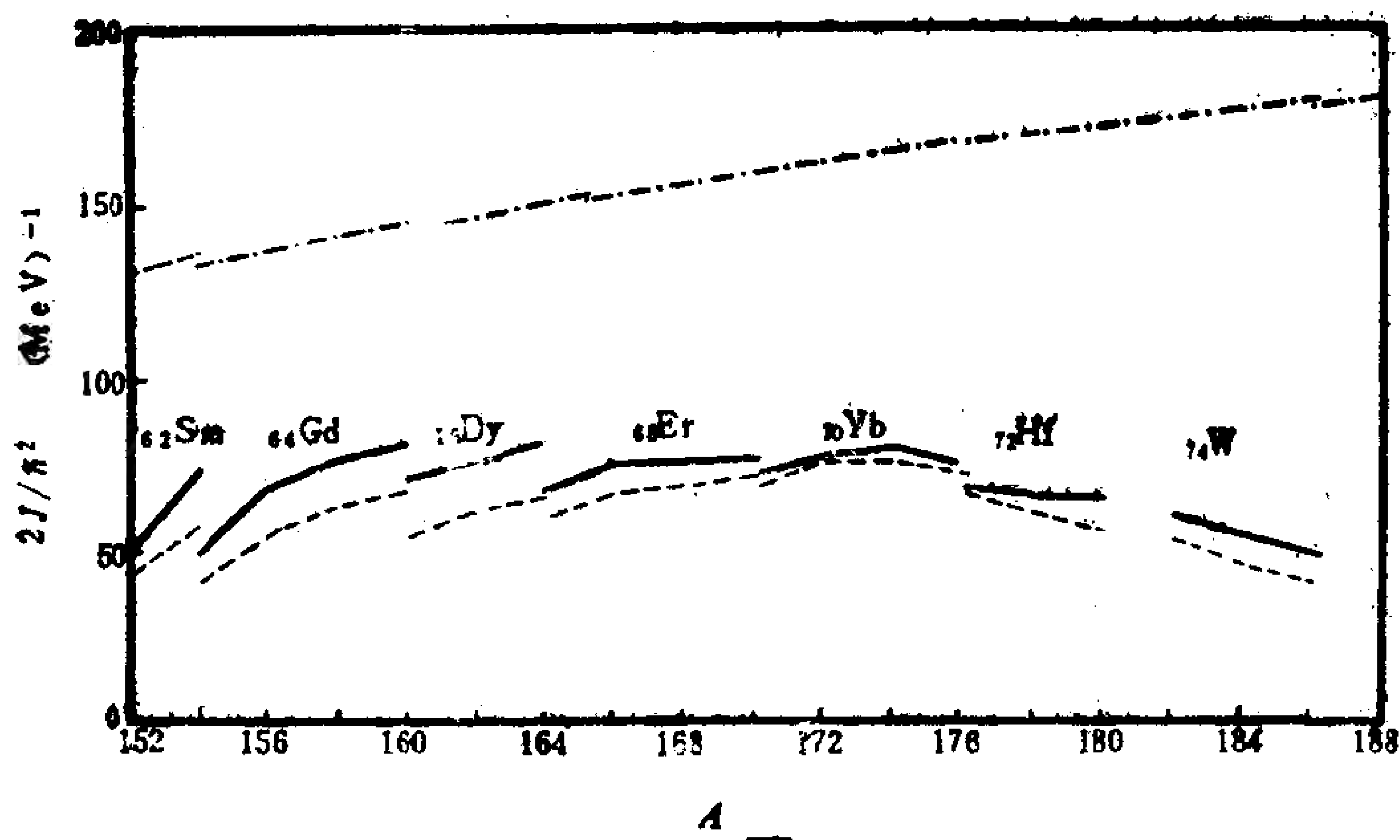


图 2-6.11　原子核转动惯量的计算值与观测值的比较[4]．实线为观测值，点划线—·—·—为刚体值．虚线为准粒子理论计算值(对力强度 $G_n=\frac{17.5}{A}$MeV，$G_p=\frac{23.5}{A}$MeV)．

这里就不介绍 Nilsson & Prior 计算的细节了，仅从物理上

---

5) D. R. Inglis, Phys. Rev. **96** (1954). 1059; **97** (1955) 701; **103** (1956) 1786.

6) A. Bohr and B. R. Mottelson, Mat. Fys. Medd. Dan. Vid. Selsk. **30**, no. 1 (1955)

对计算结果给一个粗浅的解释．为甚么计及对关联后转动惯量会大幅度减小？转动惯量就是原子核旋转时所有核子表现出的惯性的量度．以偶偶核为例，它的基态是准粒子真空态，当原子核旋转时，由于 Coriolis 作用的影响，作为一个量子力学体系，准粒子激发态将混入基态中来(或者说，核子有一定几率跃迁到激发态去)．这种混合的幅度决定了转动惯量的大小．当不计及对力时（原子核处于正常态），计算出的转动惯量接近于刚体值．但当原子核处于超导态时，由于“能隙”的存在，准粒子激发态的能量很高($>2\Delta$)，它们混进基态的幅度将明显减小，从而使转动惯量大大减小(设想一个极端情况，即 $\Delta\to\infty$，此时不管原子核如何旋转，它将永远处于准粒子真空态，或者说核子激发自由度完全冻结，表现为所有核子对原子核的转动“漠然置之”好象它们不存在似的．此时，转动惯量$\to 0$)．

对于奇 A 核，由于奇核子的存在，不允许另外核子对再去占据它(堵塞效应，*blocking effect*)，对力的发挥受到削弱，表现为能隙变小一些(相对于偶偶核)，因而转动惯量会大一些．堵塞效应是造成奇偶差的主要原因．但是，正如 Rowe 指出，[7]尽管堵塞效应是直截了当的，但用 BCS 方法却极难处理它，因不同的堵塞将导致不同的准粒子基矢．这是用 BCS 方法来处理原子核对关联所碰到的最严重的困难．

图 2-6.11 中给出的是偶偶变形核基带的转动惯量．按照流行的对关联的准粒子理论，设 J_0 表示内部态为准粒子真空态$|0\gg$(偶偶核基带)的转动惯量，$J(\nu_1)$和 $J(\nu_2)$分别表示内部态为 1 准粒子态 $\alpha^+_{\nu_1}|0\gg$ 和 $\alpha^+_{\nu_2}|0\gg$ 的转动带的转动惯量，$J(\nu_1\nu_2)$表示 2 准

---

7) D. J. Rowe, Nuclear Collective Motion, (Methuen, London, 1970) pp. 194-195.

粒子态 $\alpha^+_{\nu_1}\alpha^+_{\nu_2}|0\gg$ 的转动带的转动惯量，则可以证明，[8]

$$[J(\nu_1)-J_0]+[J(\nu_2)-J_0]=[J(\nu_1\nu_2)-J_0] \tag{1}$$

类似有
$$[J(\nu_1)-J_0]+[J(\nu_2)-J_0]+[J(\nu_3)-J_0] = [J(\nu_1\nu_2\nu_3)-J_0], \tag{2}$$

……………

$[J(\nu_1)-J_0]$可视为准粒子 $\alpha^+_{\nu_1}|0\gg$ 对转动惯量的贡献，$[J(\nu_1\nu_2)-J_0]$则视为两个准粒子 $\alpha^+_{\nu_1}\alpha^+_{\nu_2}|0\gg$ 对转动惯量的贡献．按独立准粒子理论的精神，(1)式是很自然的结论．(1)式可改写成

$$R=\frac{[J(\nu_1)-J_0]+[J(\nu_2)-J_0]}{[J(\nu_1\nu_2)-J_0]}=1 \tag{3}$$

更一般说来
$$R=\frac{\sum_{i=1}^{N}(J(\nu_i)-J_0)}{J(\nu_1\cdots\nu_N)-J_0}=1 \tag{4}$$

(试与§6.3，(22)，(23)式比较)．

但实验资料分析表明，系统地

$$R>1 \tag{5}$$

例：参阅图 2-6.9，^{174}Hf 基带 $2J_0/\hbar^2=65.945\ \mathrm{MeV}^{-1}$

中子 2 准粒子激发带 $K^\pi=6^-$带$(633\uparrow+512\uparrow)$，

$2J/\hbar^2=120\ \mathrm{MeV}^{-1}$

质子 2 准粒子激发带 $K^\pi=8^-$ 带$(514\uparrow+402\uparrow)$，

$2J/\hbar^2=78.9\ \mathrm{MeV}^{-1}$

而根据相邻奇中子核，

^{173}Hf 的$[633\uparrow]7/2^+$带，$2J/\hbar^2=143.4\ \mathrm{MeV}^{-1}$

^{175}Hf 的$[633\uparrow]7/2^+$带，$2J/\hbar^2=156.5\ \mathrm{MeV}^{-1}$

平均值$\approx 150\ \mathrm{MeV}^{-1}$

^{173}Hf 的$[512\uparrow]5/2^-$带 $2J/\hbar^2=78.0\ \mathrm{MeV}^{-1}$

---

8) J. Y. Zeng and T. S. Cheng, Nucl. Phys. **A405** (1983) 1.

^{178}Hf 的[512↑]5/2⁻带 $2J/\hbar^2=86.0\ \mathrm{MeV}^{-1}$

平均值 $=82.0\ \mathrm{MeV}^{-1}$

由此可计算出 $$\frac{[J(633\uparrow)-J_0]+[J(512\uparrow)-J_0]}{J(633\uparrow+512\uparrow)-J_0}=1.85$$

类似可计算出 $$\frac{[J(514\uparrow)-J_0]+[J(402\uparrow)-J_0]}{J(514\uparrow+402\uparrow)-J_0}=1.70$$

实验事实 $R>1$

或 $$[J(\nu_1)-J_0]+[J(\nu_2)-J_0]>[J(\nu_1\nu_2)-J_0]$$

表明与独立准粒子概念的偏离，或理解为准粒子剩余相互作用的影响，实际上其主要原因是堵塞效应(*blocking effect*)[9)]，而在BCS理论中很难处理它[7)]。

9) J. Y. Zeng, T. S. Cheng, L. Cheng and C. S. Wu, Nucl. Phys. **A411** (1983), 49; **A414** (1984) 253; **A421** (1984) 125.

第七章　原子核高自旋态

§7.1　高自旋态的实验制备

70 年代以前，由于实验条件的限制，人们只能制备离开β稳定线不太远的核素以及自旋不太高的核态. 从 60 年代开始，重离子加速器陆续建成，探测技术也取得了重大进步，使得制备高自旋态和远离β稳定线的核素成为可能，从而形成了核物理前沿的极为活跃的领域.

实验上制备高自旋态主要有两种手段:

(*a*) 重离子库仑激发. 早在 50 年代，人们已经利用库仑激发来探测原子核的集体激发(转动和振动)，但当时使用的入射离子都很轻(例如 α 粒子)，能激发的核态的自旋比较低(一般 $I<10$). 70 年代后，加速重离子已经实现. 特别是近年来极重离子 (例如 ^{208}Pb 离子)库仑激发的使用，就有可能激发自旋很高的核态. 例如用 ^{208}Pb 离子库仑激发，已测出锕系核基带的自旋高达 $I\sim30$ 的激发态.

(*b*) (HI, xn)反应(重离子融合，蒸发中子).

如图 2-7.1 所示，当入射重离子能量较高，则足以克服靶核的库仑斥力而与靶核融合. 在蒸发若干个中子之后所形成的残核处于具有很高能量和角动量的激发态区 (图 2-7.2). 这些核态的能级非常密集，常称为"热"(*hot*)体系. 随后，残核通过一系列统计跃迁(或称"降温"跃迁，"*cooling*" *transition*)，把能量释放出去(但带走的角动量极微)，使体系变"冷". 伴随这些统计跃迁的大量 γ 射线的频率非常密集，彼此无法分开，于成 γ 谱的连续区(图 2-7.3). 经过统计辐射之后，核态处于晕线 (*yrast line*)附

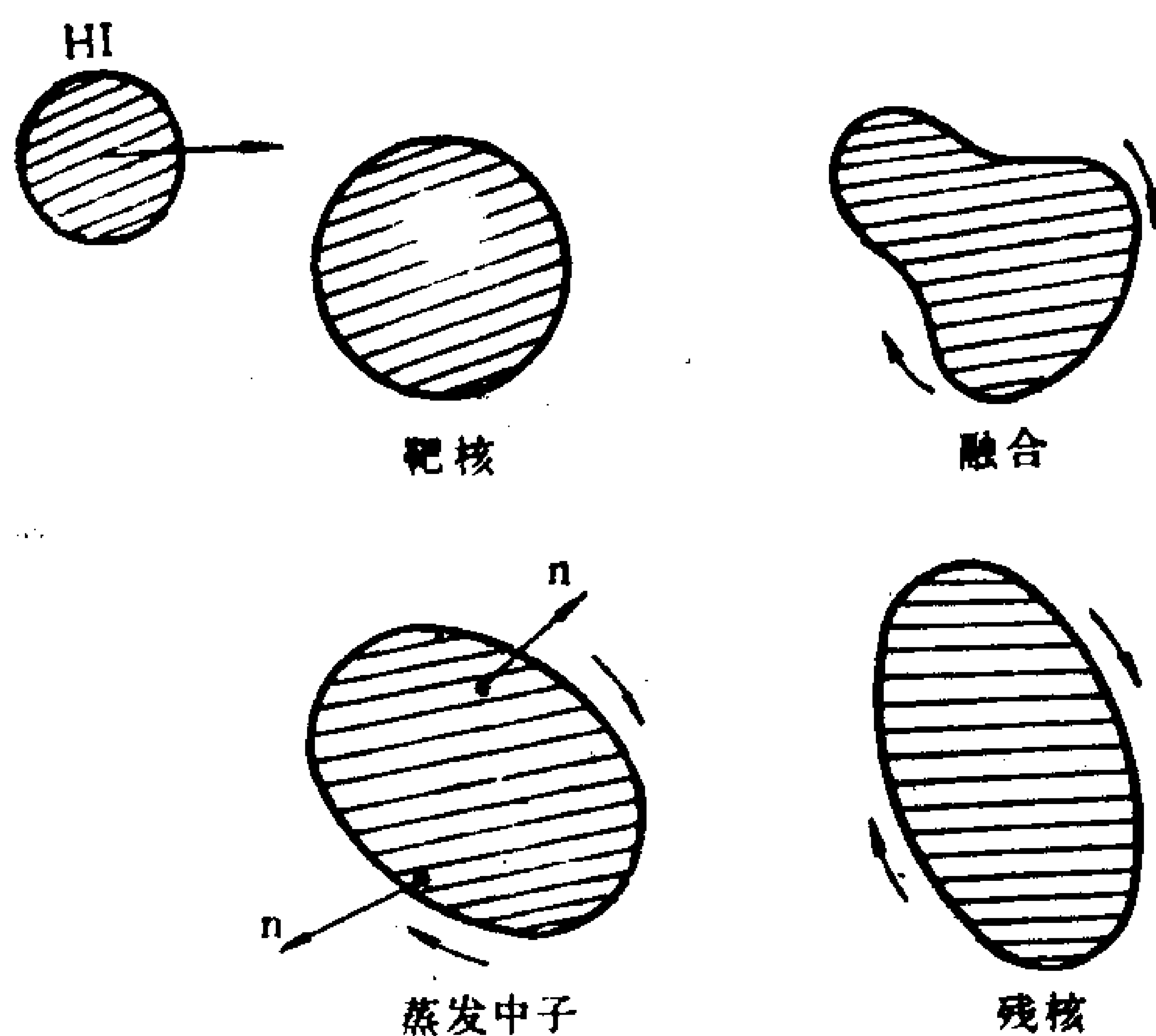


图 2-7.1 (HI, xn)反应过程

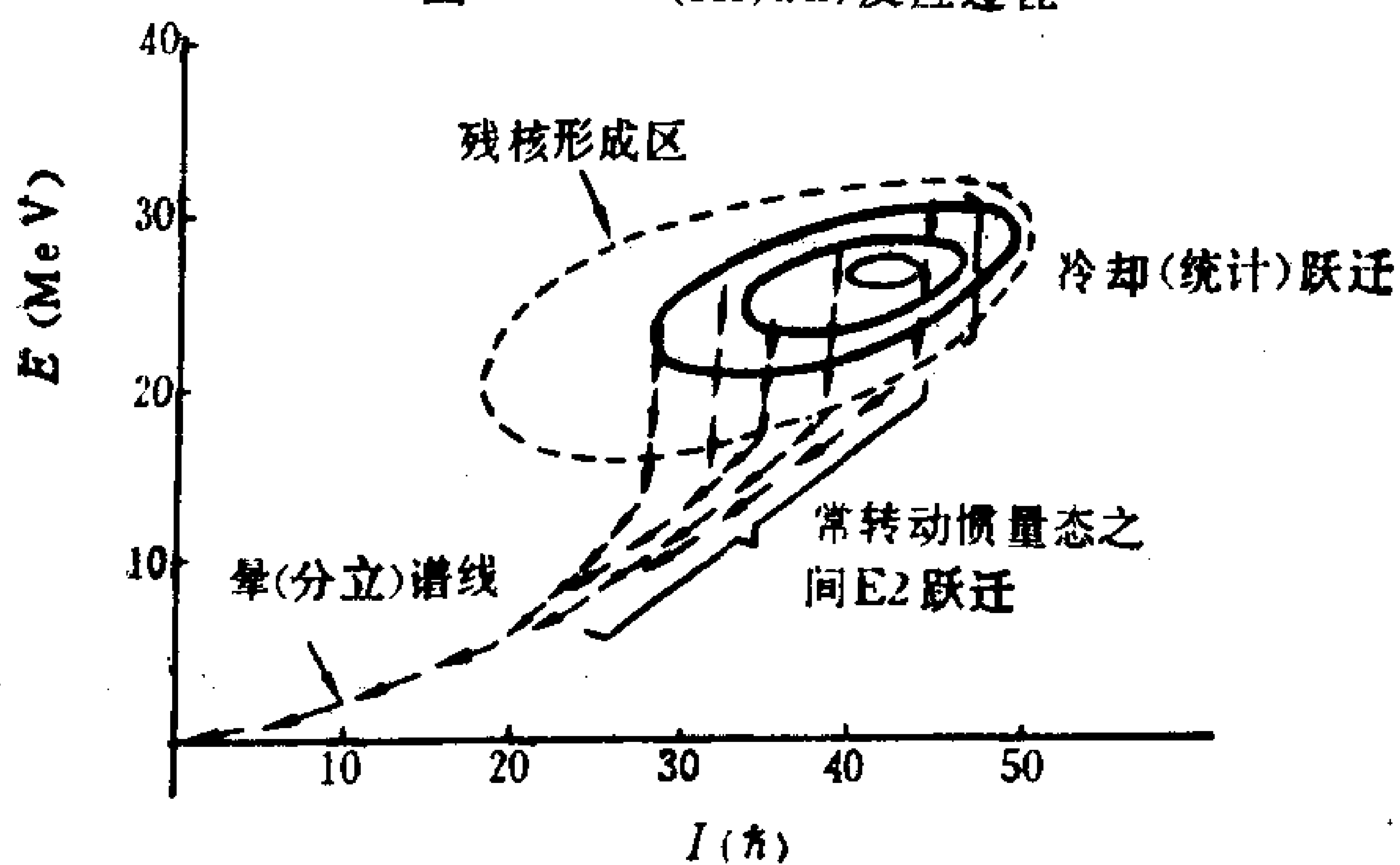


图 2-7.2 取自 Daresbury 1984/5(Annual Reports)p.20

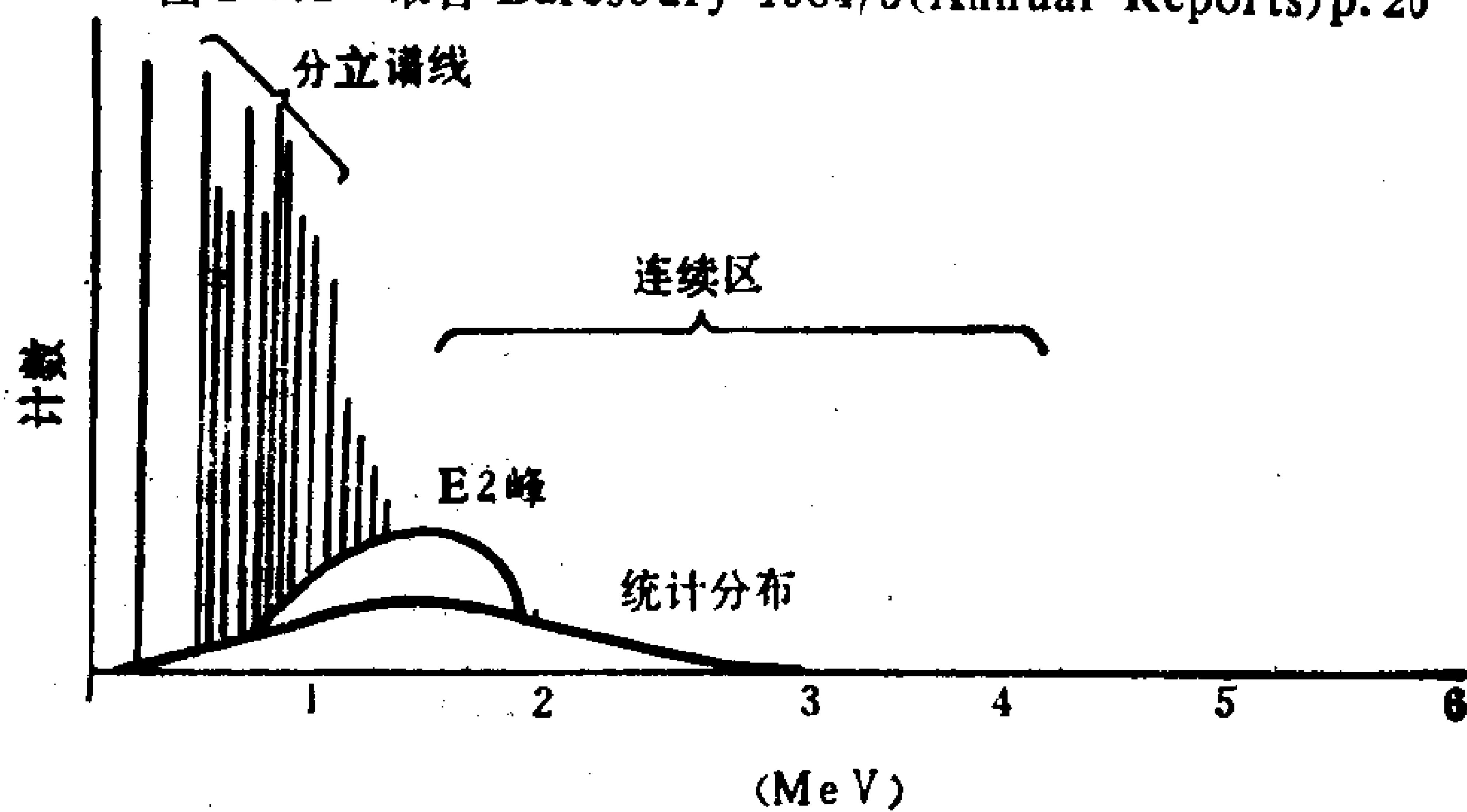


图 2-7.3 取自 Daresbury 1984/5 (Annual Reports)p.20

近（图 2-7.2）．所谓晕态（*yrast state*），是指给定角动量 I 之下能量 E 最低的状态．在晕线附近，核能级密度很稀．处于晕线附近的原子核的激发能和角动量，将通过一系列沿晕线（或大致与晕线平行）的电四极（E2）跃迁而带走．这个退激过程产生的 γ 射线可彼此分开，形成分立的 γ 谱线，（图 2-7.3）．

(HI, xn) 反应的残核是贫中子核．目前稀土核（贫中子核）的高自旋态主要是通过（HI, xn）反应来观测．如残核的质量过大（例如处于锕系核区），由于强的库仑斥力，它们很容易裂变．因此用（HI, xn）反应难以观测锕系核的高自旋态．

在（HI, xn）反应中形成的残核，处于高角动量状态．由于高速旋转产生的离心力，有可能使残核发生裂变．试问，原子核所能具有的角动量有什么限度？S. Cohen 等[1]用经典带电液滴模型（在此模型中忽略了壳效应、对能项、对称能项等量子效应），估算了稳定原子核所能具有的角动量的上限，（图 2-7.4）．Cohen 等的文章中计算的是 β 稳定线附近的原子核．图 2-7.4 中，B_f（裂变势垒）$=0$ 实线表示，当 β 稳定核的角动量超过此线时，它们对于裂变是不稳定的．在 $B_f=0$ 曲线之下，虽然原子核对于裂变存在一个势垒，可以阻止核裂变，但由于裂变势垒还较低，裂变仍然是核衰变的主要方式．因此用 $B_f=8$ MeV（单核子平均结合能）曲线来标记原子核对裂变的稳定性更恰当些．在 $B_f=8$ MeV 曲线之下，原子核主要通过蒸发中子来释放能量．图中虚线表示，当角动量值在虚线之下时，液滴呈扁椭球，而角动量值在虚线之上时，呈三轴变形．利用图 2-7.4 中的 $B_f=8$ MeV 曲线，可以估算不同大小（A）的原子核所能具有的角动量的上限 $I_{max}(A)$．由图 2-7.4 可看出，在 $A\sim150$ 附近，稳定原子核所能具有的角动量最大，$I_{max}\sim75\hbar$．当

1) S. Cohen, et al., Ann. of Physics, **82** (1974) 557.

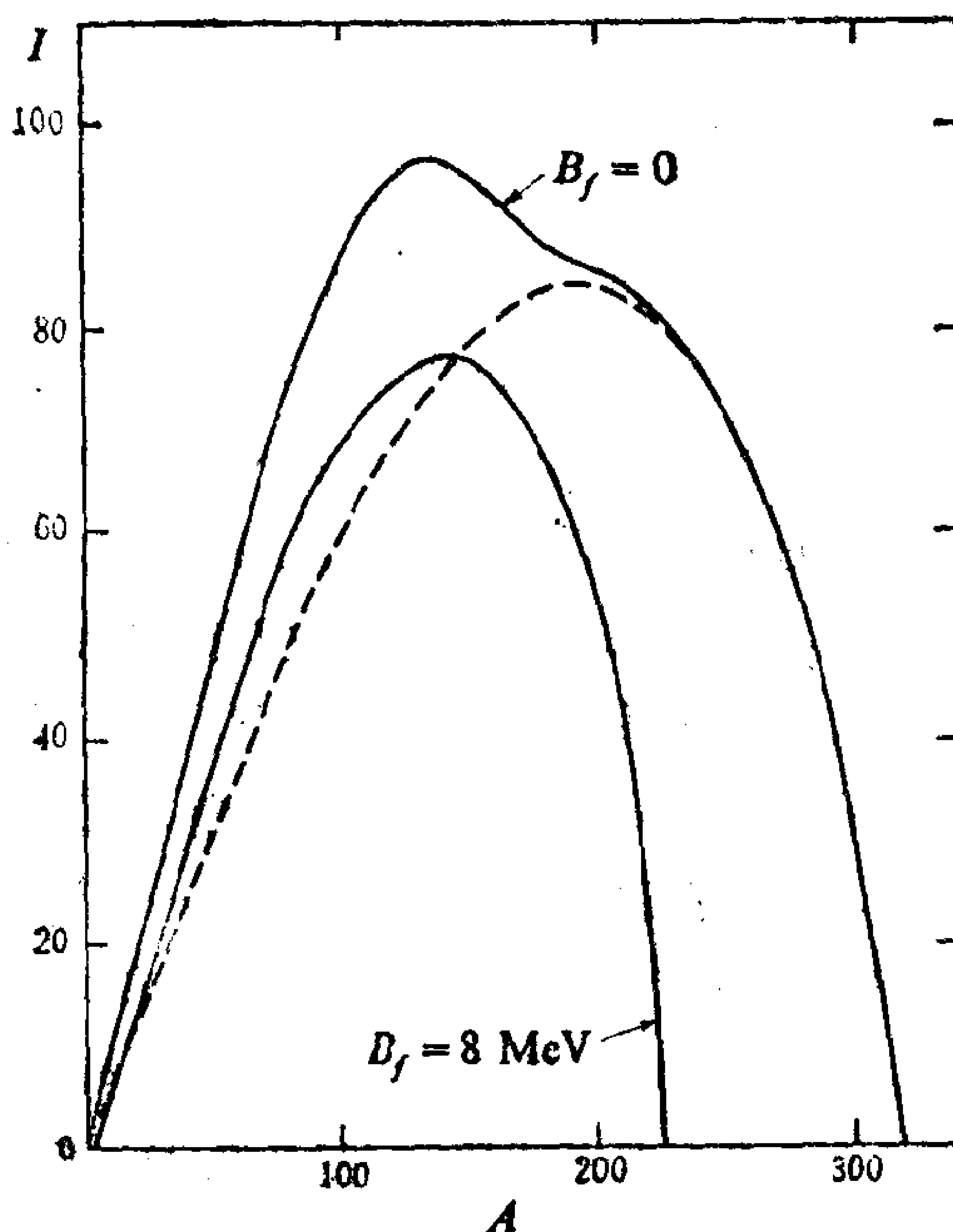


图 2-7.4 取自 A. Bohr and B. R. Mottelson, Japan J. Phys. Suppl. 44 (1978) 152. 此图是根据 S. Cohen, et al.[1]的计算绘制的.

$A>230$之后，裂变势垒低于 8 MeV，裂变将成为主要的衰变方式. 因而通过(HI, xn)反应来研究它们的高自旋态就不合适了.

近几年来，人们开始利用重离子诱发的裂变(*heavy-ion-induced fission*)来研究不太重的原子核. 图 2-7.1 中，若残核的角动量过高或质量过大，则离心力和库仑斥力可以把残核拉长，变成"哑铃"形状(图 2-7.5)，然后经过断裂点(*scission point*)而分裂成两块初级碎片. 它们将迅速蒸发若干中子，随后发射一些 γ 射线而释放能量，最后形成两块次级碎片 A_1 和 A_2，各具有一定角动量 j_1 和 j_2. 融合体系的绝大部分角动量变成了两个碎片的相对运动角动量. 这种反应的产物是丰中子核. 有不少远离 β 稳定线

的丰中子核，目前还只能依靠这个方法来制备.

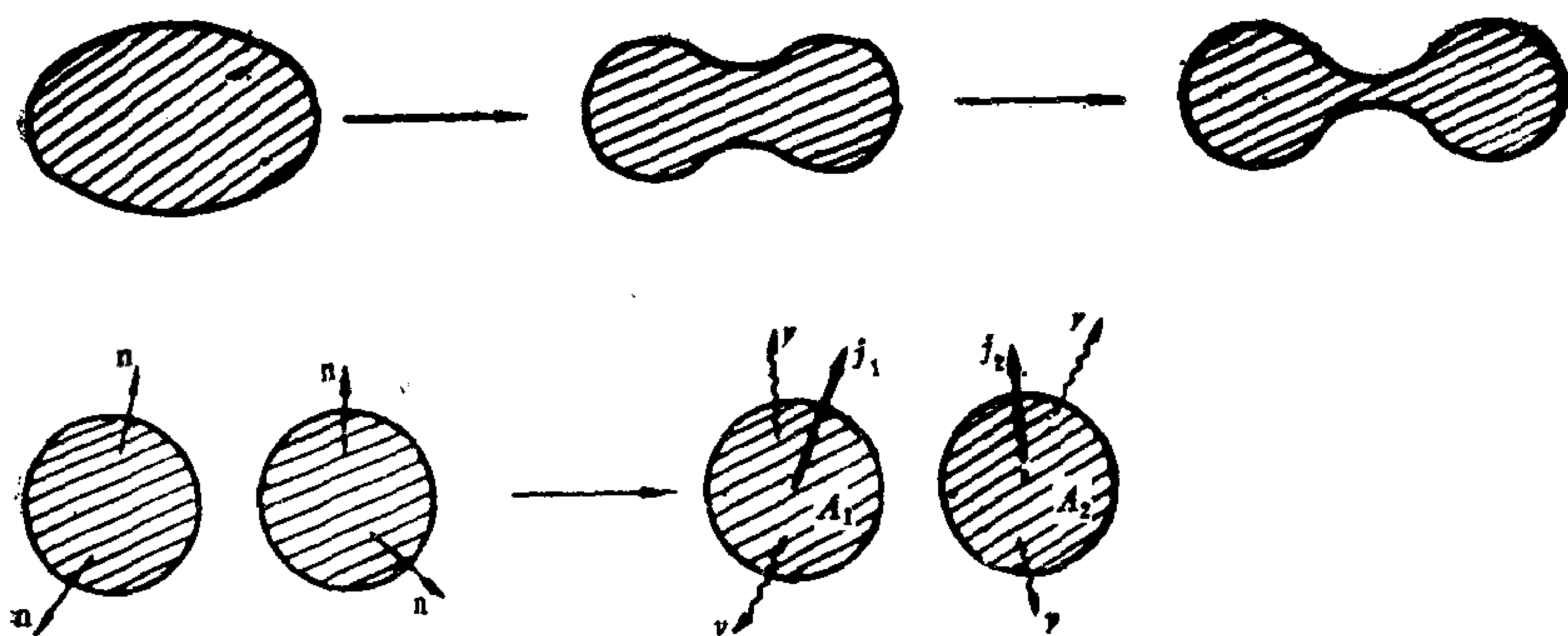


图 2-7.5　重离子诱发裂变

§7.2　回弯现象及其物理机制

A. Johnson 等 (1971)[2]通过 $^{160}Gd(\alpha, 4n)^{160}Dy$ 反应研究了 ^{160}Dy 的高自旋态. 根据观测到的转动带能谱，他们分析了转动惯量 J 随转动角频率 $\omega(I)$ 变化的规律. 发现在 $I\sim14$ 附近，J-ω^2 曲线出现不规则的回弯现象(*backbending*)，见图2-7.6. 一般说来，随角动量 I 增大，原子核的转动惯量也逐渐增大. 我们可以利用转动谱相邻能级之间的 E2 γ 跃迁能量来提取转动惯量的平均值. 例如，对于轴对称变形核，

$$E(I+1)-E(I-1)\simeq\frac{\hbar^2}{2J(I)}[(I+1)(I+2)-(I-1)I]$$

$$=\frac{\hbar^2}{2J(I)}2(2I+1)$$

所以

$$\frac{\hbar^2}{2J(I)}=\frac{2(2I+1)}{E_\gamma(I+1\to I-1)}. \tag{1}$$

2) A. Johnson, H. Ryde, and J. Sztarkier, Phys. Lett. **B34** (1971) 605

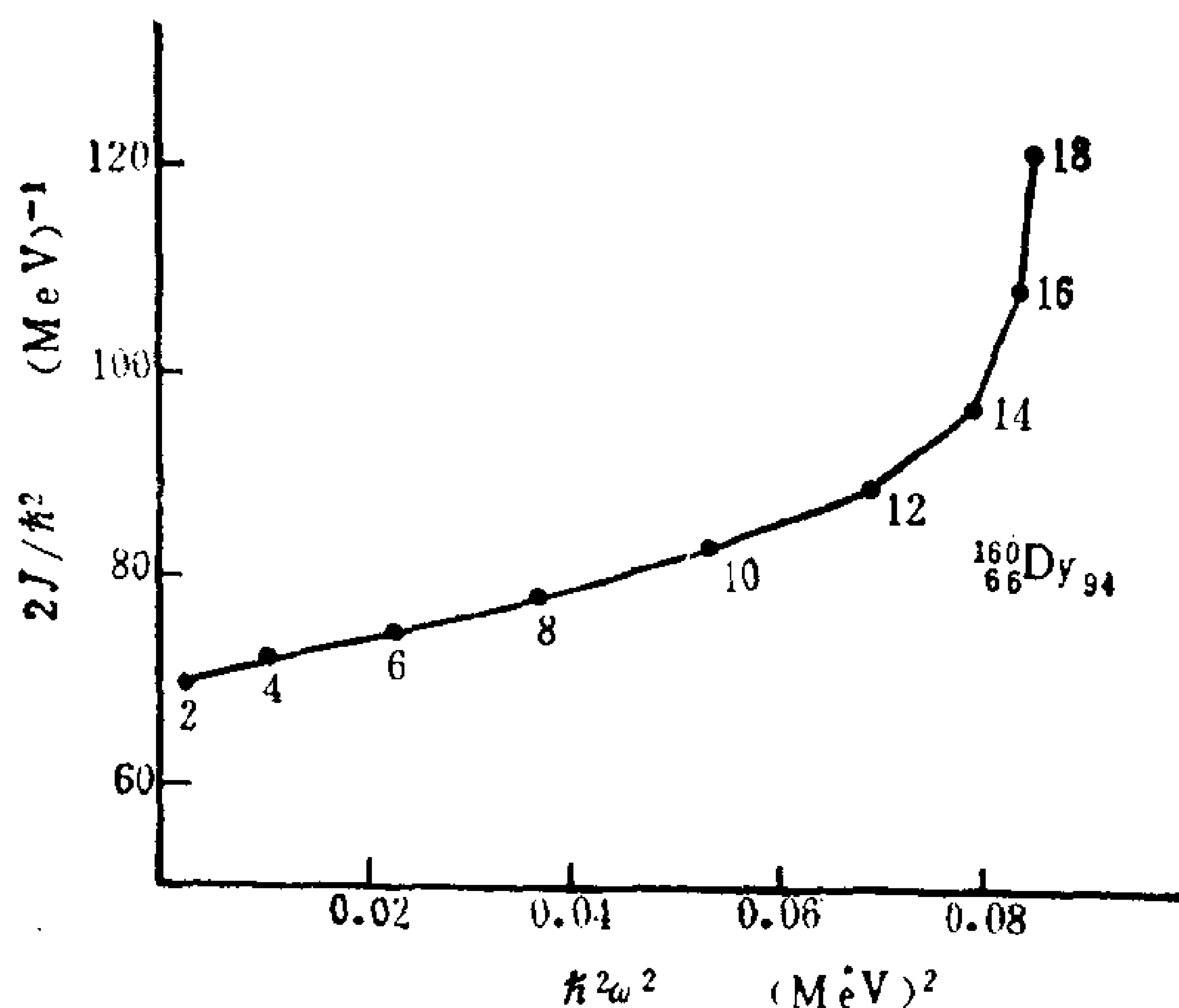


图 2-7.6 A. Johnson 等观测到的第一个回弯现象[2]

绕 x 轴旋转的角频率 ω，按正则关系 $\hbar\omega=\dfrac{dE}{dI_x}$，可用下式提取（见§5.3)：

$$\hbar\omega(I)\simeq\frac{E(I+1)-E(I-1)}{I_x(I+1)-I_x(I-1)} \tag{2}$$

其中

$$I_x(I)=\sqrt{(I+1/2)^2-K^2}\approx\sqrt{I(I+1)},\ (\text{当 } I\gg1) \tag{3}$$

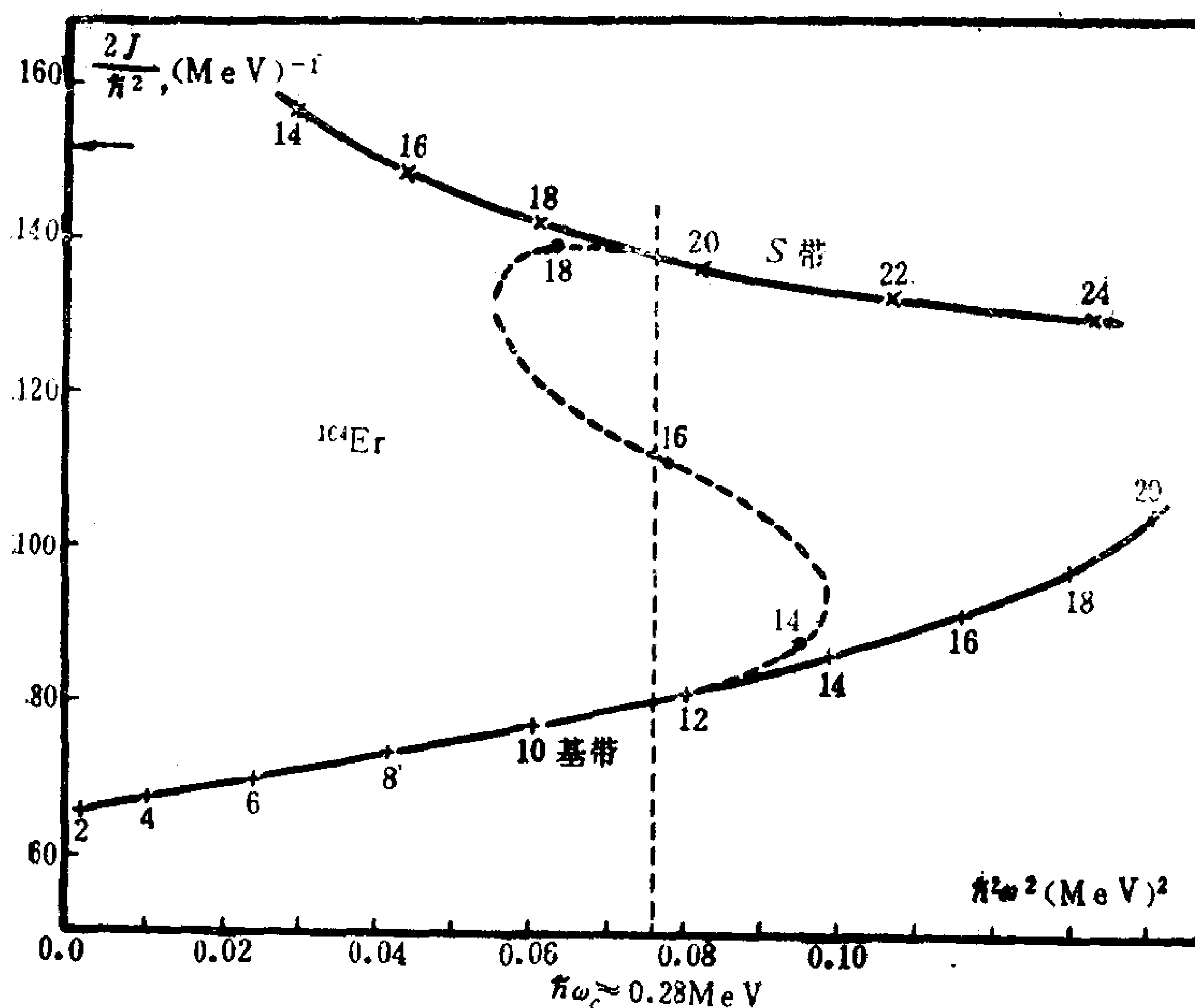
或

$$\hbar^2\omega^2(I)=\frac{I^2-I+1}{2(2I-1)^2}\,E_\gamma^2(I+1\to I-1)\approx\frac{1}{4}E_\gamma^2(I+1\to I-1) \tag{4}$$

当原子核角动量 I 不太大时，$\mathcal{J}$ 随 ω 增加而缓慢上升的现象，可以用 Coriolis 作用的高级微扰对转动惯量的贡献来解释．但对于图 2-7.6 所示的在 $I\sim14$ 附近的回弯现象，则难以说明．

回弯现象的发现，引起了人们探讨原子核高自旋态的兴趣．对于转动惯量 $\mathcal{J}$ 随 ω 变化的如此离奇的现象，曾经有过不同见解

的争论．例如有人认为在发生回弯处原子核已发生了从超导态到正常态的相变[3]．但不久就搞清楚了(Stephens & Simon[4]，1972)，在回弯处实际上是内部结构颇不相同的两个转动带的交叉(*band-crossing*)．一个是基带，其内部态是诸核子处于配对状态，转动惯量比较小，所以随 I 增大 $E(I)$ 上升较快．另一个带为激发带，称为 S 带(早期人们理解为 Stockholm 带，因此现象是在Stockholm 发现的，现今人们理解为 *superband*)，它的内部态主要是处于高 j 低 Ω 闯入轨道上的一对粒子被拆散．它们由于受到很强的 Coriolis 作用的影响，角动量沿集体转动轴方向顺排，表现为转动惯量很大，所以随 ω 增大，能级上升较慢，以致在回弯之后

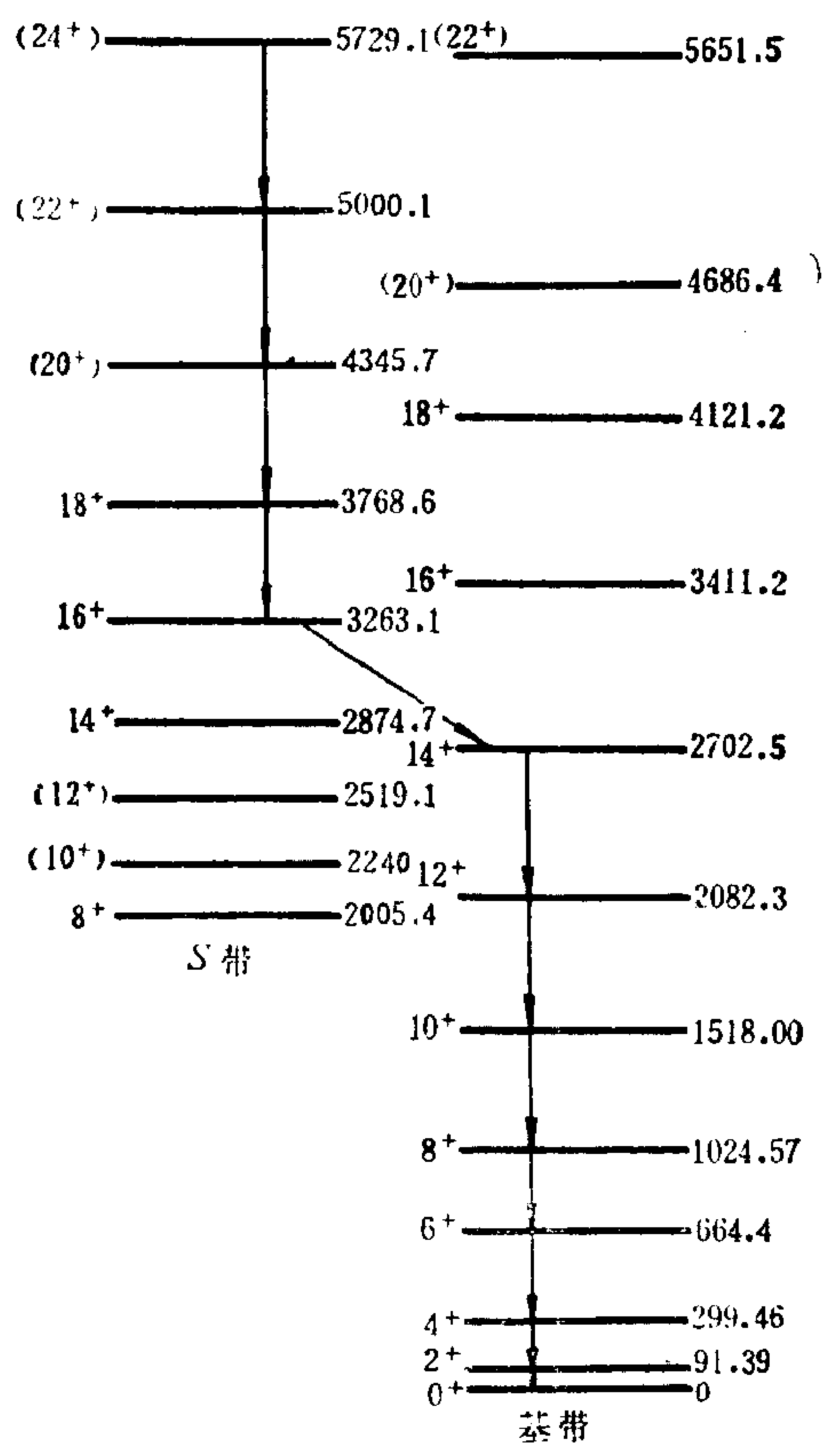


(*a*)

---

3) B. R. Mottelson, Proc. Nuclear Structure Symposium of the Thousand Lakes, Joutsa (1970), Nordita Publication, no. 417.

4) F. S. Stephens and R. S. Simon, Nucl. Phys. **A183** (1972) 257.



(b)

图 2-7.7 $^{164}_{68}$Er 的回弯现象

图中用 I 标记的点子是指从 $I\to I-2$ 的跃迁. (a) 取自 A. Bohr and B. R. Mottelson[5], (b) 取自 E. M. Shurshikov, Nucl. Data Sheets, **47** (1986) 433.

S 带反而成了晕带，而基带的成员反而成了次晕带(*yrare band*). 图 2-7.7 给出了一个示例.

Stephens & Simon 曾经用一个经典力学的比喻来说明原子核内的角动量顺排的现象. 图 2-7.8 中，有一个旋转的飞轮架在一

5) A. Bohr and B. R. Mottelson, Japan J. Phys. Suppl. **44** (1978) 152

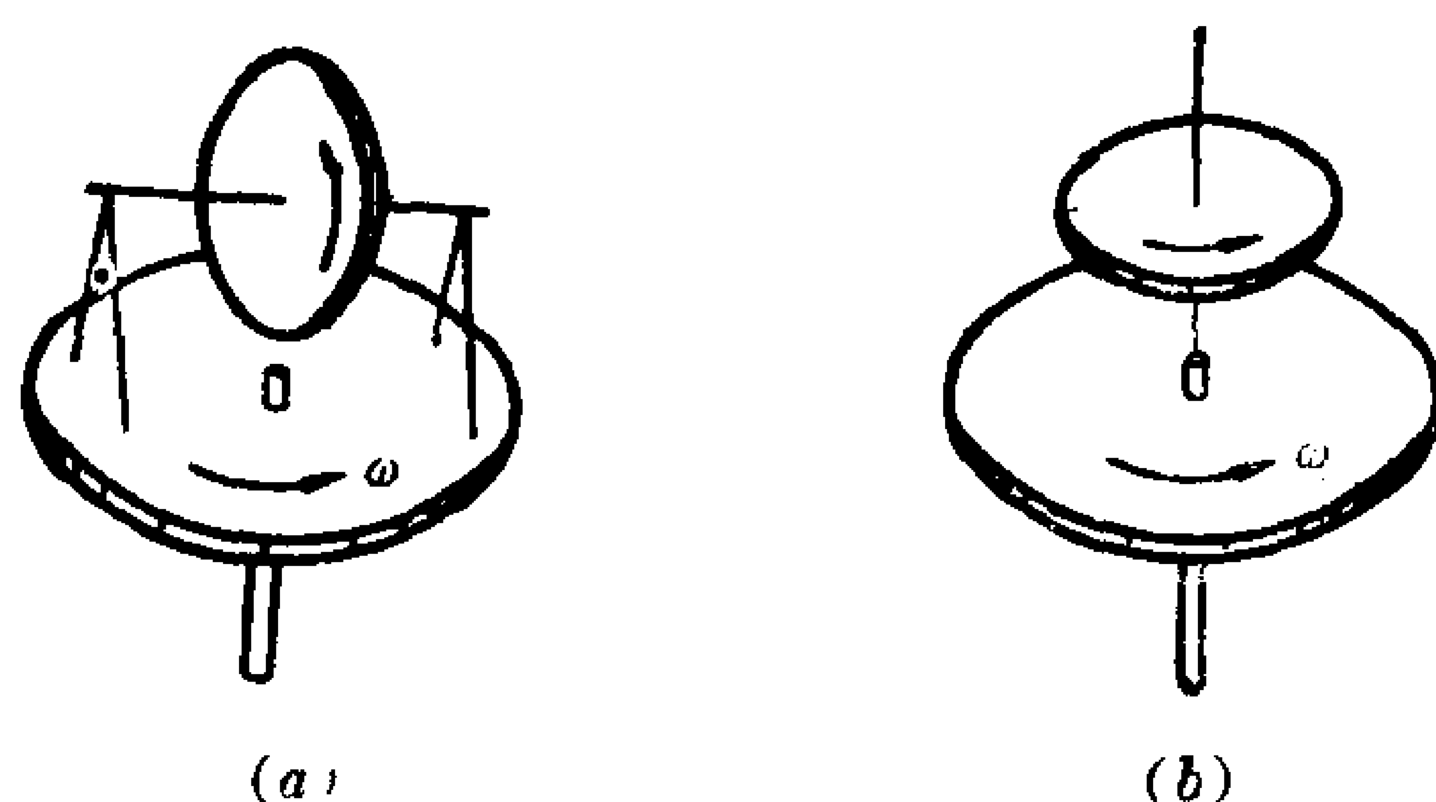


图 2-7.8 取自 F.S.Stephens and R.S.Simon[4)]

个桌面上．当桌面不动或旋转很慢时(图2-7.8(*a*))，飞轮的运动基本上不受影响．这相当于低自旋态下的原子核，原子核绕垂直于对称轴(z 轴)的某一轴(例如 x 轴)做低速旋转，而核内的核子则沿对称轴的正向和反向旋转，处于配对态．当桌面高速旋转时，由于受到很强的 Coriolis 作用，飞轮旋转轴的稳定取向将逐渐趋于与桌面旋转方向一致，即飞轮的角动量趋向和桌面的旋转角动量顺排 (*alignment*)．这相当于高自旋态下的原子核，处于高 j 低Ω闯入轨道上核子对由于强的 Coriolis 作用而拆散，并沿集体转动方向顺排，造成很大的转动惯量，因而当 $\omega>\omega_c$(带交叉频率)后，能级位置反而低于基带，变成为晕带．

70 年代以后的大量实验资料证明，回弯是变形核的高自旋晕谱中相当普遍存在的现象．图 2-7.9 和 2-7.10 分别给出了稀土核和锕系核晕谱的回弯．实验还表明，不仅偶偶核，而且在奇偶核中也同样观测到回弯[6)]．在有一些核中还观测到第二个回弯[7)]．此外，在较轻的变形核中也普遍观测到回弯现象[8)]．

6) E. Grosse, F. S. Stephens and R. H. Diamond, Phys. Rev. Lett. **31** (1974) 840; **32** (1974) 74.

7) J. Y. Lee, et al., Phys Rev. Lett. **38** (1977) 1454.

8) 例如 H. G. Price, et al. Phys. Rev. Lett. 51 (1983) 1842. 在 $^{84}_{40}$Zr 核中观测到自旋态高达 $I^{\pi}=26^{+}$，相应 $\hbar\omega\sim1.0$MeV.

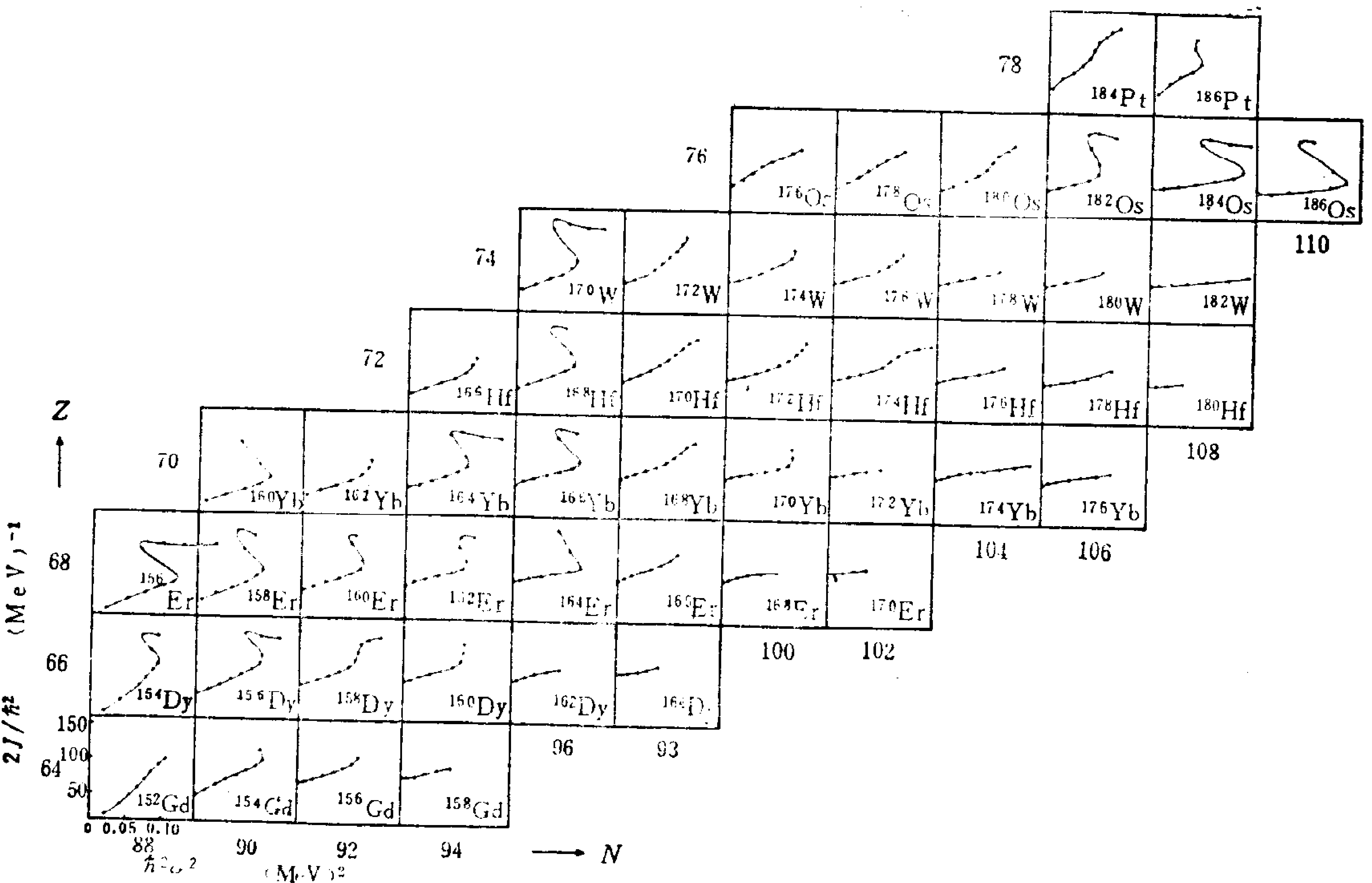


图 2-7.9 稀土区偶偶核晕谱中的回弯. 取自I. Hamamto. High AngularMomentum Phenomena, *in* Treatise on Heavy Ion Science, 3(1985).

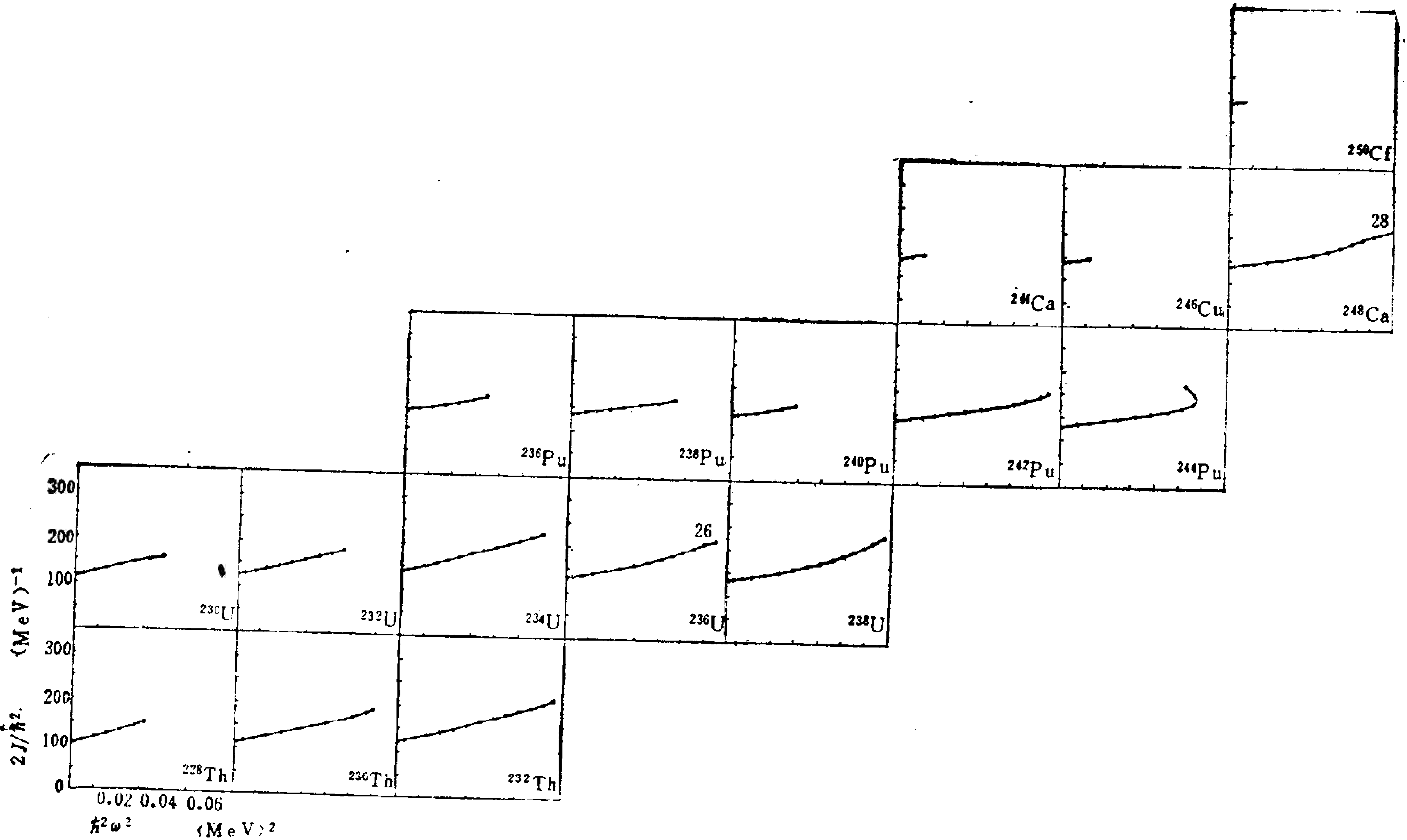
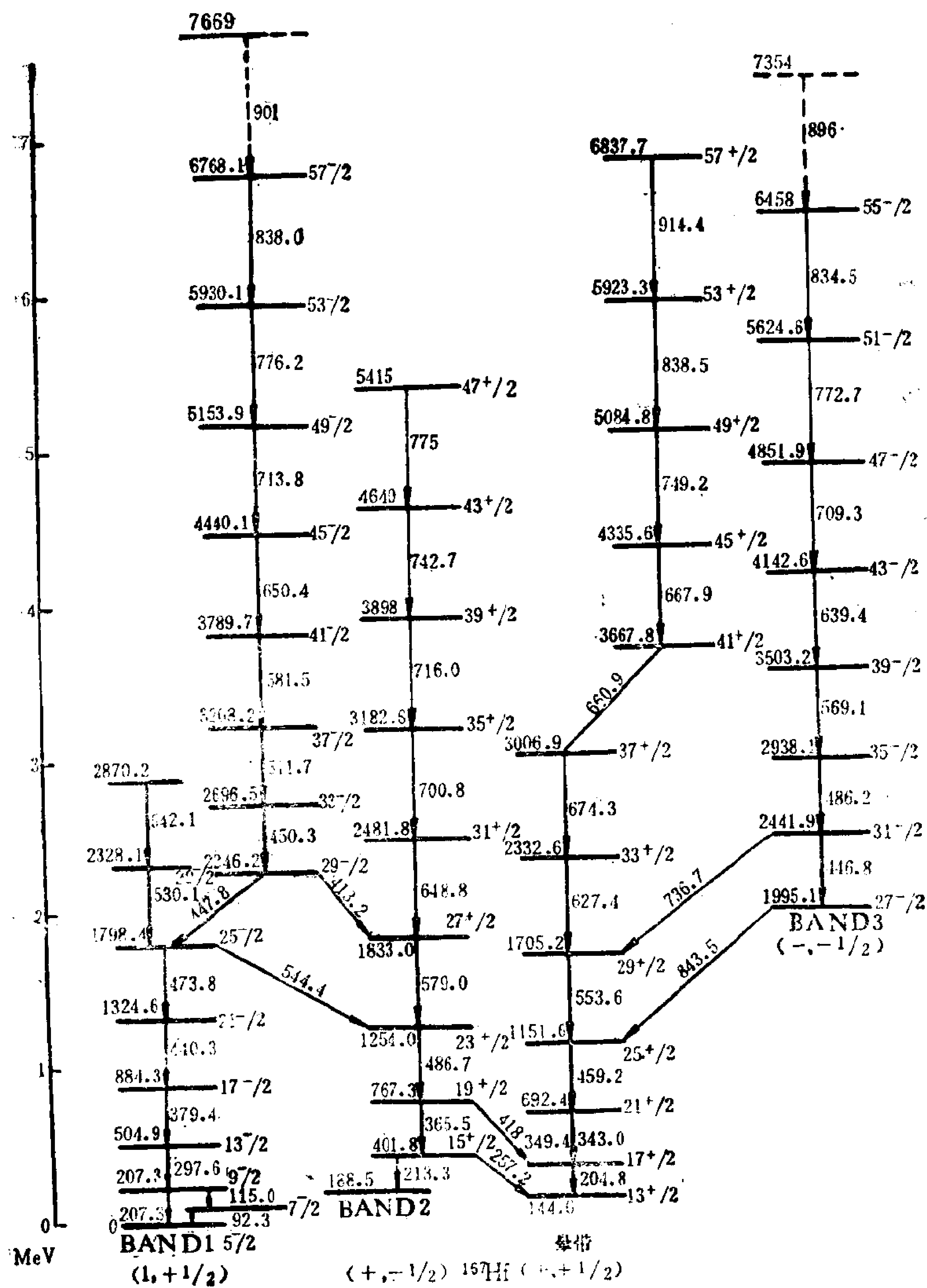
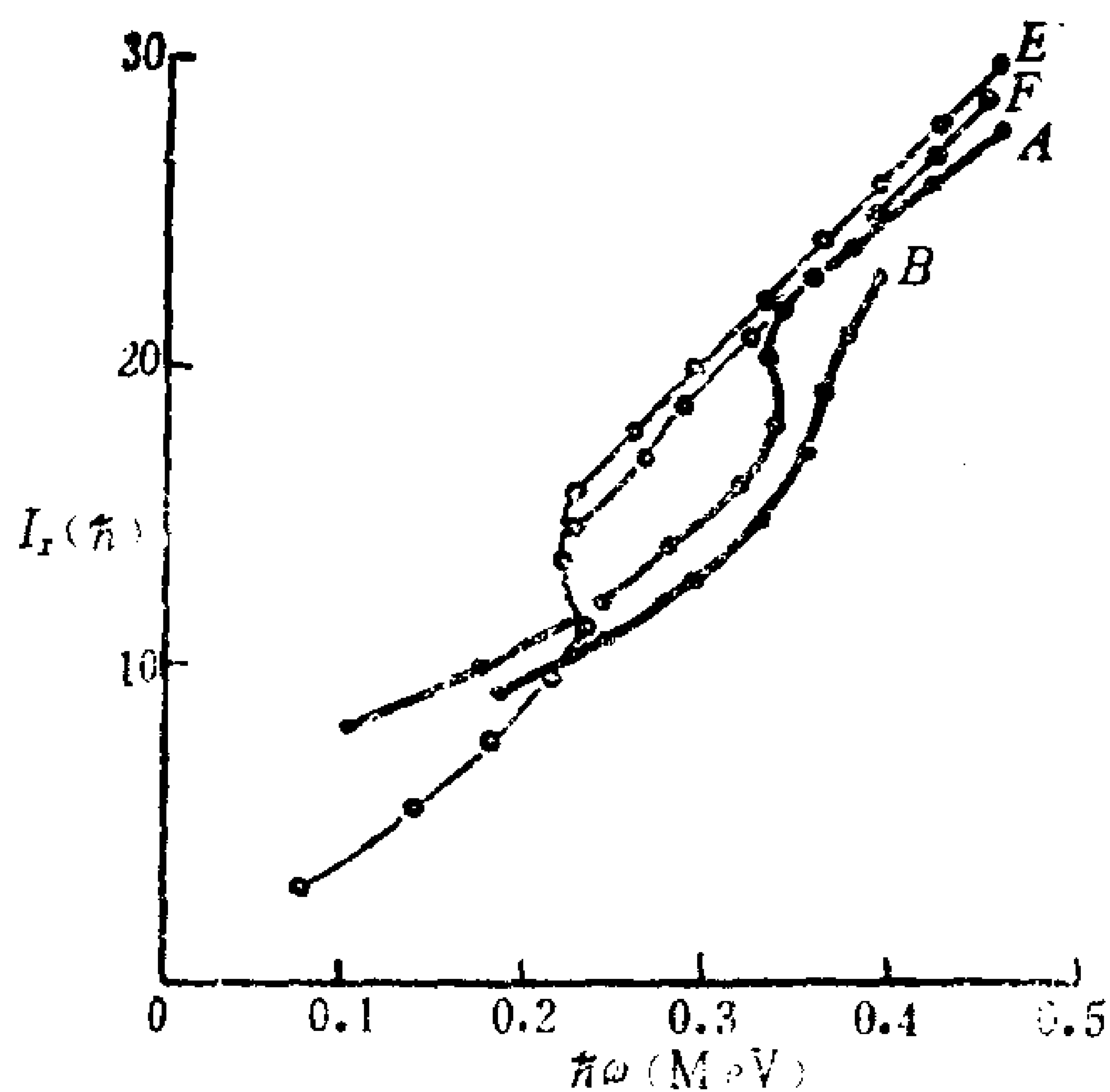


图 2-7.10 锕系区偶偶核晕谱中的回弯



(*a*) ¹⁶⁷Hf 的低激发带



(*b*) 顺排角动量. A, B, E, F 分别表示 $\left(+,\ \frac{1}{2}\right)$, $\left(+,\ -\frac{1}{2}\right)$ $\left(-,\ \frac{1}{2}\right)$ 和 $\left(-,\ -\frac{1}{2}\right)$ 带. 圆括号内是 (π, α)

图 2-7.11　奇偶核 ^{167}Hf 的回弯. 取自 E. S. Paul, et al, Nuclear Structure, Appendix to the Daresbury Annual Reports 1983/84, pp. 47-48.

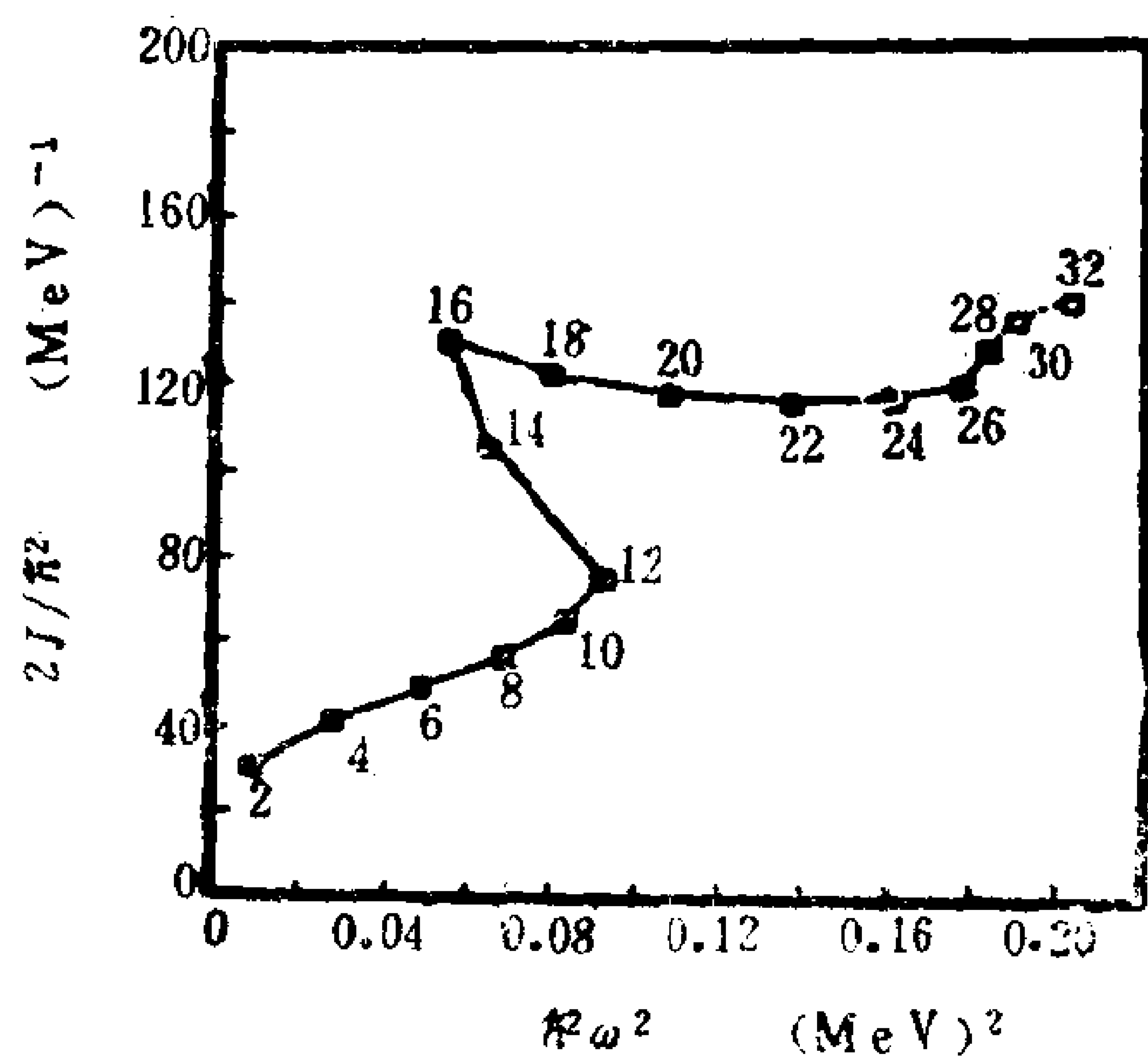


图 2-7.12　偶偶核 ^{158}Er 的第二次回弯. 取自 J. Y. Lee, et al[7]

§7.3 带交叉频率与带相互作用强度

回弯现象中有两个问题是人们很关注的:

(*a*) 带交叉(回弯)发生的频率 ω_c(或角动量 I_c). 回弯发生的迟早,原则上取决于 Coriolis 力[9]与对力的相互竞争,前者倾向于使回弯频率提前,而后者则力图使回弯推迟. 因此 ω_c 大小与 Fermi 面邻近单粒子能级的性质以及分布情况有密切关系.

(*b*) 回弯的尖锐程度,也就是基带与 S 带相互作用强度的问题. 如相互作用很弱,则只在带交叉频率邻近处两个带才明显交换性质,回弯显得很尖锐. 反之,如相互作用很强,则在离开 ω_c 较远处,两个带已经开始发生混合,带交叉(回弯)表现为一个缓慢过程,甚至很难观测到回弯.

先讨论第一个问题.

根据对稀土区变形核的系统分析[10],发现回弯频率 ω_c 有系统的奇偶差,(图 7.13),即实验观测表明,

$$\omega_c(\text{奇偶核}) < \omega_c(\text{相邻偶偶核}) \tag{1}$$

令

$$\delta\hbar\omega_c = \hbar\omega_c(\text{偶偶核}) - \hbar\omega_c(\text{相邻奇偶核}) \tag{2}$$

则实验分析表明,对于绝大多数稀土核

$$\delta\hbar\omega_c \sim 40\text{keV} \tag{3}$$

按照超导性的准粒子理论[11],带交叉频率的奇偶差反映出能隙 Δ 的奇偶差. 在物理上这反映出未配对的奇核子的堵塞效应

---

9) B. Mottelson and J. G. Valatin, Phys. Rev. Lett. **5** (1960) 511 文中指出,Coriolis 作用是一种反对关联的作用,称为 Coriolis anti-pairing (CAP) 效应。在 Coriolis 力作用下,配对粒子(例如 Nilsson轨道上 $\pm\Omega$ 粒子对)中两个粒子所受力方向相反,即 Coriolis 力有拆散粒子对的效应。

10) J. D. Garrett, et al., Phys. Rev. Lett. **47** (1981) 75.

11) R. Bengtsson and S. Frauendorf, Nucl. Phys. **A327** (1979) 139.

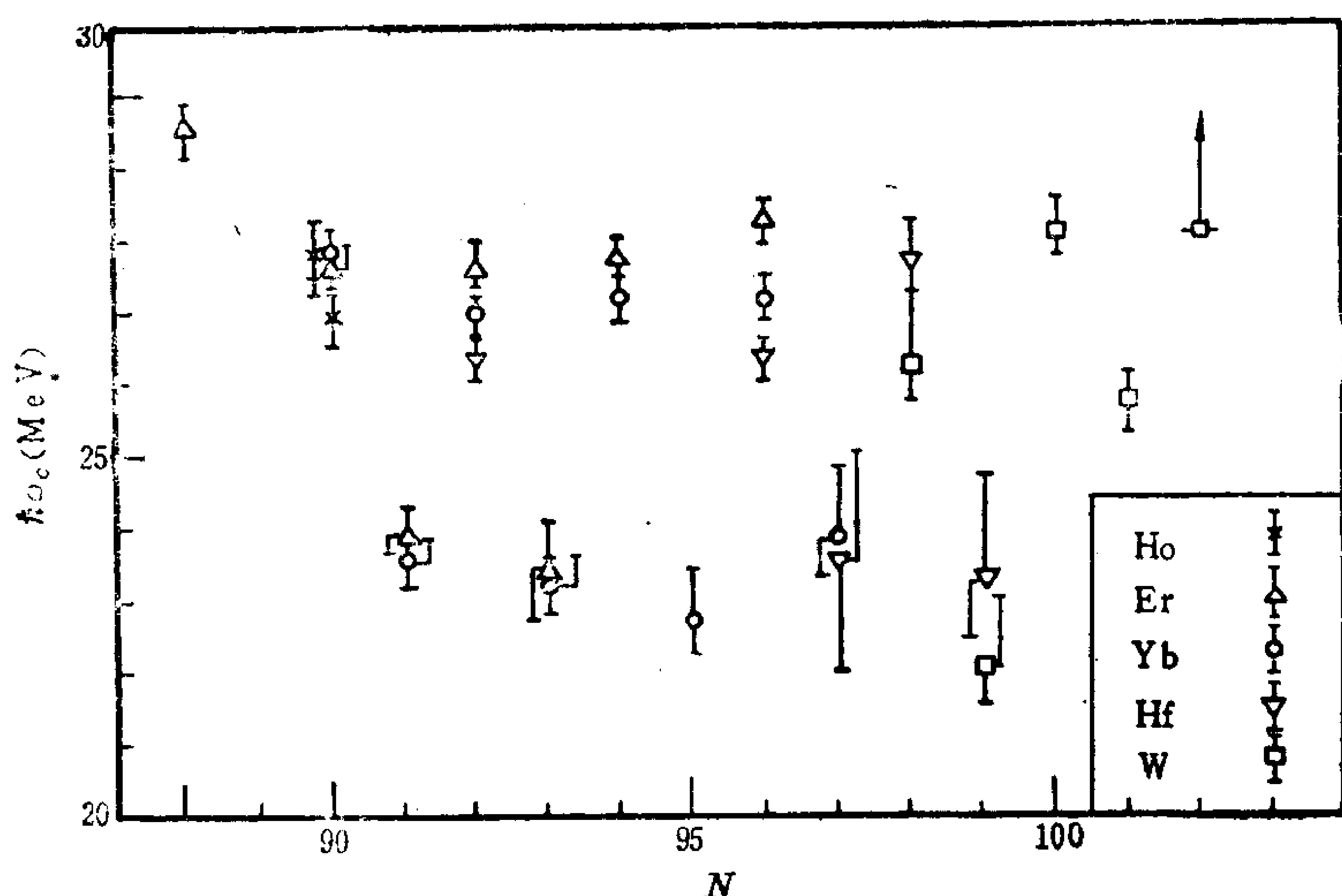


图 2.7.13 带交叉频率的奇偶差

取自 J. D. Garrett, et al.[10].

(*blocking effect*)的影响. 由于 Pauli 原理，已被奇核子占据的 Nilsson 轨道不允许另外的同类核子对去占领，这样就影响了对力的发挥，表现为奇偶核的能隙比相邻偶偶核要小一些. 当被堵塞的 Nilsson 轨道（记为 ν_0）很靠近 Fermi 面时，其影响尤其重要. 令

$$\delta(\nu_0) = \Delta - \Delta(\nu_0) \tag{4}$$

Δ 表示偶偶核的能隙. $\delta(\nu_0)$的大小决定了 $\delta\hbar\omega_c$ 的大小. 按照流行的推转壳模型的准粒子理论[11]，根据 $\delta\hbar\omega_c$(实验)$\approx$40keV 的要求，可得出能隙的奇偶差

$$\delta \sim d/2 \tag{5}$$

其中 d 为 Fermi 面附近 Nilsson 能级的平均间距(对稀土核 $d\approx$ 300keV). 但用对关联的BCS理论简单估算，可得出

$$\delta \sim d/4 \tag{6}$$

与实验所要求的 $\delta \sim d/2$ 约差一倍．问题在于 BCS 理论很难认真处理堵塞效应[12]．如用粒子数守恒方法来处理[13),14)](堵塞效应已

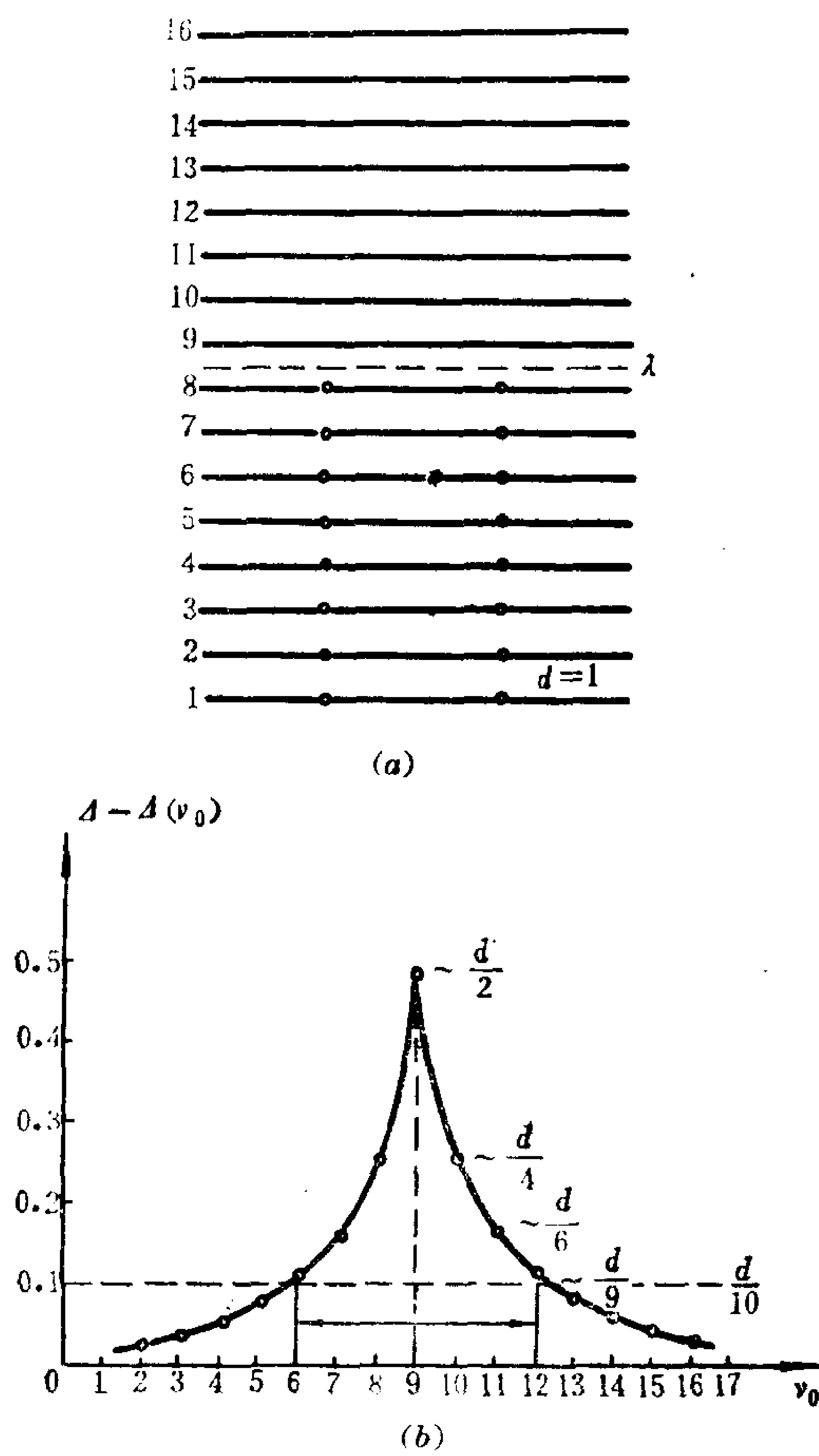


图 2-7.14　堵塞效应对能隙的影响[14)]

---

12) D. J. Rowe, Nuclear Collective motion (Methuen, London, 1970), p. 194 指出：尽管堵塞效应是直截了当的，但在 BCS 方法中却很难处理它，因为不同的堵塞情况将导致不同的准粒子基矢，因而很难进行比较．

13) J. Y. Zeng and T. S. Cheng, Nucl. Phys. **A405** (1983) 1

14) J. Y. Zeng, T. S. Cheng, L. Cheng and C. S. Wu, Nucl. Phys. **A411** (1983) 49; **A421** (1984) 253; **A421** (1984) 125.

严格考虑)，相当精确解表明，能隙$\Delta(\nu_0)$与被奇核子堵塞的单粒子能级ν_0所在位置很有关系. 图2-7.4(a)所示的均匀分布的单粒子能级情况下，随ν_0离开Fermi面愈远(堵塞效应愈不重要)，$\Delta(\nu_0)$愈接近Δ，因而$\delta(\nu_0)$愈小. 反之，ν_0愈靠近Fermi面，$\Delta(\nu_0)$愈小，因而$\delta(\nu_0)$愈大. 特别是ν_0最靠近Fermi面的情况(正是奇偶核基带的情况)，$\delta \sim d/2$，与实验要求相近.

其次讨论一下回弯的尖锐性问题，即S带与基带相互作用强度的问题. Bengtsson, Hamamoto & Mottelson对此做过一个很著名的分析[15]. 如前所述，回弯现象与高j闯入态有极密切的关系. 对于稀土变形核，Fermi面附近的高j闯入态就是来自$N=6$壳的$i_{13/2}$的那些Nilsson能级，即

$$[660\uparrow]1/2^+,[651\uparrow]3/2^+,[642\uparrow]5/2^+,[633\uparrow]7/2^+,$$
$$[624\uparrow]9/2^+,[615\uparrow]11/2^+,[606\uparrow]13/2^+. \qquad (7)$$

为计算简单一些，在定性讨论稀土变形核的高自旋态现象时，他们采用一个简化模型，即单j模型. 其单粒子能级由下式给出:

$$\varepsilon_\Omega = \kappa\frac{3\Omega^2 - j(j+1)}{j(j+1)}, \quad \Omega = \frac{1}{2}, \frac{3}{2}, \cdots, j. \qquad (8)$$

对于$j=13/2$，上式给出7条能级(二重简并)，$\Omega=1/2,3/2,5/2,7/2,9/2,11/2,13/2$，其位置与Nilsson能级中的高$j$闯入态（见(7)式)，几乎完全相同. 因此这个简化模型具有一定的真实性. 根据这个简化模型(推转单j模型)，用准粒子理论(推广的Bogoliubov变换）可计算出带交叉发生的频率ω_c以及带相互作用强度V_I. 他们发现，V_I是体系Fermi能量λ的周期函数. 换言之，随Fermi面往上移动(或粒子数逐渐增加)，V_I表现出周期起伏. 因此，不仅在$i_{13/2}$诸能级的下部（低Ω能级)，而且在其它区域，包括

15) R. Bengtsson, I. Hamamoto, and B. R. Mottelson, Phys. Lett. 73B (1978) 259.

中Ω或高Ω能级区，都有可能出现尖锐回弯的现象(V_I很小). 这是一个很令人感兴趣和很著名的结论，引起过很多人注意. 实验情况是(见图 2-7.9,2-7.10)，除了在低Ω区(中子数～90)原子核(在I～10-12附近)系统观测到尖锐回弯现象之外，其它区域(例如中子数～108)也的确发现尖锐回弯现象. 但是否具有图2-7.15所示的随λ(或核子数)增大而呈现出的周期现象，目前还没有可靠的证据. 根据推转单j模型的粒子数守恒处理得出的相当精确的结果表明，V_I没有表现出随λ(或粒子数)的周期变化. 所以关于带相互作用强度变化规律的问题，仍然是一个值得研究的重要问题.

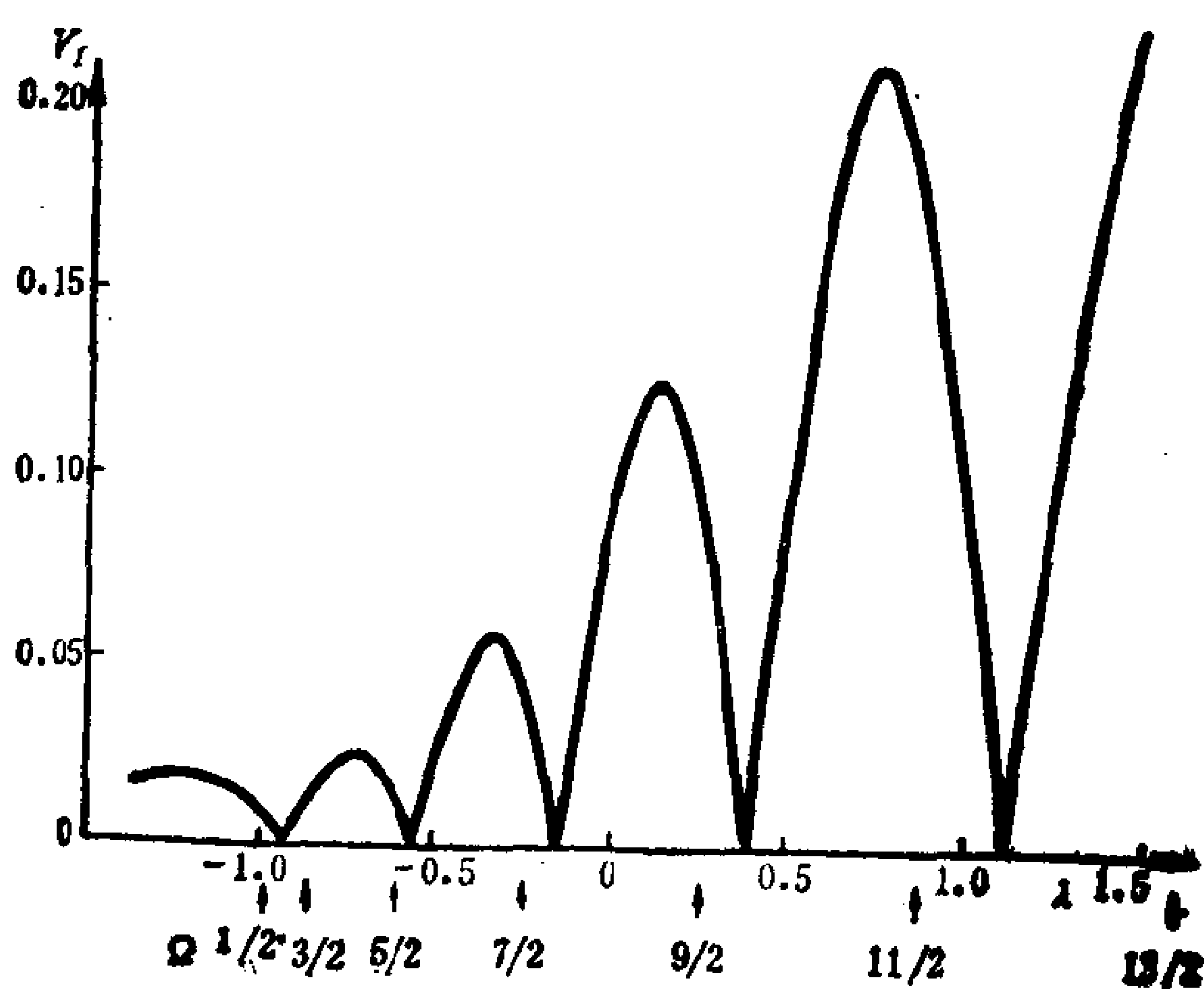


图 2-7.15　带相互作用强度随λ的周期变化取自文献 15)

§7.4　高自旋态研究中的其它一些问题

除了回弯频率和带相互作用强度之外，下列问题是实验和理论工作者都很感兴趣的. 它们是：顺排角动量，对关联相变和高速旋转下的三轴变形.

1. 顺排角动量

原子核沿集体转动方向(记为 x 轴)的角动量为

$$I_x=\sqrt{(I+1/2)^2-K^2}\approx(I+1/2) \tag{1}$$

随转动角频率 ω 增大，I_x 也增大. $I_x=J\omega$, J 即转动惯量. 但一般说来，J 并不能保持为常数，而是随 ω 增加而缓慢增加*. 其次，对于不同的转动带，J 可以有很大差别. 图 2-7.16 给出了 $^{164}_{68}$Er的基带和 S 带的 I_x 随 ω 的变化.

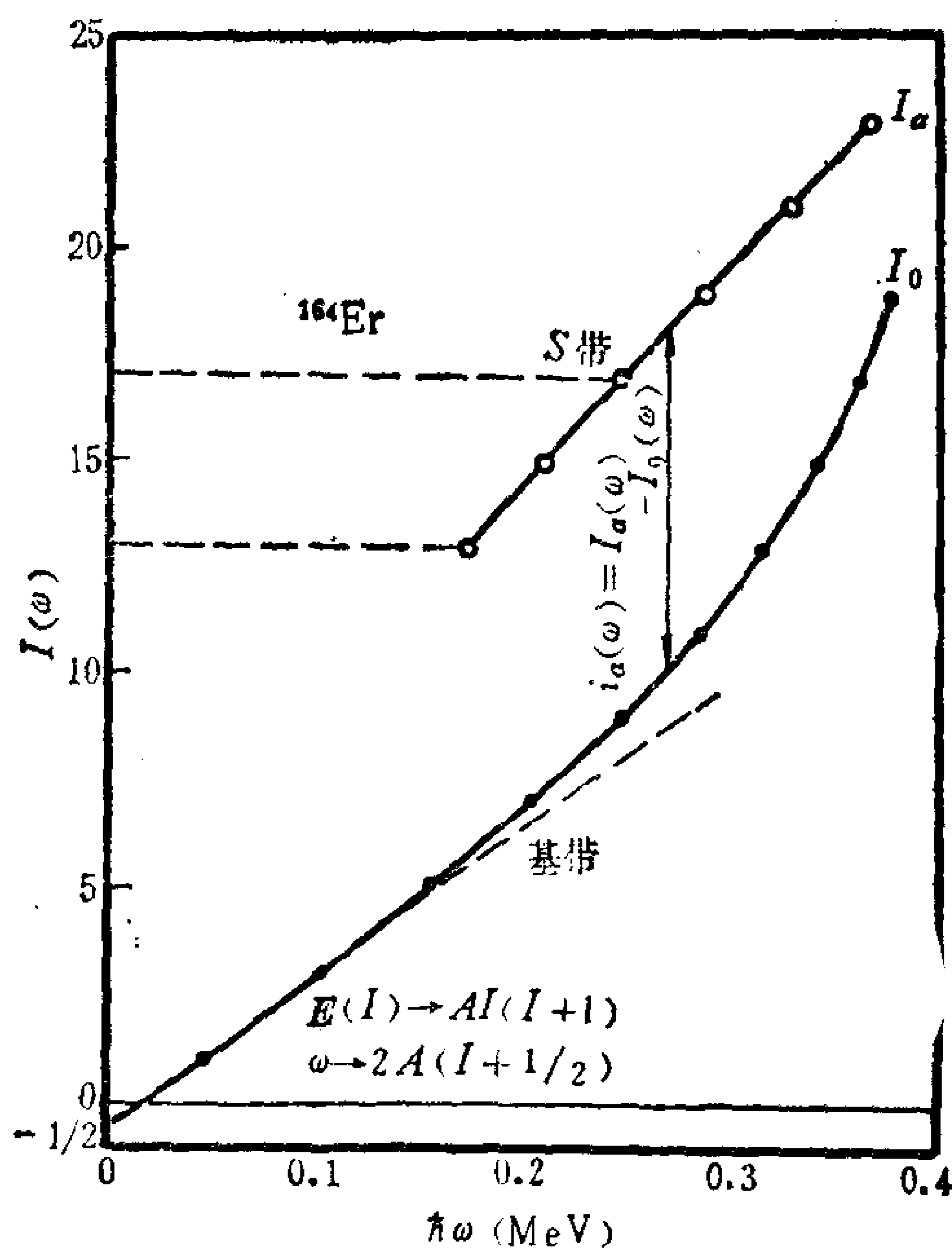


图 2-7.16 取自 A Bohr and B. R. Mottelson[5]

可以看出，S 带的顺排角动量比基带大得多，或者说 S 带的

* 通常习惯用Harris 2 参数公式来分析转动谱和顺排角动量. 即 $E=\alpha\omega^2+\beta\omega^4$, $I_x=J\omega$, 而 $J=J_0+J_1\omega(J_1=2\alpha,\ J_1=\frac{4}{3}\beta)$, α,β(或J_0,J_1) 由较低能级定出，然后用此公式外插到带交叉区去.

转动惯量比基带大得多．按现在流行的观点，基带视为准粒子真空态，S 带则视为 2 准粒子激发带．

令
$$i_s(\omega)=I_{sx}(\omega)-I_{gx}(\omega) \tag{2}$$
它就是两个准粒子(沿集体转动方向)的顺排角动量．它之所以很大，正是高 j 低 Ω 闯入态上粒子的特征（由于很强的 Coriolis 作用的影响）．

图 2-7.17 给出相邻奇偶核 ^{163}Er 和 ^{165}Er的[642↑]5/2$^+$带(一准粒子带)的分析．同样，也是以 ^{164}Er 基带（"准粒子真空"）为参照系来提取一准粒子的顺排角动量．对于这个转动带分别按

$$I=5/2,9/2,13/2,17/2,\cdots\left(\alpha=\frac{1}{2}\right)^*$$

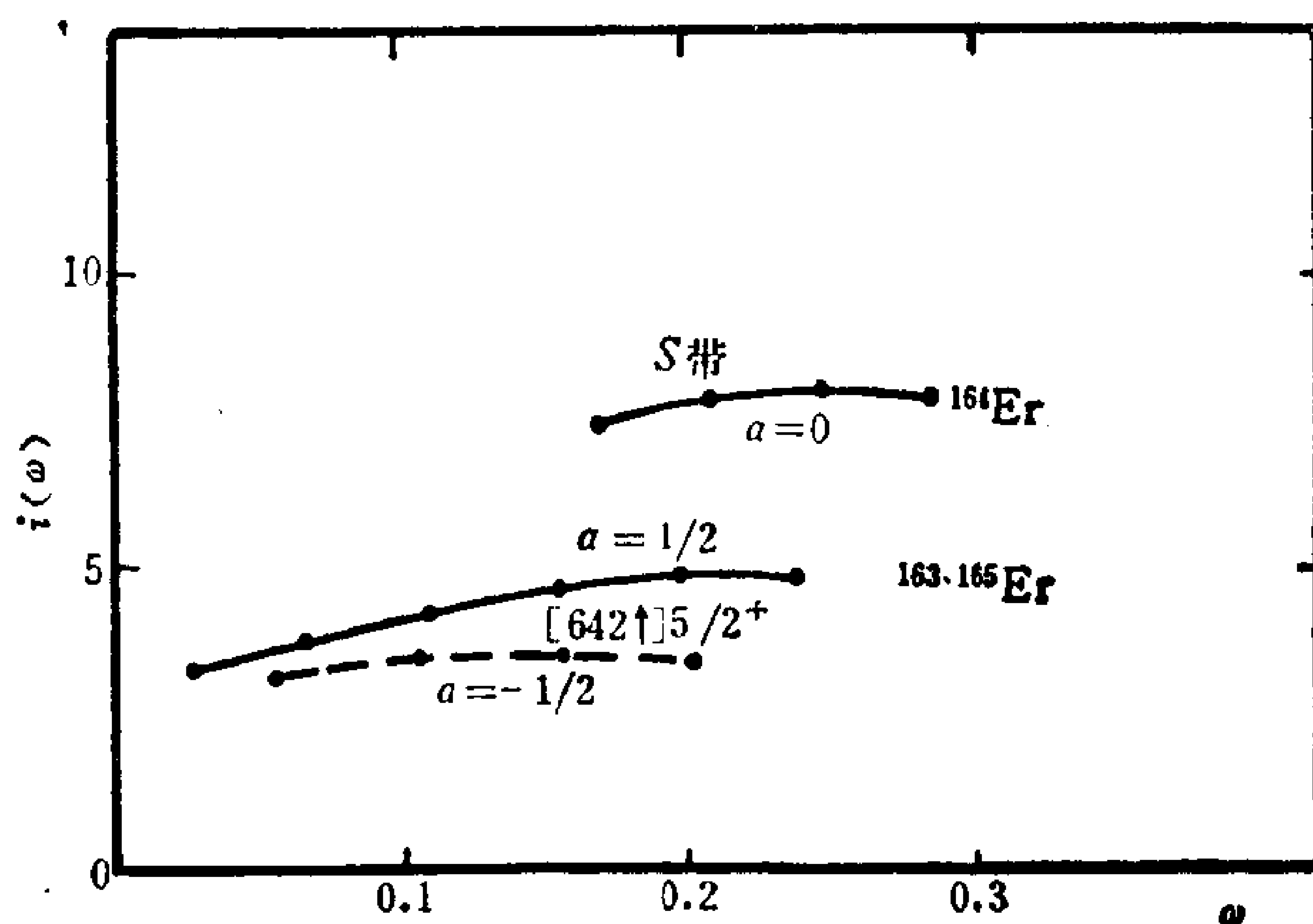


图 2-7.17　准粒子的顺排角动量，取自 A. Bohr and B. R. Mottelson[8]．

---

* 轴对称原子核(对称轴取为 z 轴)绕 x 轴转动时，角动量的 z 分量不再为守恒量，或者说 K 不再是好量子数．但如原子核仍具有绕 x 轴旋转 180°，$R_x(\pi)=e^{-i\pi J_x}$ 的对称性，则可以用$R_x(\pi)$的本征值 r 做为好量子数．对于奇偶核，$R_x(\pi)^2=R_x(2\pi)=-1$，即$r^2=-1$，所以$r=\pm i$．令$r=e^{-i\pi\alpha}$，则$r=-i\sim\alpha=1/2$，$r=+i\sim\alpha=-1/2$．对于偶偶核，$R_x(\pi)^2=+1$，所以 $r=\pm$，或 $\alpha=0,1$．　r 或 α，称为 signature．

和 $$I=7/2, 11/2, 15/2, 19/2, \cdots\left(\alpha=-\frac{1}{2}\right)$$

两组进行. 可以看出两个准粒子 (分别用 $\alpha=\pm1/2$ 标记) 的顺排角动量之和, 与 ^{164}Er 的 S 带(2 准粒子态)的顺排角动量很接近. 这说明独立的准粒子概念有一定的道理.

2. 对关联相变

早在 60 年代初, Mottelson & Valatin[16] 就指出, 在高速旋转下, 原子核的超导性将会消失, 即出现对关联崩溃 (*pairing collapse*), 或者从超导态到正常态的相变. 70 年代初发现的回弯现象, 曾有人认为可能是由于发生了对关联相变, 但不久就被否定. 事实上, 从图 2-7.9 可以看出, 中子数 $N=96$ 的核 $^{164}_{68}$Er, $^{166}_{70}$Yb, $^{168}_{72}$Hf, $^{170}_{74}$W 等在 $I\sim12$ 附近都观测到尖锐回弯, 而在相邻 $N=98$ 诸核 $^{166}_{68}$Er, $^{168}_{70}$Yb, $^{170}_{72}$Hf, $^{172}_{74}$W 中则未观测到回弯. 从相变的观点似乎很难说明这种现象 (对如此重的原子核, 核子数只变化 2, 相变的出现竟会如此不同!)

随高自旋态的制备和探测技术的进步, 在 80 年代初能制备的分立核态的自旋已高达 $I\sim40\hbar$. R. Chapman 等[17] 通过 ^{124}Sn(^{48}Ti, 4n)反应, 测出了 ^{168}Hf 的在第一回弯之上的更多的高自旋态. 如图 2-7.18、2-7.19 所示. 经过分析, 他们发现下列引人注目的现象, 即在 $I>20$ 之后, 原子核角动量沿集体转动方向的分量 I_x 与角频率 ω 有相当好的线性关系, 即转动惯量几乎是一个常数, 其值接近于刚体值. 因此又有人提出, 这很可能是原子核发生了从超导态到正常态的相变, 此时能隙不复存在, 因而转动惯量值接近于刚体.

---

16) B. R. Mottelson and J. G. Valatin, Phys. Rev. Lett. **5** (1960) 511.

17) R. Chapman, et al., Phys. Rev. Lett. **51** (1983) 2265.

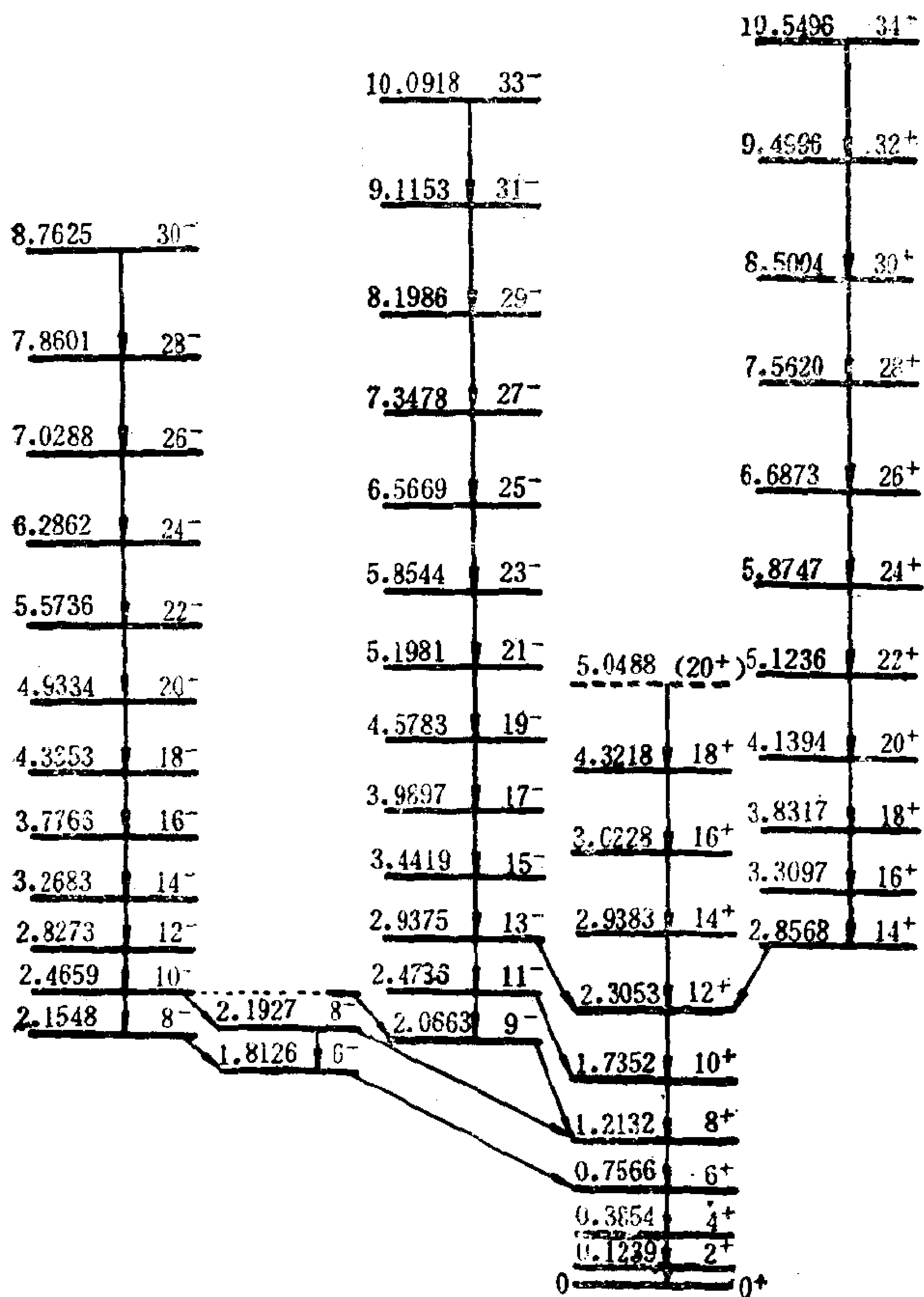


图 2-7.18 取自 R. Chapman, et al., [17].

但有人对此提出不同的看法[18]，他们认为从转动谱提取的转动惯量的信息对于判断原子核是否发生了对关联相变没有多大价值. 对关联只在低自旋区造成准粒子激发谱中的能隙，而在发生了角动量顺排情况下，即使对关联仍然很强，能隙也可能消失，出

18) L. F. Canto, P. Ring, and J. O. Rasmussen, LBL-19519. (1985).

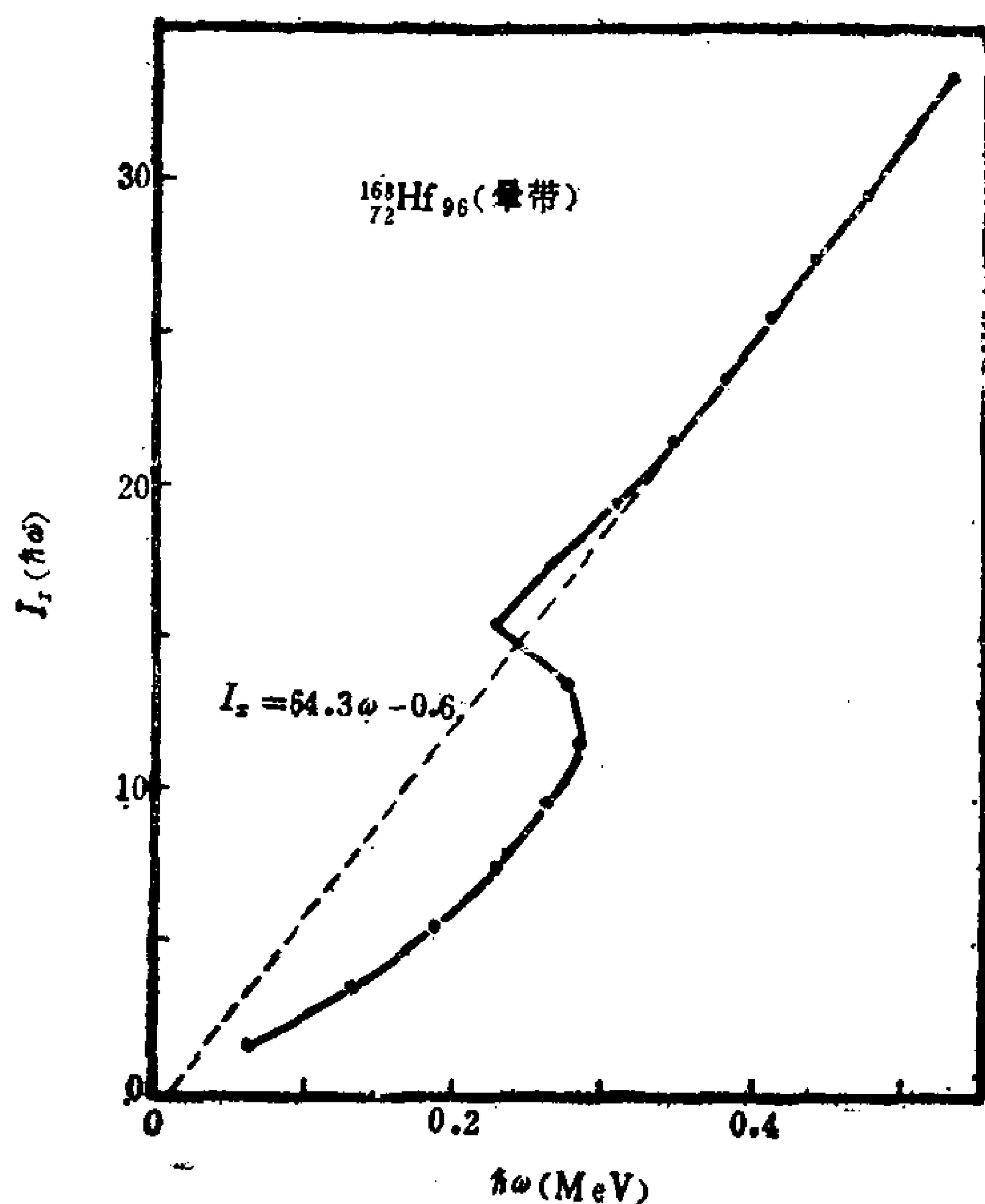


图 2-7.19 $^{168}_{72}$Hf 晕谱的分析[17].

现所谓无能隙的超导性（*gapless superconductivity*）. 的确，在推转壳模型的准粒子理论（习惯上称为 CHFB 理论，Cranked Hantree-Fock-Bogoliubov 理论）计算中[19]，当转动角频率达到一定临界值时，都出现对崩溃现象（$\Delta\to0$）. 但他们认为此结论是靠不住的. 因为CHHB理论中粒子数不守恒. 他们采用粒子数投影技巧重新计算，发现随 ω 增大，Δ 很缓慢的减小，直到很大的 ω 区域，Δ 仍然较大，没出现对崩溃现象. 按照粒子数守恒处理方法所得相当精确解表明[20]，能隙参数的确随 ω 变化非常缓慢. 事实上，对于原子核低激发态起决定影响的只是少数（～10）价核子，这里发生的“相变”的含义，值得进一步探索.

---

19) A. L. Goodman, Nucl. Phys. **A256** (1976) 113
　　J. L. Edigo and P. Ring, Nucl. Phys. **A388** (1982) 19

20) C. S, Wu and J. Y. Zeng, Phys. Rev. **C40**(1989)998.

3. 三轴变形

有相当多实验证据表明，稳定变形核的基态及低自旋态具有轴对称性(至少可以说，非轴对称度很小)，因此原子核角动量沿对称轴(取为 z 轴)的投影 K 是一个相当好的量子数. 但处于高角动量态的原子核，从理论上或从实验证据来讲，原子核的非轴对称变形(三轴变形)都是必须考虑的.

从理论上讲，一个轴对称变形核绕垂直于对称轴的任何一轴，例如 x 轴，旋转时，由于 Coriolis 作用的影响，J_z 不再为守恒量(例如，在推转模型中，Coriolis 作用表为 $H_C=-\omega J_x$，ω 为推转角频率，此时 $[J_z,H]=[J_z,H_C]\neq 0$.) 所以 K 不再为好量子数.

按照经典转动带电液滴模型[1](在此模型中，量子壳效应没有考虑)，当角动量 $I=0$ 时，平衡形状为球形，而当旋转时，平衡形状为扁旋转椭球($\gamma=60°$，见图 2-5. 15). 当旋转足够快时，由于离心力和 Coriolis 力(及库仑斥力)，液滴将分裂成两块，而在裂变发生之前，液滴呈三轴变形.

当然，原子核作为一个量子力学体系，壳效应对于其平衡形变有极重要影响. 令

$$E^I(\alpha)=E^I_{LD}(\alpha)+E^I_{sh}(\alpha) \tag{3}$$

表示角动量为 I 时原子核的能量. α 为形变参数，(例如对于四极变形，α 即指 β,γ). (3) 式右边第一项是液滴模型的计算值，它可以描述能量的平滑变化部分，第二项代表壳修正，可用推广的 Strutinsky 的方法[21]来计算. 使 $E^I(\alpha)$ 取极值的形变称为平衡形变，$\alpha_{eq}(I)$，它依赖于角动量 I. 图 2-7. 20 给出几个原子核的计算结果. 对于不同核，中子数和质子数(因而 Fermi 面位置)不同，

21) V. M. Strutinsky, Soviet J. Nucl. Phys. 3 (1966) 449.

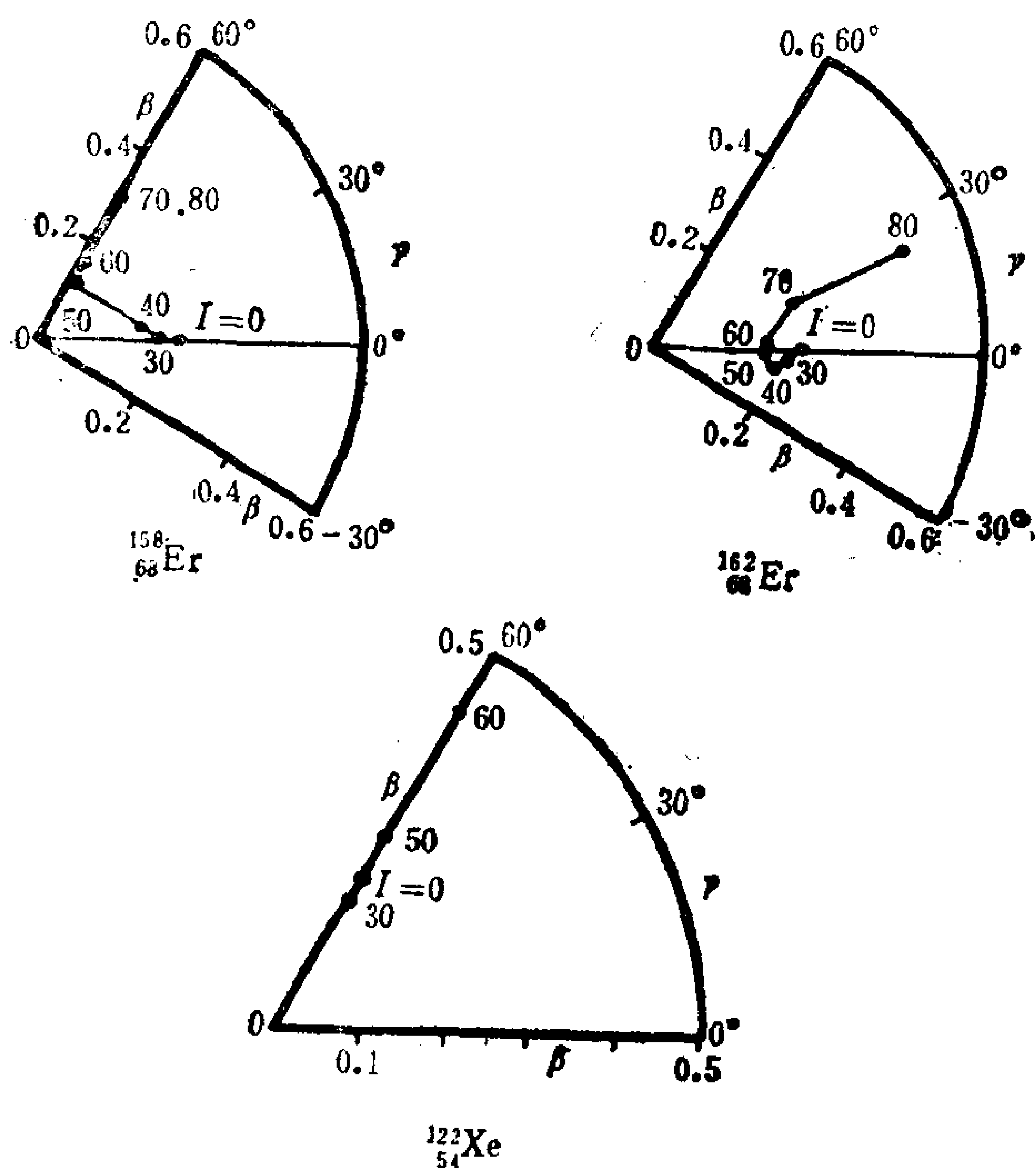


图 2-7.20　平衡形变作为角动量 I 的函数．计算中单粒子势取为修改了的谐振子势，未计及对力，所以对于角动量 I 不大情况，是不够真实的．图取自 A. Bohr and B. R. Mottelson[5]，根据 G. Anderson et al.[22] 的计算绘制．

Fermi 面附近的单粒子能级分布(壳结构)发生变化，平衡形变因而不同．对于 $^{158}_{68}$Er 和 $^{162}_{68}$Er，角动量不大时，平衡形变为轴对称($\gamma\approx0$)．当 I 很大时，^{158}Er 趋于扁旋转椭球($\gamma\approx60°$)，^{162}Er 则趋于三轴变形($\gamma\sim30°$)．对于 $^{122}_{54}$Xe，则为扁旋转椭球($\gamma\approx60°$)．

Hamamoto 根据转动谱和转动能级之间的电磁跃迁两方面的

---

22) G. Anderson, et. al., Nucl. Phys. **A268** (1976) 205.

实验证据，指出变形核在高自旋态下可能出现三轴变形[23,24]．主要根据奇偶核的能谱、和E2和 M1跃迁与signature的依赖关系来论证必须考虑三轴变形．奇偶核的一个转动带可按

$$
\begin{aligned}
&I=1/2,5/2,9/2,13/2,\cdots \quad (\alpha=1/2)\\
&I=3/2,7/2,11/2,15/2,\cdots \quad (\alpha=-1/2)
\end{aligned} \tag{4}
$$

分为两组．两组能谱往往有相对移动，例如单 j 模型下，对于轴对称核($\gamma=0$)，$\alpha=(-)^{j+1/2}1/2$一组相对往下移．但如计及非轴对称变形，在适当情况下会出现相反的移动．称为signature反转．实验上的确观测到此现象．此外，$B(E2,I\to I-1)$ 和 $B(M1,I\to I-1)$随 I 逐渐增大而出现剧烈的起伏现象，在实验中也观测到了，而这些现象也只能用三轴变形来说明．详见Hamamoto总结性文章[23,24]．

Hamamoto还提出一个有趣的问题，即两类转动惯量的关系．定义两类转动惯量如下：

$$
J^{(1)}/\hbar^2=I_x\left(\frac{dE}{dI_x}\right)^{-1}, \quad J^{(2)}/\hbar^2=\left(\frac{d^2E}{dI_x^2}\right)^{-1} \tag{5}
$$

实验上可根据转动带相邻能级之间 γ 跃迁能量如下提取它们的值，

$$
\frac{1}{\hbar^2}J^{(1)}(I-1)=\frac{2I-1}{E_\gamma(I\to I-2)} \tag{6}
$$

$$
\frac{1}{\hbar^2}J^{(2)}(I)=\frac{4}{E_\gamma(I+2\to I)-E_\gamma(I\to I-2)} \tag{7}
$$

实验分析表明，(除带交叉区外)，

---

23) I. Hamamoto, Lund-MPh-86/15, Phenomena Exhibiting Triaxial Shape Induced by Rotation.

24) I. Hamamoto, Lund-MPh-88/16, Evidence for Triaxial Shape in Yrast Spectroscopy.

$$J^{(2)} > J^{(1)} \tag{8}$$

Hamamoto 指出，原子核的三轴变形可以解释这个实验事实（当然，这不是唯一的理由）. 有趣的是，如利用§5.3的能谱公式（推导它时，计及了原子核的不大的非轴对称性和振动的影响）

$$E = a\left[\sqrt{1+bI(I+1)}-1\right] \tag{9}$$

不难求出 $(I_x=\sqrt{(I+1/2)^2-K^2})$：

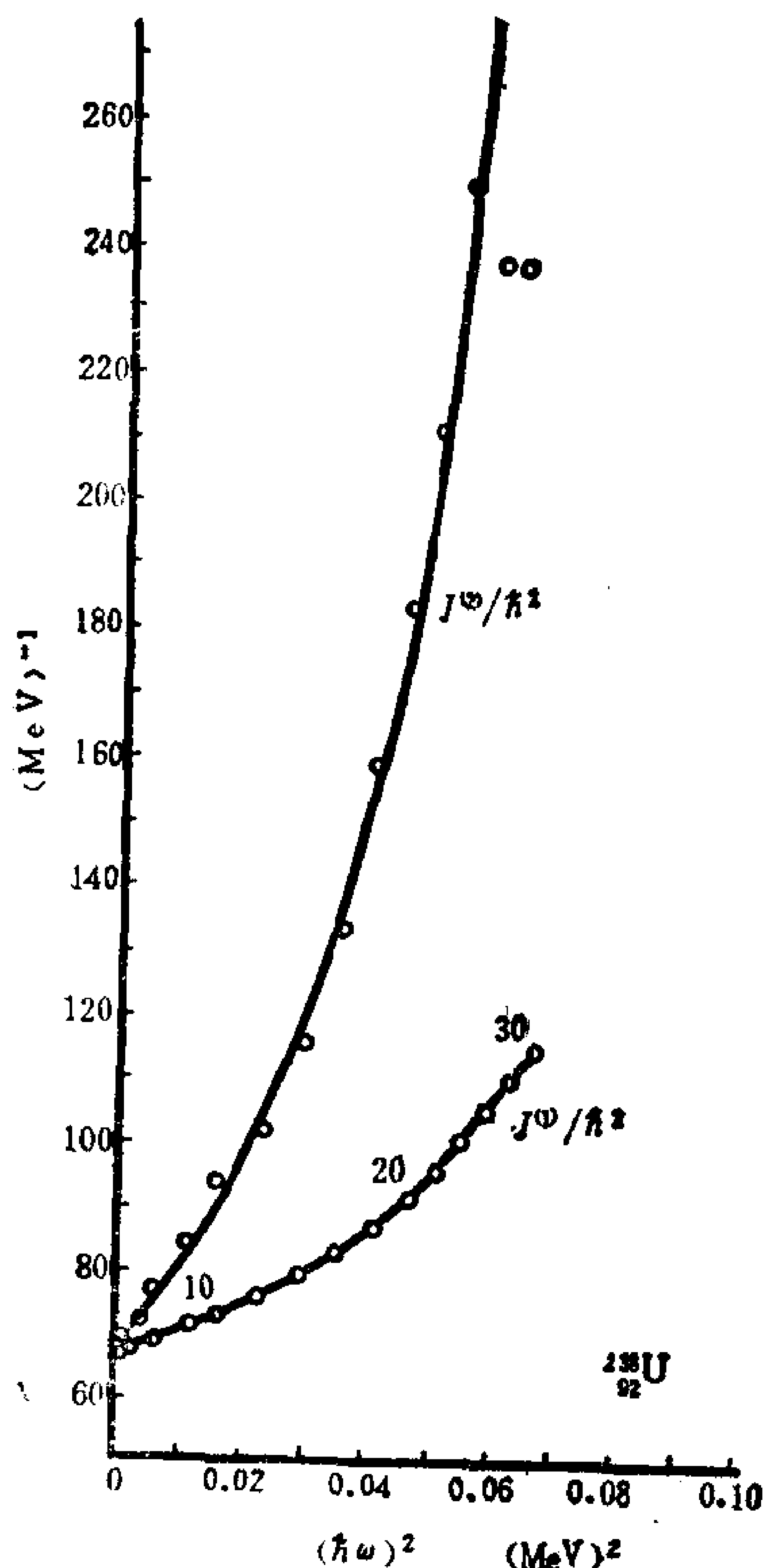


图 7.21 $^{238}_{92}$U 的两类转动惯量，从实验能谱按(6)，(7)式计算出的结果用∘表示. 实线为(10)，(11)式的计算值. 参数 a, b 由 ^{238}U 基带能谱（最小二乘法）定出.

取自 J. Y. Zeng, et al., Chin. Phys. Lett. 5(1988) 417

$$J^{(1)}/\hbar^2=\frac{1}{ab}\sqrt{1+bI(I+1)} \tag{10}$$

$$J^{(2)}/\hbar^2=\frac{1}{ab}\sqrt{1+bI(I+1)}\left[1-\frac{bI_x^2}{1+bI(I+1)}\right]^{-1} \tag{11}$$

$$J^{(2)}/J^{(1)}=\left[1-\frac{bI_x^2}{1+bI(I+1)}\right]^{-1}>1 \tag{12}$$

图 2-7.21 给出一个例子. 参数 a, b 值由 ^{238}U 转动谱定出. 可以看出两类转动惯量的值以及 $J^{(2)}>J^{(1)}$ 的事实均可满意得出.

第八章　超变形核态

§8.1　超变形稳定核态存在的微观机制

原子核壳模型的成功，展示了原子核内单粒子运动的特征（核子在其它核子贡献的平均场中的独立运动）．所谓壳结构，是指单粒子束缚态（分立）能级分布的不均匀性，即单粒子能级（分立）有集束现象（*bundling*）．从变形核壳模型能级系的研究（S. G. Nilsson，见§4.3）中，人们了解到这种壳结构或集束现象随形变而异．A. Bohr & B. R. Mottelson[1]在 70 年代初就指出，当原子核发生轴对称变形时，如长轴与短轴之比为简单分数时（例如2:1，3:2，…等），单粒子能级系中将出现与球形核（长轴等于短轴）类似的大能隙（类似的集束现象），只不过细节和幻数有所不同．在此情况下，能隙之下所有单粒子能级都被填满的组态[图2-8.1(*b*)，1]就是一个稳定的结构，结合能大于单粒子能级均匀分布的情况(图2-8.1(*a*)，1)．反之，当 Fermi 面处于能隙顶部邻近能级（图 2-8.1

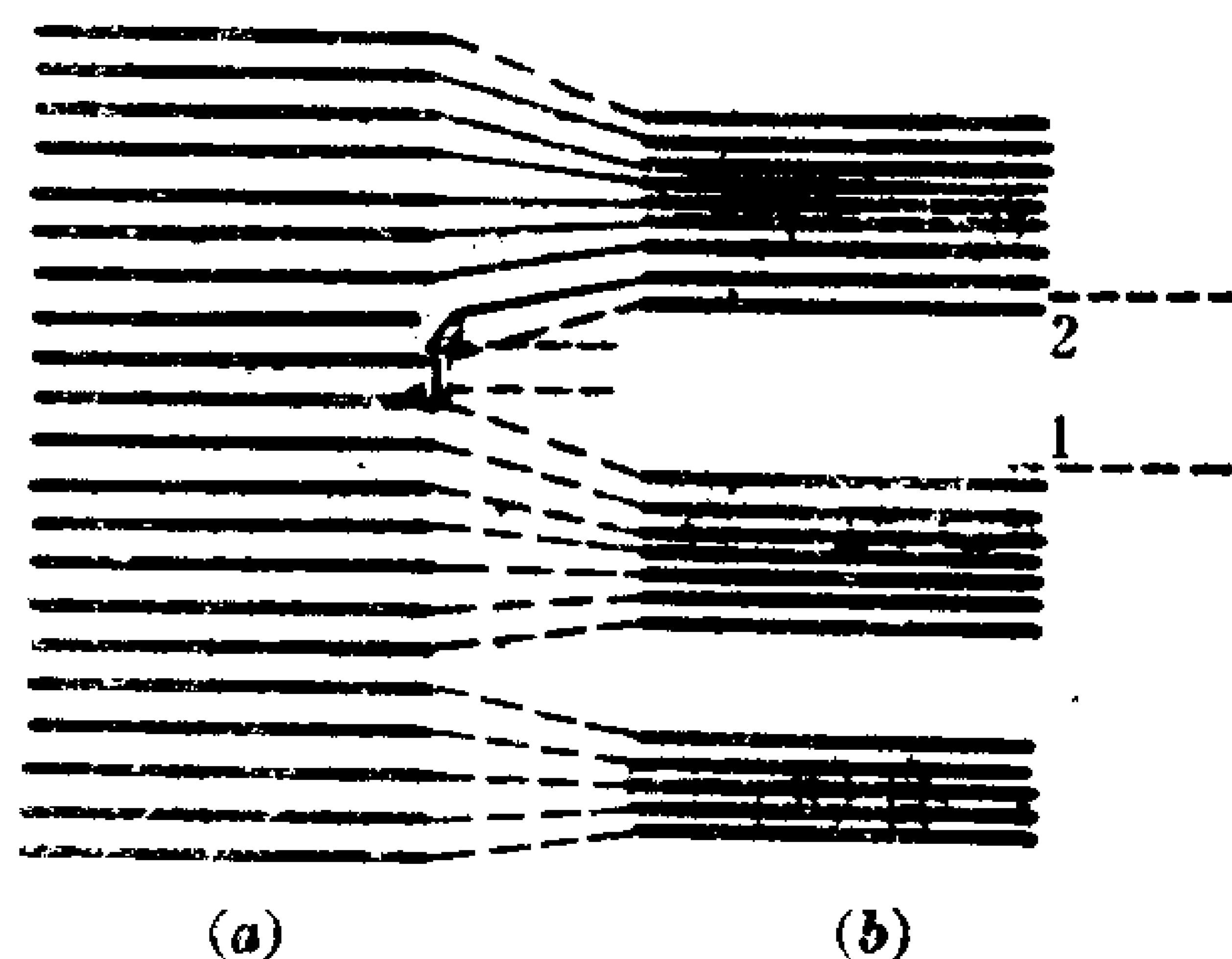


图 2-8.1　单粒子能级的集束现象（壳结构）

1) A. Bohr and B. R. Mottelson, Nuclear Structure, vol. Ⅱ, Nuclear Deformations, (1975).

(b),2)，结合能就小于单粒子能级均匀分布的情况．以上就是超变形稳定核态存在的微观机制．

为讨论简单起见，先分析轴对称谐振子势中单粒子能级的壳结构随形变变化的规律．轴对称谐振子势为

$$V=\frac{1}{2}M\omega_{\perp}^2(x^2+y^2)+\frac{1}{2}M\omega_z^2z^2 \tag{1}$$

如在直角坐标系中求解 Schrödinger 方程，取能量本征态为 H_x, H_y, H_z(注意$\omega_x=\omega_y=\omega_{\perp}$) 的共同本征态，易于求出单粒子能量本征值为

$$E=(n_{\perp}+1)\hbar\omega_{\perp}+\left(n_z+\frac{1}{2}\right)\hbar\omega_z \tag{2}$$

$$n_{\perp}=n_x+n_y,\quad n_x, n_y, n_{\perp}, n_z=0,1,2,\cdots \tag{3}$$

为便于展现体系的轴对称性，可在柱坐标系中求解，取能量本征态为(H, H_z, l_z)的共同本征态(l_z 为轨道角动量的 z 分量)，则能量本征值仍如(2)式所示，但

$$n_{\perp}=2n_{\rho}+|m|, \tag{4}$$

其中 $m\hbar$ 是 l_z 的本征值，$m=0, \pm1, \pm2, \cdots$; $n_{\rho}=0,1,2,\cdots$是平面极坐标系中的径向量子数．当给定 $n_{\perp}$ 时，

按(3)式

$$\begin{aligned} n_x&=0,\quad 1,\quad 2,\quad \cdots, n_{\perp} \\ n_y&=n_{\perp}, n_{\perp}-1, n_{\perp}-2,\quad \cdots, 0 \end{aligned} \tag{5}$$

或按(4)式

$$\begin{aligned} |m|&=n_{\perp}, n_{\perp}-2,\quad \cdots, 1(n_{\perp}\text{奇}), \text{或 } 0(n_{\perp}\text{偶}) \\ n_{\rho}&=0,\quad 1,\quad \cdots, (n_{\perp}-1)/2, \text{或 } n_{\perp}/2 \end{aligned} \tag{6}$$

均可看出，对给定 $n_{\perp}$，有$(n_{\perp}+1)$个状态．在一般情况下($\omega_{\perp}/\omega_z$ =无理数)，每条能级所对应的$(n_{\perp}, n_z)$是唯一确定的．所以能级 $E_{n_{\perp}n_z}$ 的简并度(计及自旋)为 $2(n_{\perp}+1)$．如图 2-8.2 所示，每条单粒子能级的简并度各不相同(用圆括号内数字表示)．

当 $\omega_{\perp}/\omega_z=a/b$(既约分数)时，某些能级将重新集束，使能级

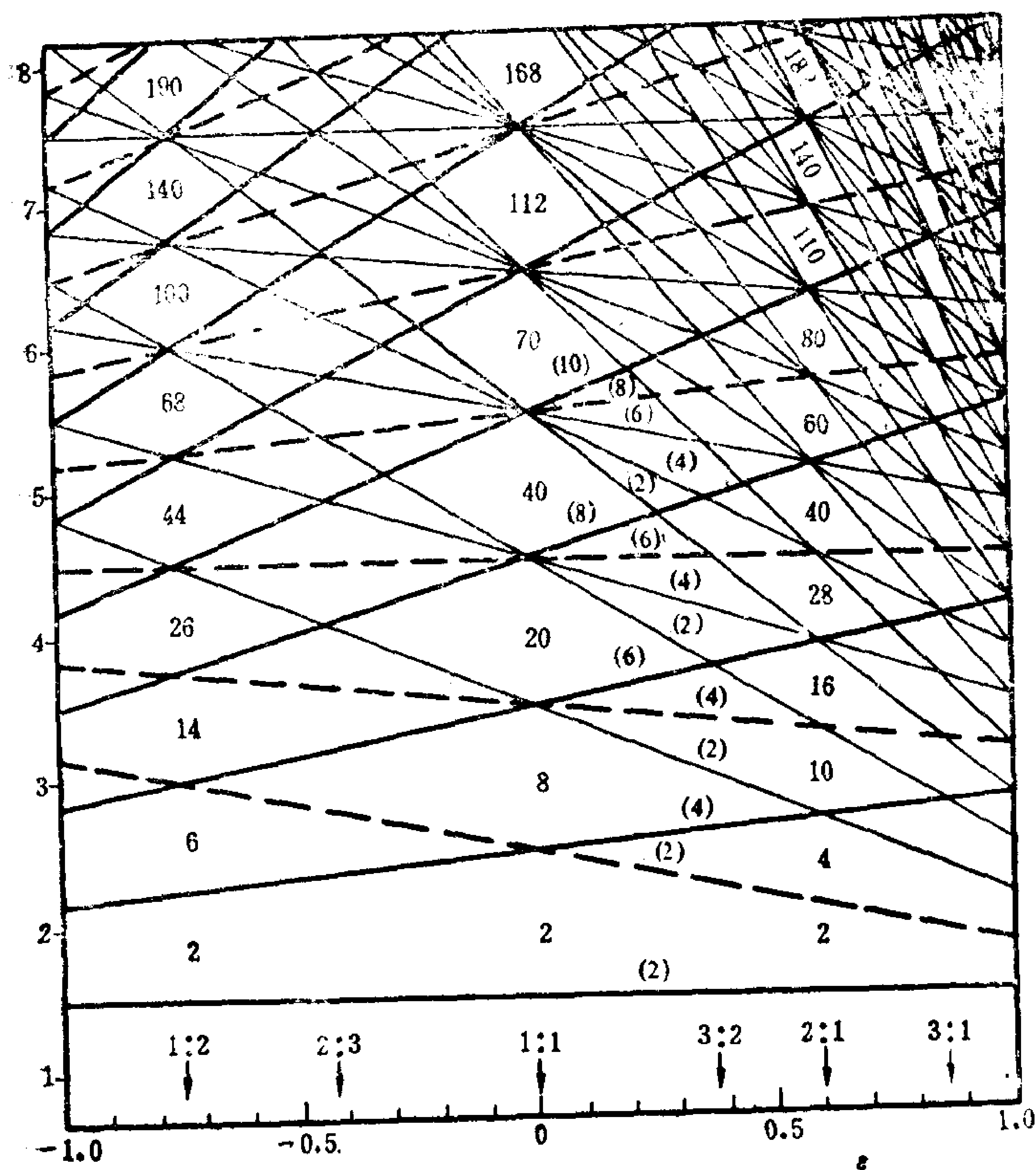


图 2-8.2 取自 A. Bohr & B. R. Mottel son,[1] p. 592.

令 $\omega_\perp=\left(1+\frac{\varepsilon}{3}\right)\overline{\omega}$, $\omega_z=\left(1-\frac{2}{3}\varepsilon\right)\overline{\omega}$

即 $\overline{\omega}=\frac{1}{3}(2\omega_\perp+\omega_z)$, $\varepsilon=(\omega_\perp-\omega_z)/\overline{\omega}$ (形变度)

$\varepsilon=0$(球形), $\varepsilon>0$(长椭球), $\varepsilon<0$(扁椭球).

对于 $\omega_\perp:\omega_z=2:1$, 相当于 $\varepsilon=0.6$

简并度重新增大. 特别是当 a/b 为简单分数时, 这种现象在低激发谱中就会重新出现. 以下以 $\omega_\perp/\omega_z=2/1\left(\omega_z=\frac{1}{2}\omega_\perp,\text{ 长椭球}\right)$为例, 此时

$$E=\frac{1}{2}\hbar\omega_\perp(N+5/2) \tag{7}$$

$$N=2n_\perp+n_z=0,1,2,\cdots$$

能级只依赖于 N. 当给定 N 时,$(n_\perp,n_z)$有若干种可能组合,而给定 $n_\perp$ 时, 有 $2(n_\perp+1)$个可能态(计及自旋). 由此不难求出能级的简并度为

$$f_N=\begin{cases}\frac{1}{4}(N+2)(N+4), & N=\text{偶}\\ \frac{1}{4}(N+1)(N+3), & N=\text{奇}\end{cases} \tag{8}$$

这样,我们就可以求出相应的壳结构(幻数)如表 8.1 所示.

表8.1 轴对称谐振子势($\omega_\perp/\omega_z=2/1$)的壳结构

N	$(n_\perp,n_z)$	f_N(计及自旋)	幻数
0	(0,0)	2	2
1	(0,1)	2	4
2	(0,2),(1,0)	6	10
3	(0,3),(1,1)	6	16
4	(0,4),(1,2),(2,0)	12	28
5	(0,5),(1,3),(2,1)	12	40
6	(0,6),(1,4),(2,2),(3,0)	20	60
⋮			

$\omega_\perp/\omega_z$ 为其它简单分数的情况下的简并度,亦可类似求出,见图 2-8.2.

§8.2 高自旋超变形核态

早在60年代,在锕系核中已发现**裂变同质异能态**[2](见§ 2.3),它可以用超变形(长短轴比为 2:1) **稳定核态来说明**. **高自旋态**下

2) S. M. Polikanov,et al. ЖЭТФ **42** (1962),1464; Soviet Phys. JETP 15 (1962) 1016.

的超变形核存在的可能性，虽然理论上早有探讨[3]，但在实验探索上却经历了一段漫长的路程，直到1986年才在英国Daresbury实验室观测到第一个高自旋态下的超变形核 $^{152}_{66}Dy$[4]，它是用加速到205MeV的 $^{48}_{20}Ca$ 离子去轰击靶核 $^{108}_{46}Pd$ 制备出来的，即 $^{108}_{46}Pd(^{48}_{20}Ca, 4n)$ 反应中，蒸发中子后的残核沿晕线往下衰变过程中观测到19条分立的 γ 射线，$\Delta E_\gamma \sim 47keV$（见图2-8.3），这相当于转动惯量 $J \sim 85MeV^{-1}\hbar^2$. 观测到的角动量已高达 $I \sim 60\hbar$，已很接近于稳定转动核所能拥有的角动量的极限（见图2-7.4，超过此极限后，转动核将裂变为两小块）. 从约化E2跃迁几率观测值得出原

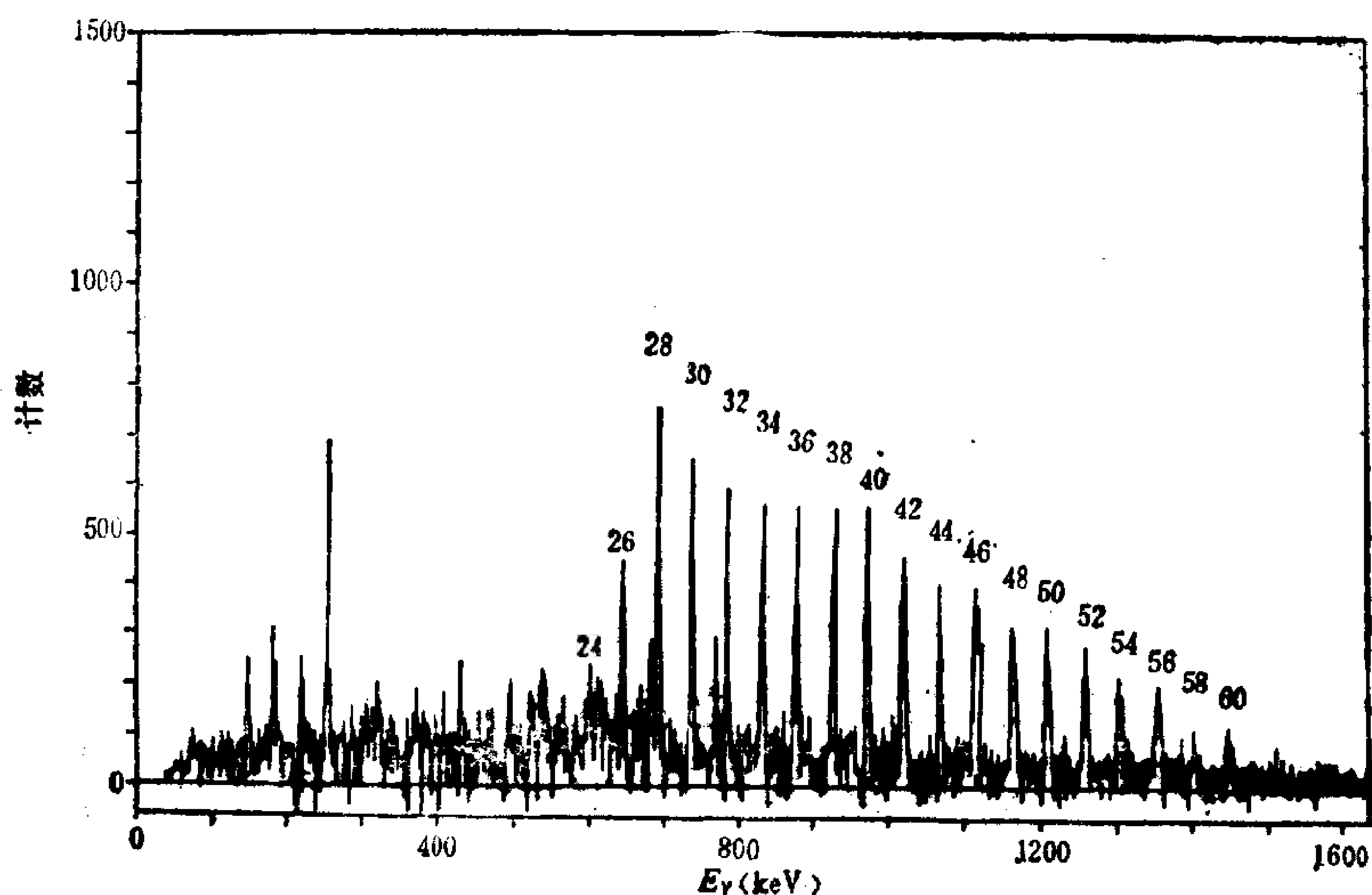


图2-8.3 ^{152}Dy 高自旋大变形核态之间E2γ射线谱. 取自Daresbury 1986/7(Annual Reports), p.22

---

3) V. M. Strutinsky, Nucl. Phys. A95 (1967), 420; T. Bengtsson, et al., Phys. Scr. 24 (1981) 200.
I. Ragnarsson and S. Åberg, Phys. Lett. B180 (1986) 191; J. Dudek and W. Nazarewicz, Phys. Rev. C31 (1985) 298.

4) J. Twin, et al., Phys. Rev. Lett. 57 (1986) 811; M. A. Bentley, et al., Phys. Rev. Lett. 59 (1987) 2141.

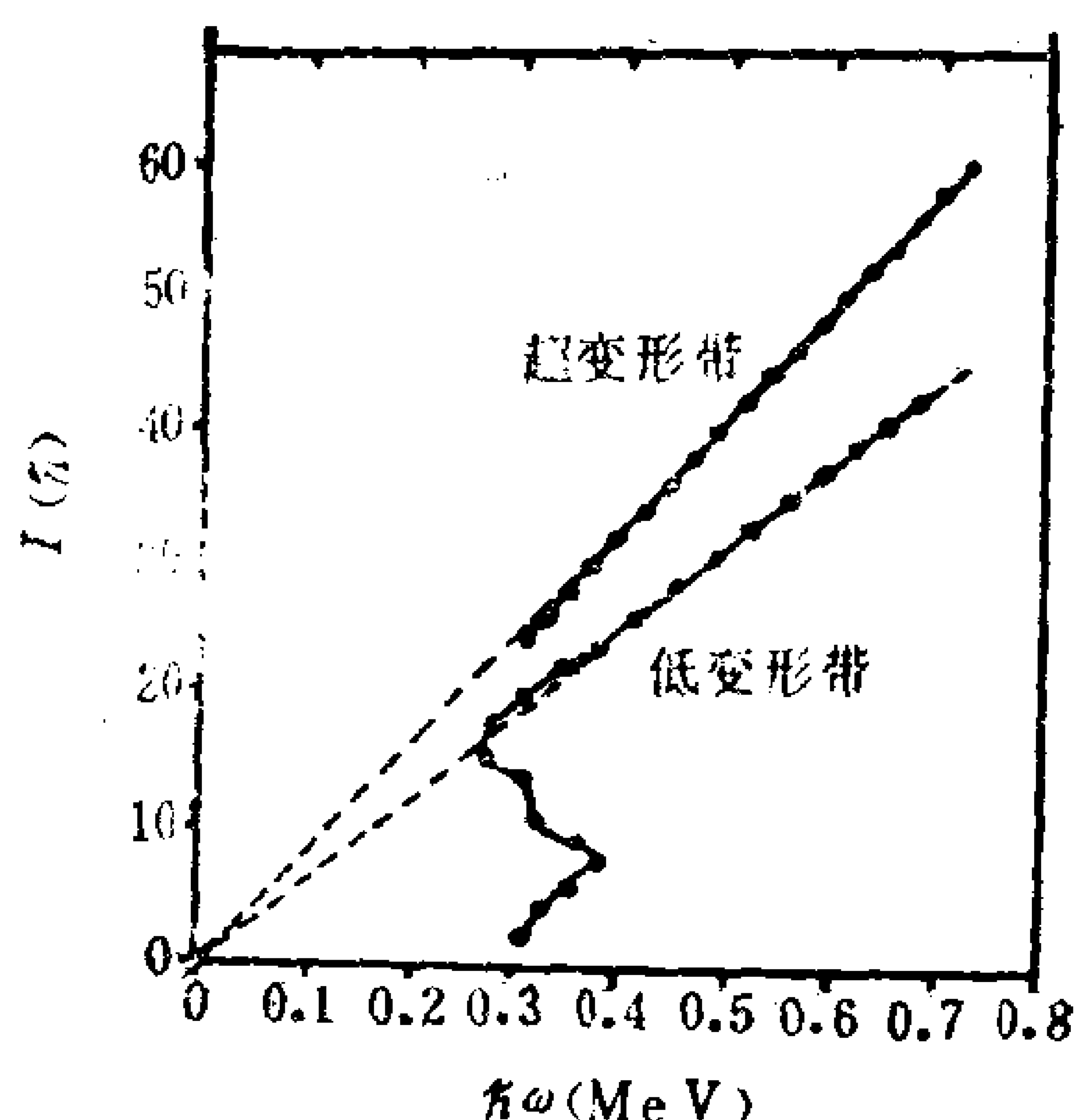


图 2-8.4 ^{152}Dy 的超变形带和小变形带的 I-ω 曲线.[4] 曲线斜率表示转动惯量. 超变形带的转动惯量接近于刚体值.

子核内禀电四极矩为 $Q_0\approx17.5$eb. 这相当于形变 $\beta\approx0.6$ (长短轴比为 2:1) 的长椭球. 按此形变计算出的刚体转动惯量与实验值相近. 理论计算早已知道[5], 在粒子数约为 64、86 附近, 将出现 2:1 大变形下的满壳结构. 实验上观测出的高自旋态下 $^{152}_{66}$Dy 超变形核态, 正是 2:1 超变形下的满壳结构. 所以也可把它称为超变形幻核(*superdeformed magic nucleus*).

继超变形幻核 $^{152}_{66}\mathrm{Dy}_{86}$ 发现之后, 世界上一些著名的核物理实验室都进行了紧张的研究, 发现了其它一些高自旋超变形核态. B. Haas 等[6] 观测到了 $^{149}_{64}$Gd 的超变形态. 他们通过 $^{124}_{50}$Sn ($^{30}_{14}$Si, 5n) 反应(^{30}Si 离子能量 $\approx$ 150MeV), 观测到 19 条分立的 γ 射线谱, E_γ 在 618keV—1559 keV 之间, $\Delta E_\gamma\approx52.3$keV, 测出的高自旋态 $I\sim\left(\frac{51}{2}-\frac{127}{2}\right)\hbar$. 从约化 E2 跃迁几率观测值定出其内禀电

5) S. Åberg, et al., Nuclear Structure in Superdeformed States, invited talk at the XXVI International Winter Meeting on Nuclear Physics, Bormio, Italy, 1988.

6) B. Haas, et al., Phys. Rev. Lett. **60** (1988) 503.

四极矩 $Q_0 \approx 17 \pm 2$eb，相应形变 $\beta \approx 0.6$（长短轴比 2:1）. 转动惯量 $\approx 84 \mathrm{MeV}^{-1}\hbar^2$. M. A. Deleplanque 等[7] 在 $^{148}_{64}\mathrm{Cd}_{84}$ 中观测到超变形核态. 他们利用 $^{104}_{44}\mathrm{Ru}(^{48}_{20}\mathrm{Ca}, 4\mathrm{n})$ 反应（^{48}Ca 离子能量为 215 MeV 和 202MeV）和 $^{124}_{50}\mathrm{Sn}(^{29}_{14}\mathrm{Si}, 5\mathrm{n})$ 反应（^{29}Si 能量为 157MeV，150 MeV）观测到了 ^{148}Gd 的高自旋超变形核态之间微弱的 γ 射线. 能谱的规律性比 ^{152}Dy 稍差一些，这可能是因为 ^{148}Gd 已离开超变形幻核 ^{152}Dy 比较远了.

Kirwan 等[8] 在 $^{132}_{58}$Ce 核中观测到了高自旋超变形转动带. Beck 等[9] 在 $_{60}$Nd 同位素中也观测到类似的高自旋超变形转动带. 迄今，已发现的高自旋超变形核态主要在两个区域中，构成两个“群岛”. 其一是 $A \sim 150$，($Z \sim 64$, 66，$N \sim 84$, 86)，包括 ^{152}Dy, ^{151}Dy[10], ^{150}Gd, ^{149}Gd, ^{148}Gd 等核，它们的形变 $\beta \approx 0.6$（长短轴比为 2:1）. 另一群是 $A \sim 132$，($Z \sim 58$, 60；$N \sim 72$, 74) 它们的形变 $\beta \approx 0.4$（长短轴比为 3:2）. 可以期望，还会发现其它区域中的超变形核态.

应当提到，80 年代中期发现的超变形核态处于高自旋区，而 60年代初期发现的裂变同质异能态则处于低自旋区. 图 2-8.5 上半部给出 $I=0$ 时 ^{236}U 的势能随形变 ε 的变化. 它在 $\varepsilon \approx 0.25$ 附近出现的第一低谷就是 ^{236}U 基转动带的形变区，而 $\varepsilon \approx 0.60$ 附近出现的第二低谷就是 ^{236}U 裂变同质异能态所在. 图 2-8.5 下半部给出 ^{152}Dy 的势能曲线，一条是 $I=40$ 态下的计算结果，表现

---

7) M. A. Deleplanque, et al., Phys. Rev. Lett. **60** (1988) 1626

8) A. J. Kirwan, et, al., Phys. Rev. Lett. **58** (1987) 467

9) E. M. Beck, et al., Phys. Rev. Lett. **58** (1987) 2182; Phys. Lett. **B135** (1987) 531.

10) G. E. Rathke, et al.,（清华大学马文超是作者之一）, Phys. Lett. **B209** (1988) 177.

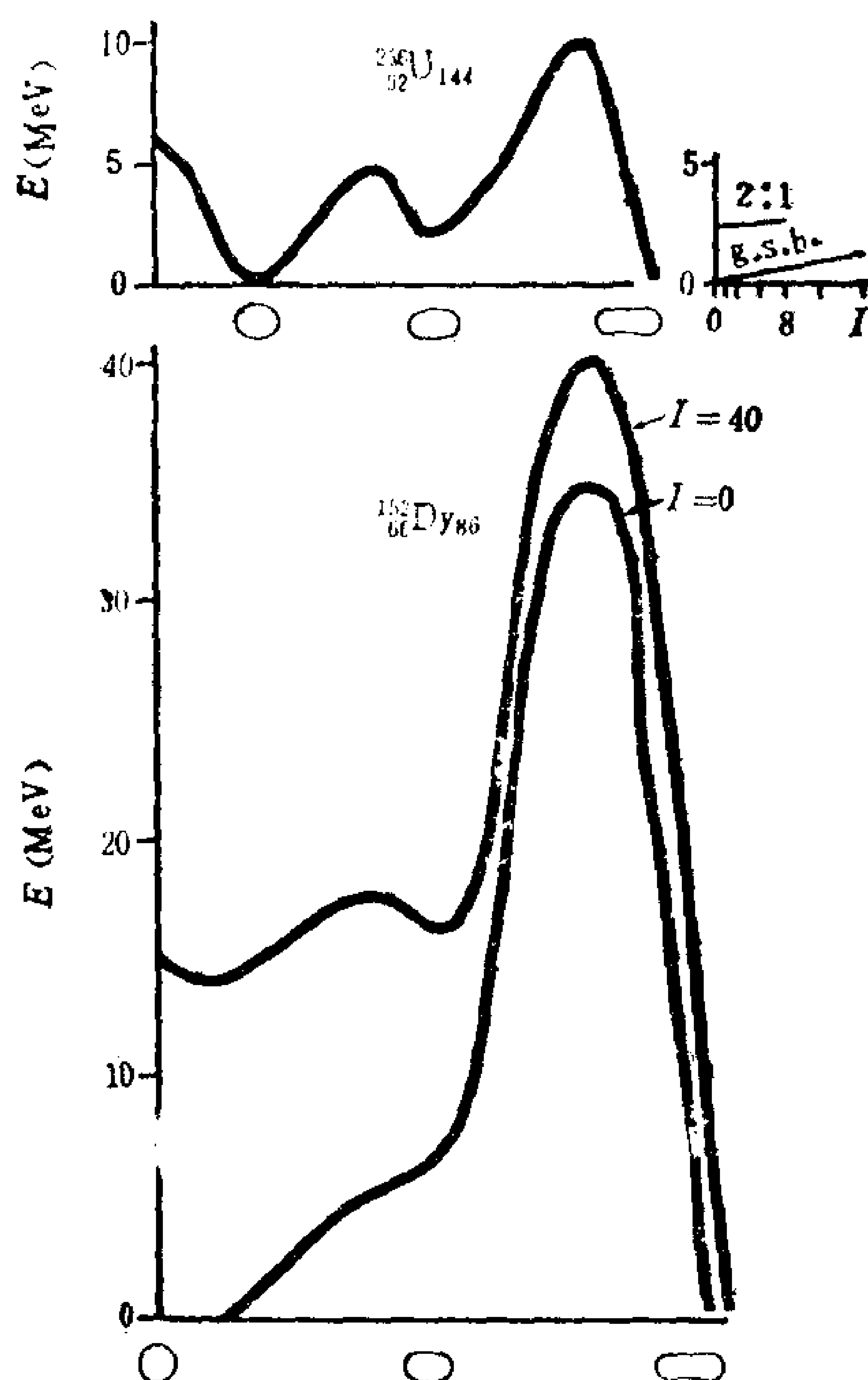


图 2-8.5 ^{236}U 和 ^{152}Dy 裂变势垒曲线示意图.

取自 S. Åberg, et al. ,[5].

出有第二个低谷. 另一条是 $I=0$ 态的计算结果，没有出现第二低谷. 这是对 ^{152}Dy 高自旋超变形核态的理论解释.

大变形核态下的核结构研究是一个新的领域. 它们有的出现在低自旋区(例如裂变同质异能态)，有的出现于高自旋区，有的出现于远离 β 稳定线的奇异核中(见 § 8. 3). 高自旋下的超变形核态，$I\sim60\hbar$，有人认为此时对相互作用已不太重要，因此每一种核的个性可以更清楚展现出来. 超变形转动带能谱所显示出的极漂亮的规律性和很强的集体性表明，在此自旋区没有突然的角动量顺排发生. 理论分析表明，原子核价壳之上两个壳中的高 j 轨道对于高自旋大变形核态的形成有重要影响. 从超变形核态到小

变形核态涉及核结构的重大改组，必然对电磁跃迁有重要影响．所有这些都是目前核结构研究前沿领域中很引人注目的课题．

§8.3 原子核电荷半径$\langle r^2\rangle$随同位素的变化

原子光谱的超精细结构以及谱线的同位素移动，可用以研究原子核性质的某些细节[11]．前者可用以获取原子核自旋和电磁矩的信息，而后者则可用以探讨原子核电荷分布均方半径$\langle r^2\rangle$在同位素系列中的变化．这方面的早期实验资料可参阅[12]．

通过原子物理来研究原子核性质的方法，不限于稳定同位素，而且可推广到具有不稳定原子核的原子．这在技术上主要由于可调染料激光器的使用，使测量的灵敏度大为提高，因而可以用来分析极微量的或寿命极短的人工制备的同位素[13]．近十年来，包括远离β稳定线的奇异核（*exotic nuclei*）在内的长系列同位素的电荷均方半径$\langle r^2\rangle$的变化的研究，取得了很有价值的结果．

首先分析一下碱金属元素 Rb 的同位素系列 $^{76-98}_{37}$Rb 的$\langle r^2\rangle$的变化．以中子满壳核 $^{87}_{37}Rb_{50}$ 为参照，各同位素的$\langle r^2\rangle$的变化，即 $\delta\langle r^2\rangle^{A-87}=\langle r^2\rangle_A-\langle r^2\rangle_{A=87}$ 如图 2-8.6 所示[14]．

这里有一个十分引人注目的现象，即对于贫中子同位素（$N<50$），$^{76-86}$Rb，随中子数减少，$\langle r^2\rangle$反而增大．按照电荷分布半径的 $A^{1/3}$ 律是很难理解的．因为，如假设$\langle r^2\rangle\propto A^{2/3}$，则$\langle r^2\rangle$随$A$的变化为（习惯上称为标准变化，记为$\delta\langle r^2\rangle_{std}$），

---

11) H. Kopfermann, Nuclear Moments, (New York, Academic Press, 1958).
12) K. Heilig and A. Steudel, At. Data Nucl. Data Tables, **14**(1974)613.
13) K. Heilig, Hyperfine Interact. **24** (1985) 349.
14) C. Thibault, et al., Phys. Rev. C. **23** (1981) 2720.

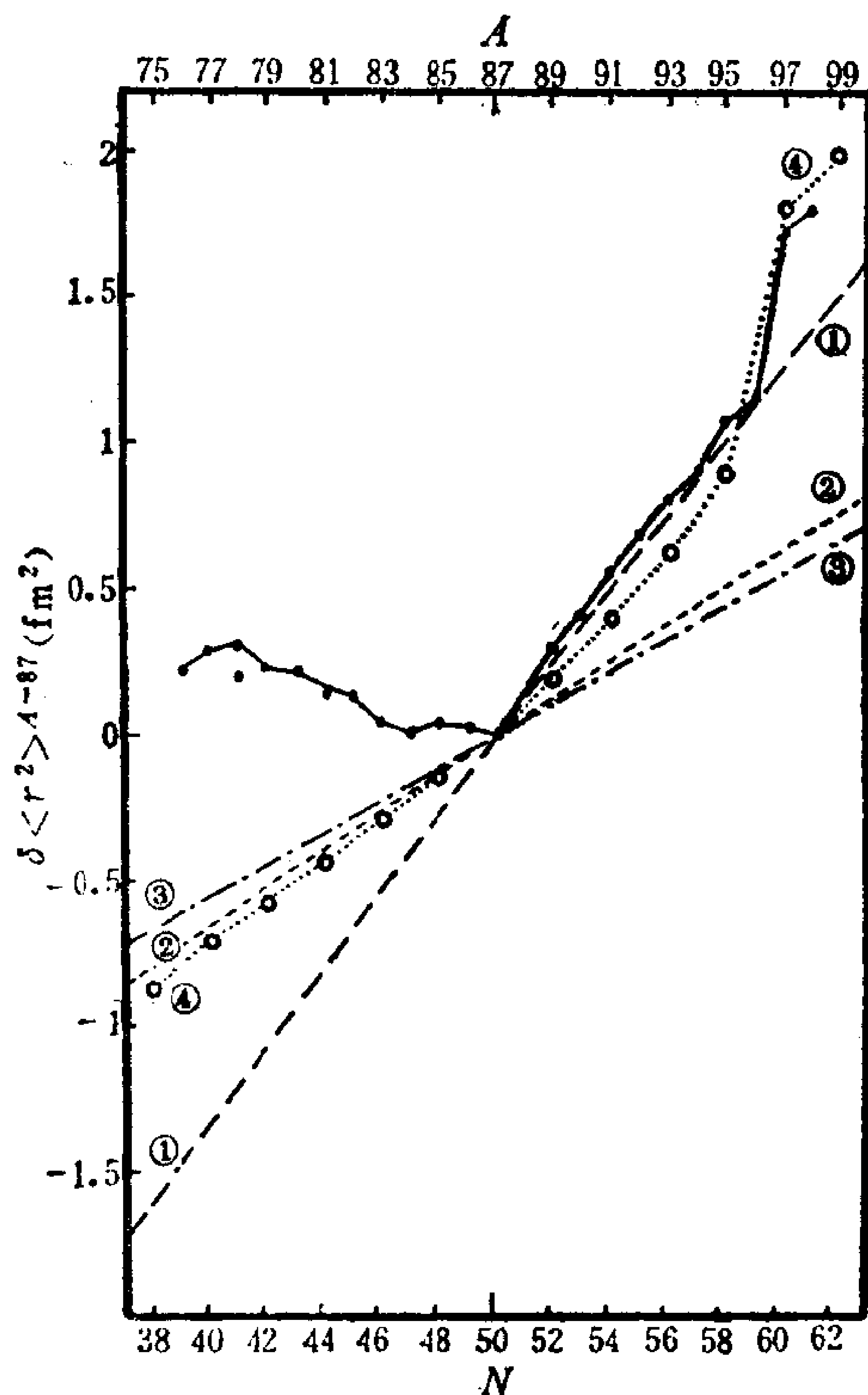


图 2-8.6 $^{76-98}$Rb 系列同位素$\langle r^2\rangle$的变化，(相对于中子满壳核^{87}Rb).

—•—• 实验

· 同质异能态

———① $\delta\langle r^2\rangle_{std}$

-------② $0.5\delta\langle r^2\rangle_{std}$

—·—·—③ 小液滴模型(droplet model)

···○···○···④ DDHF(density-dependent Hartree-Fock)计算值，

$\delta\langle r^2\rangle^{A-87}=\langle r^2\rangle_A-\langle r^2\rangle_{87}$

$\delta\langle r^2\rangle_{std}=\dfrac{2}{3}\dfrac{\delta A}{A}\langle r^2\rangle_{std}$,

$\langle r^2\rangle_{std}=\langle r^2\rangle_{sph}(\text{球形核})=\dfrac{3}{5}(r_0A^{1/3})^2,\ r_0=1.2\,\mathrm{fm}$

取自 C. Thibault et al.,[14]. 小液滴模型计算可参阅文献[16]. 密度有关的 Hartree-Fock(DDHF)计算可参阅文献[17].

$$\delta\langle r^2\rangle_{\rm std}=\frac{2}{3}\frac{\delta A}{A}\langle r^2\rangle \tag{1}$$

文献[14]认为，此式只在中子数和质子数同时增加时才成立．当只增加中子数 N（Z 固定）时，$\langle r^2\rangle$ 的增加要比 $\delta\langle r^2\rangle_{\rm std}$ 慢得多（～50%）．在总结性文献[15]中，令

$$\delta\langle r^2\rangle=\rho\delta\langle r^2\rangle_{\rm std},\quad 0<\rho<1 \tag{2}$$

系统分析实验表明，当只增加中子数时，ρ 约为 0.5．Nilsson & Ragnarsson[18] 指出，当只增加质子数 Z（N 固定）时，$\langle r^2\rangle$ 的变化则大于 $\delta\langle r^2\rangle_{\rm std}$，（$\rho\sim1.5$）．以上两种情况都只是定量上对 $A^{1/3}$ 律的偏离，而 $^{76-86}$Rb 系列同位素的 $\langle r^2\rangle$ 的反常变化则定性上完全背离 $A^{1/3}$ 律．现在大家公认，原子核发生了较大变形是重要原因之一．

假设原子核发生了四极轴对称变形，并假设发生变形时原子核体积不变，则可以证明[15]

$$\langle r^2\rangle=\left(1+\frac{5}{4\pi}\langle\beta^2\rangle\right)\langle r^2\rangle_{\rm sph} \tag{3}$$

其中 β 表示四极轴对称形变度，$\langle r^2\rangle_{\rm sph}$ 表示球形情况下的均方半径．此时

$$\delta\langle r^2\rangle=\delta\langle r^2\rangle_{\rm sph}+\frac{5}{4\pi}\delta\langle\beta^2\rangle\langle r^2\rangle_{\rm sph}=\delta\langle r^2\rangle_{\rm sph}+\delta_\beta\langle r^2\rangle \tag{4}$$

第一项表示不发生变形时（体积增减所造成）的变化，第二项表示因形变而产生的变化．考虑这一影响后的计算结果如图 2-8.7 所

15) P. Jacquinot and R. Klapisch, Rep. Prog. Phys. **42** (1979) 773

16) W. D. Myers, Phys. Lett. **30B** (1969) 451; W. D. Myers and K. H. Schmidt, Nucl. Phys. **A410** (1983), 61.

17) X. Campi and M. Epherre, Phys. Rev. C **22** (1980), 2605.

18) S. G. Nilsson and I. Ragnarsson, Shapes and Shells in Nuclear Structure, p. Ⅱ:3.

示. 看来，对于贫中子同位素，取 $\rho=0.25$ 的计算与实验较为符合，而对于丰中子同位素，$\rho=0.8$ 的计算较为符合实验.

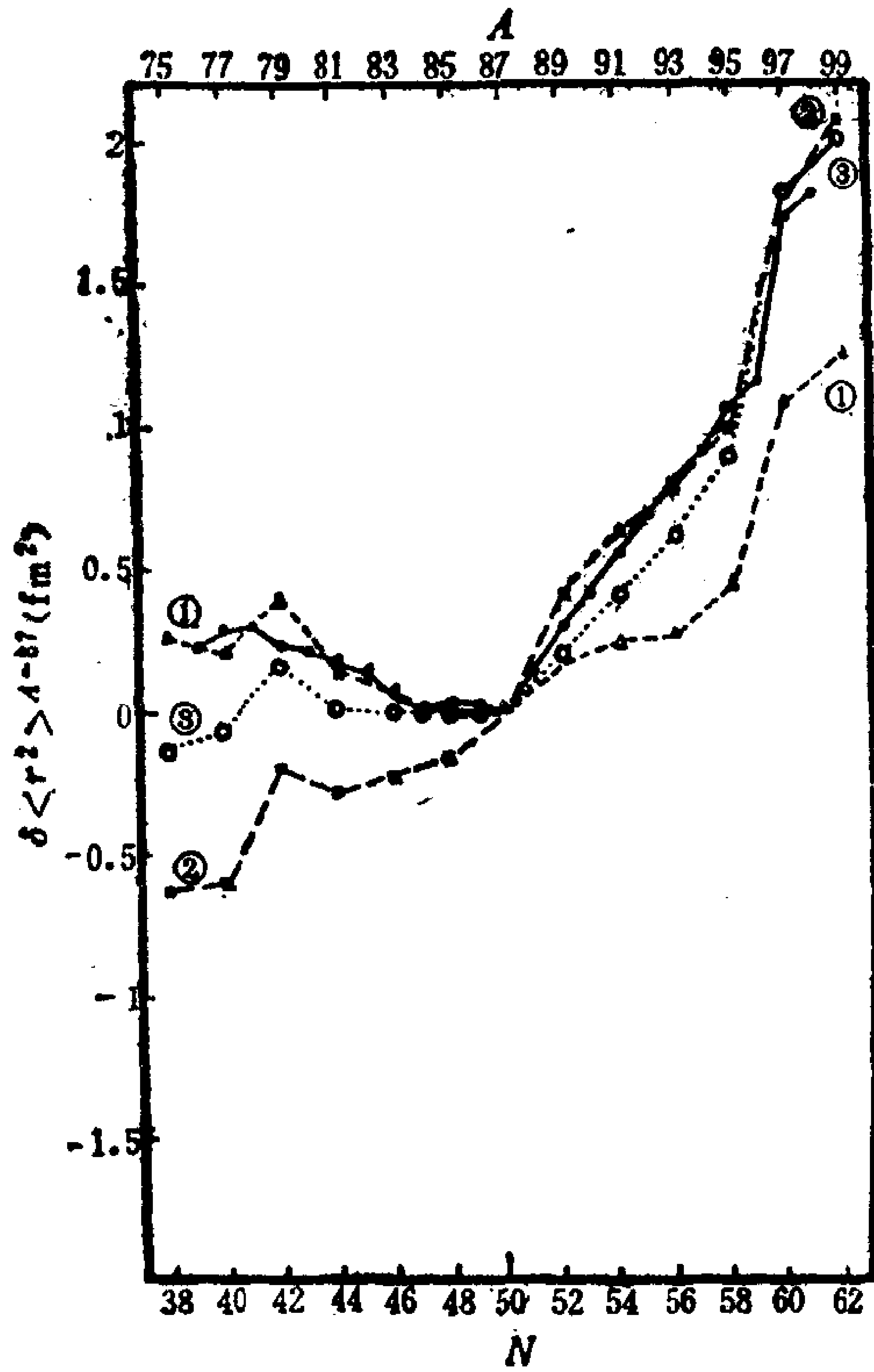


图 2-8.7 计及形变影响后的${}^{76-98}$Rb系列同位素的 $\delta\langle r^2\rangle$ 计算值与实验值的比较.

—•—•— 实验

· 同质异能态

------ ① $\rho=0.25$

—·—·— ② $\rho=0.8$

…o… ③ DDHF 计算值($N<50$ 原子核按实验值 β_{exp} 做了修正)

取自 C. Thibault, et al.[14].

与 $_{37}$Rb 相邻的 $_{38}$Sr的长系列同位素的精细的实验观测[19-21]，也展示出很相似的现象. 如表 8.2 和图 2-8.8 所示.

表 8.2 Sr的同位素移动和$\langle r^2\rangle$的变化

A	同位素移动(MHz)（相对于$A=88$）	$\langle r^2\rangle_A-\langle r^2\rangle_{88}$, (fm^2)
78	−893(12)	0.242(8)
80	−782(11)	0.243(7)
82	−574(10)	0.179(6)
84	−373(5)	0.116(3)
86	−171(3)	0.050(2)
90	−349(6)	0.277(4)
92	−636(8)	0.512(5)
94	−876(9)	0.715(6)
96	−1198(10)	0.968(6)
98	−2155(13)	1.625(6)
100	−2415(23)	1.832(15)

这里应该提到，Rb 和 Sr 的丰中子同位素都在 $N\approx60$ 附近突然发生很大形变，$\beta\approx0.4$,(长短轴比≈3:2). 从 E2 约化跃迁几率 B(E2) 观测值的分析*也得出类似的结论. 此外，从图 2-8.8, 2-8.9, 2-8.6, 2-8.7 都可看出，对于贫中子核，在 $N\approx40$ 附近也出现很大形变，$\beta\approx0.40$，只是它的发生不象 $N\approx60$ 附近那样突然. Möller 与 Nix[22] 曾经从理论计算得出，在此区域中，$N\approx40$ 和 $N\approx60$ 的基态有很大的变形.

19) R. E. Silverans, et al., Phys. Rev. Lett. **60** (1988) 2607

20) D. A. Eastham, et al., Phys. Rev. **C36** (1987) 1583

21) M. Anselment, et al., Z. Physik, **326** (1987) 493

22) P. Möller and J. R. Nix, At. Data Nucl. Data Tables **26** (1981) 165.

* $\beta^2=\left(\frac{4\pi}{3ZeR^2}\right)^2\sum_f B(\mathrm{E2}, g.s.\to2_f^+)$在多数情况下，$\sum_f B(\mathrm{E2}, g.s.\to2_f^+)\approx B(\mathrm{E2}, g.s.\to2_1^+)$. 参阅 K. Kumar, Phys, Rev. Lett. **28** (1972) 249.

应当提到，所有以上讨论都是从$\langle r^2\rangle^{1/2}$的$A^{1/3}$律(即$\delta\langle r^2\rangle_{std}$)来分析形变的影响的．实际上按§2.1的分析(图2-2.2)已清楚表明，沿β稳定线附近的原子核的电荷半径$\langle r^2\rangle^{1/2}$与$A^{1/3}$有系统的偏离(～10%)，而与$Z^{1/3}$律很接近．而按$Z^{1/3}$律分析实验数据时发现[23]，对于稀土区和锕系区变形核(β～0.25－0.35)，参数$r_p=$
$\sqrt{\frac{5}{3}}\langle r^2\rangle^{1/2}/Z^{1/3}$的值系统地比球形核大(1－3)%．如把形变影响考虑进去，令

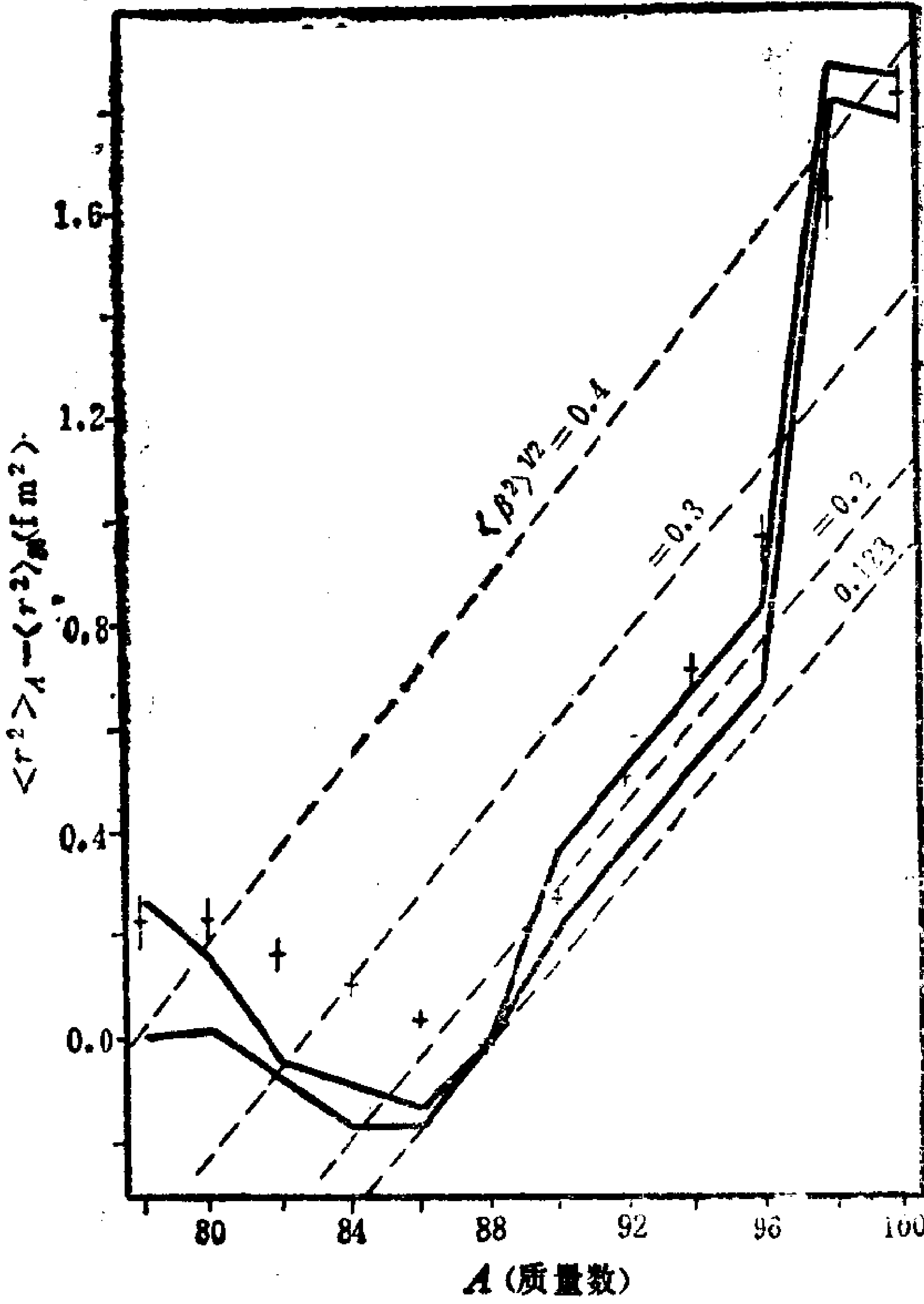


图 2-8.8　$^{78-100}$Sr 系列同位素的$\delta\langle r^2\rangle$，(相对于中子满壳核^{88}Sr)．取自 Silver ans, et al.[19]
＋表示从光谱同位素移动观测值分析得出的$\delta\langle r^2\rangle$；
虚线表示不同形变下的小液滴模型计算结果[16]（取^{88}Sr，$\langle\beta^2\rangle^{1/2}=0.128(4)$为参照）．
实线表示从约化E2跃迁几率B(E2)的观测值分析得出的$\delta\langle r^2\rangle$，两条实线分别表示计及误差后的上限和下限．

23) J. Y. Zeng, Chinese Phys. **3** (1983) 652.

$$r_p = r_p^\circ\left(1+\frac{5}{8\pi}\beta^2\right) \tag{5}$$

则 r_p° 与球形核的实验值非常相近（当 $\beta \sim 0.25-0.35$，$\frac{5}{8\pi}\beta^2 \sim (1.2-2.4)\%$）.

如采用 $\langle r^2\rangle^{1/2}$ 的 $Z^{1/3}$ 律，则图 2-8.6 中碰到的 $\delta\langle r^2\rangle$ 的反常变化的矛盾就会小得多，如再把形变影响考虑进去，$\delta\langle r^2\rangle$ 的反常变化是可以大致说明的. 当然，原子核电荷半径 $\langle r^2\rangle^{1/2}$ 的变化，既依赖于质子数 Z 和中子数 N，还与壳效应(包括形变)有密切关系. 它与 $A^{1/3}$ 律肯定有很大的偏离. 所以 $\langle r^2\rangle^{1/2}$ 变化规律，特别是对于超变形核和远离 β 稳定线的奇异核，还是值得进一步探讨的课题.

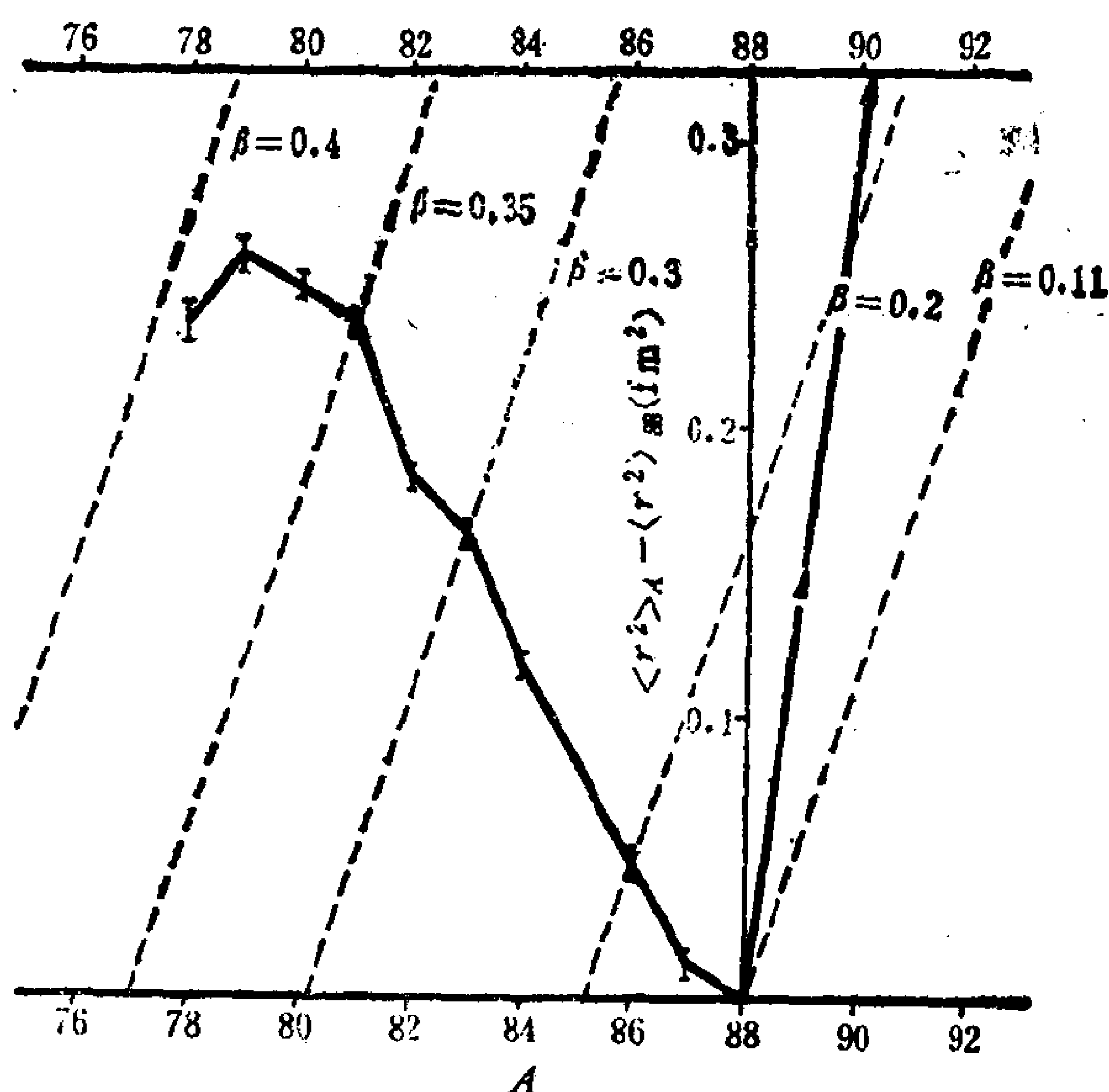


图 2-8.9 $^{77-90}$Sr 系列同位素（包括奇 A 核）的 $\delta\langle r^2\rangle$（相对于中子满壳核 ^{88}Sr）. 取自 Eastham, et al.[20]. 虚线表示不同形变下的小液滴模型计算值.

原子核物理学一般参考书

大学生用参考书

E. B. Paul, Nuclear and Particle Physics, (North-Holland, 1964)

E. Segre, Nuclei and Particles, 2nd. ed. (W. A. Benjamin, 1977; 中译本, 科学出版社, 1984.)

杨福家, 原子物理学, 第 7, 8 章(上海科技出版社, 1985)

褚圣麟, 原子核物理学导论(高等教育出版社, 1987)

卢希庭, 原子核物理(原子能出版社, 1981)

研究生用参考书

S. G. Nilsson and I. Ragnarsson, Shapes and Shells in Nuclear Structure, (Lund Institute of Technology, 1985)

I. Hamamoto, Applied Quantum Mechanics-Theoretical Nuclear Physics, (Lund Institute of Technology, 1987)

曾谨言, 孙洪洲, 原子核结构理论(上海科技出版社, 1987)

胡济民, 原子核理论, 卷 I, II(原子能出版社, 1987)

徐躬耦, 郑卫汉, 原子核理论(核力部分), (高等教育出版社, 1983)

徐躬耦, 杨亚天, 原子核理论(核结构与核衰变部分)(高等教育出版社, 1989)

徐躬耦, 王顺金, 原子核理论(核反应部分)(高等教育出版社, 1990)

进一步学习和研究用参考书

M. G. Mayer and J. H. D. Jensen, Elementary Theory of Nuclear Shell Structure, (Wiley, 1955)

A. de-Shalit and I. Talmi, Nuclear Shell Theory (Academic Press, NY, 1963)

R. D. Lawson, Theory of Nuclear Shell Model (Clarendon Press, Oxford, 1980)

A. Bohr and B. R. Mottelson, Nuclear Structure,
vol. I Single-Particle Motion (1969)
vol. II Nuclear Deformations (1975)
(W. A. Benjamin)

D. J. Rowe, Nuclear Collective Motion, (Methuen, London, 1970)

Z. Szymanski, Fast Nuclear Rotation, (Clarendon Press, Oxford, 1983)

R. Bengtsson and J. D. Garrett, The Cranking Model-Theoretical and Experimental Basis, *in* Int. Rev. of Nuclear Physics, vol. 2 (1984, World Scientific Pub. Co. Singapore)

I. Hamamoto, High Angular Momentum Phenomena, *in* Treatise on Heavy-Ion Science, vol. 3 (1985, Plenum).

J. M. Eisenberg and W. Greiner, Nuclear Theory (North-Holland, 1970)
vol. 1 Nuclear Models
vol. 2 Excitation Mechanisms of the Nucleus
vol. 3 Microscopic Theory of the Nucleus

A. de-Shalit and H. Feshbach, Theoretical Nuclear Physics, vol. 1 Nuclear Structure, (John-Wiley & Sons, 1974)

P. Ring and P. Schuck, The Nuclear Many-Body Problem (Springer-Verlag, 1980)

附录1① 基本物理常数表

物理量	符号，方程	量值	相对不确定度(10^{-6})
真空光速	c	$299792458 ms^{-1}$	（准确）
Planck 常数	h	$6.6260755(40)\times10^{-34}Js$	0.60
约化 Planck 常数	$\hbar\equiv h/2\pi$	$1.05457266(63)\times10^{-34}Js$	0.60
		$=6.5821220(20)\times10^{-22}MeVs$	0.30
电子电荷	e	$1.60217733(49)\times10^{-19}C$	0.30
		$=4.8032068(15)\times10^{-10}esu$	0.30
转换常数	$\hbar c$	$197.327053(59) MeVfm$	0.30
转换常数	$(\hbar c)^2$	$0.38937966(23) GeV^2mb$	0.59
电子质量	m_e	$0.51099906(15) MeV/c^2$	0.30
		$=9.1093897(54)\times10^{-31}kg$	0.59
质子质量	m_p	$938.27231(28) MeV/c^2$	0.30
		$=1.6726231(10)\times10^{-27}kg$	0.59
		$=1.007276470(12)u$	0.012
		$=1836.152701(37)m_e$	0.020
氘核质量	m_d	$1875.61339(57) MeV/c^2$	0.30
统一原子质量单位 (u)	$\frac{1}{12}$(C^{12}原子质量)$=(1g)/N_A$	$931.49432(28) MeV/c^2$	0.30
		$=1.6605402(10)\times10^{-27}kg$	0.59
真空电容率	ε_0 } $\varepsilon_0\mu_0=1/c^2$	$8.854187817\cdots\times10^{-12}Fm^{-1}$	（准确）
真空磁导率	μ_0	$4\pi\times10^{-7}NA^{-2}$	（准确）

精细结构常数	$\alpha = e^2/4\pi\varepsilon_0\hbar c$	1/137.0359895(61)	0.045
电子经典半径	$r_e = e^2/4\pi\varepsilon_0 m_e c^2$	$2.81794092(38)\times10^{-15}$m	0.13
电子Compton波长	$\lambda\!\!\!^{-}_e = \hbar/m_e c = r_e\alpha^{-1}$	$3.86159323(35)\times10^{-13}$m	0.089
Bohr 半径($m_{核}=\infty$)	$a_\infty = 4\pi\varepsilon_0\hbar^2/m_e e^2 = r_e\alpha^{-2}$	$0.529177249(24)\times10^{-10}$m	0.045
Rydberg能量	$hcR_\infty = m_e e^4/2(4\pi\varepsilon_0)^2\hbar^2 = m_e c^2\alpha^2/2$	13.6056981(40)eV	0.30
Thomson 截面	$\sigma_T = 8\pi r_e^2/3$	0.66524616(18)b	0.27
Bohr 磁子	$\mu_B = e\hbar/2m_e$	$5.78838263(52)\times10^{-11}$MeVT^{-1}	0.089
核磁子	$\mu_N = e\hbar/2m_p$	$3.15245166(28)\times10^{-14}$MeVT^{-1}	0.089
电子旋磁比	$\omega^e_{cycl}/B = e/m_e$	$1.75881962(53)\times10^{11}$rads^{-1}T^{-1}	0.30
质子旋磁比	$\omega^p_{cycl}/B = e/m_p$	$9.5788309(29)\times10^{7}$rads^{-1}T^{-1}	0.30
引力常数	G_N	$6.67259(85)\times10^{-11}$m^{3}kg^{-1}s^{-2}	128
		$=6.70711(86)\times10^{-39}\hbar c$(GeV/$c^2$)$^{-2}$	128
Planck 质量	$M_p = (\hbar c/G_N)^{1/2}$	$1.221047(79)\times10^{19}$GeV/$c^2$	64
		$=2.17671(14)\times10^{-8}$kg	64
Planck 长度	$l_p = (\hbar G_N/c^3)^{1/2}$	$1.61605(10)\times10^{-35}$m	64
Planck 时间	$t_p = (\hbar G_N/c^5)^{1/2}$	$5.39056(34)\times10^{-44}$s	64
标准重力加速度(海平面)	g	9.80665ms^{-2}	(准确)
Fermi 耦合常数	$G_F/(\hbar c)^3$	$1.16637(2)\times10^{-5}$GeV^{-2}	17

续表

物　理　量	符号，　方程	量　值	相对不确定度(10^{-6})
Avogadro 数	N_A	$6.0221367(36)\times10^{23}mol^{-1}$	0.59
Boltzmann 常数	k	$1.380658(12)\times10^{-23}JK^{-1}$	8.5
		$=8.617385(73)\times10^{-5}eVK^{-1}$	8.4
Wien 位移定律常数	$b=\lambda_{max}T$	$2.897756(24)\times10^{-3}mK$	8.4
摩尔体积(STP时理想气体)	$N_Ak(273.15K)/(1atm)$	$22.41410(19)\times10^{-3}m^3mol^{-1}$	8.4
Stefan-Boltzmann 常数	$\sigma=\pi^2k^4/60\hbar^3c^2$	$5.67051(19)\times10^{-8}Wm^{-2}K^{-4}$	34
弱混合角	$\sin^2\theta_W$	0.230 ± 0.005	

$\pi=3.141592653589793238$	$1Å\equiv10^{-10}m$	1y(光年)$=9.460528\times10^{15}m$
$e=2.718281828459045235$	$1fm\equiv10^{-15}m$	1A(天文单位)$=1.495979\times10^{11}m$
$\gamma=0.577215664901532861$	$1b\equiv10^{-28}m^2$	$1a_{trop}$(回归年)$=3.15569\times10^7s$
$0°C\equiv273.15K$	$1eV=1.60217733(49)\times10^{-19}J$	1pc(秒差距)$=3.261633$ ly
$1atm\equiv1.01325\times10^5N/m^2$	$1eV/c^2=1.78266270(54)\times10^{-36}kg$	

① 附录1,2,3 均取自 Particle Data Group 编的 Review of particle properties,刊登于 physics Letlers B204(1988)。

附录 2　稳定粒子性质表

粒子	$I^G(J^{PC})$	质量 (MeV)	平均寿命 τ(s) $c\tau$ (cm)	主要衰变方式	分支比	最大衰变动量 (MeV/c)
			规范玻色子			
γ	$0,1(1^{--})$	$(<[illegible]\times 18^{-33}$ MeV)	……	稳定		
W	$J=1$	$(81.0\pm1.3)\times10^3$ ±1.3GeV	$\Gamma<6.5$GeV	$e\nu$	$(10.0^{+2.4}_{-3.3})\%$	40.5×10^3
				$\mu\nu$	$(12\ ^{+7}_{-6})\%$	40.5×10^3
				$\tau\nu$	$(10.2^{+3.3}_{-4.1})\%$	40.5×10^3
Z		$(92.4\pm1.8)\times10^3$	$\Gamma<5.6$GeV	e^+e^-	$(4.6^{+1.2}_{-1.7})\%$	46.2×10^3
		m_Z-m_W $=(11.4\pm1.4)\times10^3$		$\mu^+\mu^-$		46.2×10^3
			轻子			
ν_e	$J=\frac{1}{2}$	$<1.8\times10^{-5}$ (CL=95%)	稳定 $>3\times10^{4}m_{\nu_e}$ (MeV)	稳定		

续表

粒子	$I^G(J^{PC})$	质量 (MeV)	平均寿命 $\tau(s)$ $c\tau$ (cm)	主要衰变方式	分支比	最大衰变动量 (MeV/c)
ν_μ	$J=\frac{1}{2}$	<0.25MeV (CL=90%)	稳定 $>1.1\times10^5 m_{\nu_\mu}$ (MeV)	稳定		
ν_τ	$J=\frac{1}{2}$	<35MeV (CL=95%)				
e	$J=\frac{1}{2}$	0.51099906 ±0.00000015	稳定 $>2\times10^{22}$a (CL=68%)	稳定		
μ	$J=\frac{1}{2}$	105.65839 ±0.00006MeV	(2.19703 ±0.00004)$\times10^{-6}$ $c\tau=6.5865\times10^4$	$e^-\bar{\nu}\nu$	(100)%	53
τ	$J=\frac{1}{2}$	$1784.1^{+2.7}_{-3.6}$	(3.04±0.09) $\times10^{-13}$	$\mu^-\bar{\nu}\nu$	(17.8±0.4)%	889
			$c\tau=0.009$	$e^-\bar{\nu}\nu$	(17.5±0.4)%	892
				$\pi^-\nu$	(10.8±0.6)%	887
				$K^-\nu$	(0.66±0.19)%	824
				$\rho^-\nu$	(22.3±1.1)%	726
				$\pi^-\pi^0\pi^0\nu$	(7.5±0.9)%	866
				$\pi^-\pi^0\pi'\pi^0\nu$	(3.0±2.7)%	840

				$\pi^-\pi^-\pi^+\nu\gamma\cdots$ $\pi^-\pi^-\pi^+\pi^0\nu$ $\pi^-\pi^-\pi^+\nu$ $\pi^-\rho^0\nu$	$(6.4\pm0.6)\%$ $(4.4\pm1.6)\%$ $(6.8\pm0.6)\%$ $(5.4\pm1.7)\%$	 838 864 718

轻介子 $\pi^+=u\bar{d}$, $\pi^0=\frac{1}{\sqrt{2}}(u\bar{u}-d\bar{d})$, $\pi^-=d\bar{u}$, $\eta=\frac{1}{\sqrt{6}}(\cos\theta-\sqrt{2}\sin\theta)(\bar{u}u+d\bar{d})-\frac{1}{\sqrt{3}}(\sqrt{2}\cos\theta+\sin\theta)s\bar{s}$

$\pi^\pm$	$1^-(0^-)$	139.56755 ±0.00033 $m_{\pi^\pm}-m_{\mu^\pm}$ $=33.90917$ ±0.00033	(2.6029 $\pm0.0023)\times10^{-8}$ $c\tau=780.3$	$\mu^+\nu$	(100)%	30
π^0	$1^-(0^{-+})$	134.9734 ±0.0025 $m_{\pi^\pm}-m_{\pi^0}$ $=4.5942$ ±0.0025	$(8.4\pm0.6)\times10^{-17}$ $c\tau=2.5\times10^{-6}$	$\gamma\gamma$ γe^+e^- $e^+e^-e^+e^-$	(98.798)% ±0.032 (1.198)% $(3.24\ )\times10^{-5}$	67 67 67

续表

粒子	$I^G(J^{PC})$	质量 (MeV)	平均寿命 τ(s) $c\tau$(cm)	主要衰变方式	分支比	最大衰变动量 (MeV/c)
η	$0^+(0^{-+})$	548.8 ± 0.6	$\Gamma=(1.08\pm0.19)$keV	中性衰变	$(70.9\pm0.5)\%$	
				带电衰变	$(29.1\pm0.5)\%$	
				$\gamma\gamma$	$(38.9\pm0.4)\%$	274
				3π	$(31.90\pm0.34)\%$	180
				$\pi^0\gamma\gamma$	$(0.071\pm0.014)\%$	258
				$\pi^+\pi^-\pi^0$	$(23.7\pm0.5)\%$	175
				$\pi^+\pi^-\gamma$	$(4.91\pm0.13)\%$	236
				$e^+e^-\gamma$	$(0.50\pm0.12)\%$	274
				$\mu^+\mu^-\gamma$	$(3.1\pm0.4)\times10^{-4}$	253
				$\mu^+\mu^-$	$(6.5\pm2.1)\times10^{-6}$	253
				$\pi^+\pi^-e^+e^-$	$(0.13\pm0.13)\%$	236
		奇異介子		$K^+=u\bar{s}, K^0=d\bar{s}, \bar{K}^0=\bar{d}s, K^-=\bar{u}s$		
$K^\pm$	$\frac{1}{2}(0^-)$	493.646 ± 0.009 $m_{K^0}-m_{K^\pm}=4.024\pm0.031$	$(1.2371\pm0.0028)\times10^{-8}$ $c\tau=370.9$	$K^+\longrightarrow\mu^+\nu$	$(63.51\pm0.16)\%$	236
				$\pi^+\pi^0$	$(21.17\pm0.15)\%$	205
				$\pi^+\pi^+\pi^-$	$(5.589\pm0.028)\%$	125
				$\pi^+\pi^0\pi^0$	$(1.73\pm0.04)\%$	133
				$\pi^0\mu^+\nu$	$(3.18\pm0.06)\%$	215
				$\pi^0e^+\nu$	$(4.82\pm0.05)\%$	228

K^0 $\bar{K}^0$	$\frac{1}{2}(0^-)$	497.671 ± 0.030		$50\% K_S, 50\% K_L$		
K_S^0	$\frac{1}{2}(0^-)$	$m_{K_L}-m_{K_S}$ $=(0.5349\pm0.0022)$ $\times10^{10}\hbar s^{-1}$	(0.8922 ± 0.0020) $\times10^{-10}$ $c\tau=2.675$	$\pi^+\pi^-$ $\pi^0\pi^0$	$(68.61\pm0.26)\%$ $(31.39\pm0.26)\%$	206 209
K_L^0	$\frac{1}{2}(0^-)$	$=(3.521+0.014)$ $\times10^{-12}$MeV	(5.18 ± 0.04) $\times10^{-8}$ $c\tau=1554$	$\pi^0\pi^0\pi^0$ $\pi^+\pi^-\pi^0$ $\pi^\pm\mu^\mp\nu$ $\pi^\pm e^\mp\nu$	$(21.7\pm0.7)\%$ $(12.37\pm0.18)\%$ $g(27.01\pm0.34)\%$ $g(38.6\pm0.4)\%$	139 133 216 229
		粲介子	$D^+=c\bar{d}, D^0=c\bar{u}, \bar{D}^0=\bar{c}u, D^-=\bar{c}d; D_s^+=c\bar{s}, D_s^-=\bar{c}s$			
$D^\pm$	$\frac{1}{2}(0^-)$	1869.3 ± 0.6 $m_{D^\pm}-m_{D^0}$ $=4.74\pm0.28$	$(10.69^{+0.34}_{-0.32})$ $\times10^{-13}$ $c\tau=0.0320$	$D^+\longrightarrow e^+$+其它粒子 K^-+其它粒子 K^++其它粒子 K^0或$\bar{K}^0$+其它粒子	$(19.2^{+2.3}_{-1.6})\%$ $(16.2\pm3.5)\%$ $(6.6^{+2.9}_{-2.8})\%$ $(48\pm15)\%$	
D^0 $\bar{D}^0$	$\frac{1}{2}(0^-)$	1864.5 ± 0.6	(4.28 ± 0.11) $\times10^{-13}$ $c\tau=0.0128$	$D^0\longrightarrow e^+$+其它粒子 K^-+其它粒子 K^++其它粒子 K^0或$\bar{K}^0$+其它粒子	$(7.7\pm1.1)\%$ $(43\pm5)\%$ $(6.4^{+2.6}_{-1.7})\%$ $(33\pm10)\%$	

续表

粒子	$I(J^P)$	质量 (MeV)	平均寿命 $\tau(s)c\tau(cm)$	主要衰变方式	分支比	最大衰变动量 (MeV/c)
$D_S^{\pm}$	$0(0^-)$	1969.3 ± 1.1	$(4.36^{+0.38}_{-0.32})$	$D_S^+\to\phi\pi^+$	$(8\pm5)\%$	712
			$\times10^{-13}$	$\phi\pi^+\pi^+\pi^-$	$(4\pm3)\%$	641
			$c\tau=0.0131$	$\overline{K}^*(892)^0K^+$	$(8\pm5)\%$	683
$D_S^{*\pm}$		2112.7 ± 2.3 $m_{D_S^{*\pm}}-m_{D_S^{\pm}}$ $=141.6\pm1.9$	$>3.0\times10^{-23}$	$D_S^{*+}\to D_S^+\gamma$		137
		底介子		$B^+=u\bar{b}, B^0=d\bar{b}, \overline{B}^0=\bar{d}b, B^-=\bar{u}b$		
$B^{\pm}$	$\frac{1}{2}(0^-)$	5277.6 ± 1.4		$B^+\to\overline{D}^0\pi^+$	$(0.47^{+0.19}_{-0.15})\%$	2307
		$m_{B^0}-m_{B^{\pm}}$		$D^*(2010)^-\pi^+\pi^+$	$(0.25^{+0.15}_{-0.13})\%$	2247
		$=1.9\pm1.1$		$D^*(2010)^-\pi^+\pi^+\pi^0$	$(4.3\pm2.9)\%$	2235
				$D^-\pi^+\pi^+$	$(0.25^{+0.48}_{-0.24})\%$	2299
				$\overline{D}^*(2010)^0\pi^+$	$(0.27\pm0.44)\%$	2254
				$J/\psi(1S)K^+\pi^+\pi^-$	$(0.11\pm0.07)\%$	1611
				$\psi(2S)K^+$	$(0.22\pm0.17)\%$	1284

B^0 $\bar{B}^0$	$\frac{1}{2}(0^-)$	5279.4 ± 1.5		$B^0 \to \bar{D}^0 \pi^+ \pi^-$	$<3.9\%$	2301
				$D^*(2010)^- \pi^+$	$(0.33^{+0.12}_{-0.10})\%$	2255
				$D^*(2010)^- \rho^+$	$(8^{+7}_{-4})\%$	2182
				$D^*(2010)^- \pi^+ \pi^0$	$(1.5 \pm 1.1)\%$	2248
				$D^*(2010)^- \pi^+ \pi^+ \pi^-$	$(3.3 \pm 1.8)\%$	2235
				$D^*(2010)^- e^+$(或μ^+)ν	$(14 \pm 4)\%$	
				$J/\psi(1S) K^*(892)^0$	$(0.37 \pm 0.13)\%$	1572
$B^\pm$ B^0, $\bar{B}^0$ 未区分	$\frac{1}{2}(0^-)$		$(13.1^{+1.4}_{-1.3}) \times 10^{-13}$ $c\tau = 0.039$	$e^\pm \nu$+强子	$(12.3 \pm 0.8)\%$	
				$\mu^\pm \nu$+强子	$(11.0 \pm 0.9)\%$	
				D^0 或 $\bar{D}^0$+其它粒子	$(39 \pm 6)\%$	
				$K^\pm$+其它粒子	$(85 \pm 11)\%$	
				K^0或$\bar{K}^0$+其它粒子	$(63 \pm 8)\%$	
				$D^\pm$+其它粒子	$(17 \pm 6)\%$	
				$D^*(2010)^\pm$+其它粒子	$(22^{+8}_{-6})\%$	
				$D_s^\pm$+其它粒子	$(14 \pm 3)\%$	
				ϕ+其它粒子	$(2.3 \pm 0.8)\%$	
				$J/\psi(1S)$ +其它粒子	$(1.12 \pm 0.18)\%$	
				$\psi(2S)$+其它粒子	$(0.46 \pm 0.20)\%$	
				p+其它粒子	$>2.1\%$	
				Λ+其它粒子	$>1.1\%$	

续表

粒子	$I(J^P)$	质量（MeV）	平均寿命 τ(s)　$c\tau$(cm)	主要衰变方式	分支比	最大衰变动量 (MeV/c)
		核　子		$p=uud$	$n=udd$	
p	$\frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}\right)^+$	938.27231 ± 0.00028	稳定 $>1.6\times10^{25}$a 或 $>10^{31}-3\times10^{32}$a	稳定		
n	$\frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}^+\right)$	939.56563 ± 0.00028 m_n-m_p $=1.293318\pm0.00000$[illegible]	896 ± 10 $c\tau=2.69\times10^{13}$	$pe^-\bar{\nu}$	100%	1.19
		奇异数 −1 重子	$\Lambda=uds$,	$\Sigma^+=uus$,	$\Sigma^0=uds$,	$\Sigma^-=dds$
Λ	$0\left(\frac{1}{2}^+\right)$	1115.63 ± 0.05	$(2.631\pm0.020)\times10^{-10}$ $c\tau=7.89$	$p\pi^-$ $n\pi^0$	(64.1 ± 0.5)% (35.7 ± 0.5)%	101 104
Σ^+	$1\left(\frac{1}{2}^+\right)$	1189.37 ± 0.06 $m_{\Sigma^-}-m_{\Sigma^+}$ $=8.07\pm0.08$	$(0.799\pm0.004)\times10^{-10}$ $c\tau=2.40$	$p\pi^0$ $n\pi^+$	(51.57 ± 0.30)% (48.30 ± 0.30)%	189 185
Σ^0	$1\left(\frac{1}{2}^+\right)$	1192.55 ± 0.09 $m_{\Sigma^0}-m_\Lambda=76.92$	$(7.4\pm0.7)\times10^{-20}$ $c\tau=2.2\times10^{-9}$	$\Lambda\gamma$	100%	74

Σ^-	$1\left(\frac{1}{2}^+\right)$	1197.43 ± 0.06 $m_{\Sigma^-}-m_{\Sigma^0}$ $=4.89\pm0.08$	(1.479 ± 0.011) $\times10^{-10}$ $c\tau=4.43$	$n\pi^-$ $ne^-\bar{\nu}$	$(99.848{+0.006 \atop -0.005})\%$ $(1.017{+0.032 \atop -0.037})\times10^{-3}$	193 230
		奇异数－2重子		$\Xi^0=uss,\Xi^-=dss$		
Ξ^0	$\frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}^+\right)$	1314.6 ± 0.6 $m_{\Xi^-}-m_{\Xi^0}=6.4\pm0.6$	(2.90 ± 0.10) $\times10^{-10}$ $c\kappa=8.69$	$\Lambda\pi^0$	100%	135
Ξ^-	$\frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}^+\right)$	1321.32 ± 0.13	(1.639 ± 0.015) $\times10^{-10}$ $c\tau=4.91$	$\Lambda\pi^-$	100%	139
		奇异数－3重子		$\Omega^-=sss$		
Ω^-	$0\left(\frac{3}{2}^+\right)$	1672.43 ± 0.32	$(0.822$ $\pm0.012)\times10^{-10}$ $c\tau=2.46$	ΛK^- $\Xi^0\pi^-$ $\Xi^-\pi^0$	$(67.8\pm0.7)\%$ $(23.6\pm0.7)\%$ $(8.6\pm0.4)\%$	211 294 290
		粲重子		$\Lambda_c^+=udc,\Sigma_c^{++}=uuc,\Sigma_c^+=udc,\Sigma_c^0=ddc,\Xi_c^+=usc$		
Λ_c^+	$0\left(\frac{1}{2}^+\right)$	2284.9 ± 1.5	$(1.79{+0.23 \atop -0.17})$ $\times10^{-13}$ $c\tau=0.0054$	$p\bar{K}^0$ $pK^-\pi^+$ $p\bar{K}^0\pi^+\pi^-$ $pK^-\pi^+\pi^0$ Λ＋其它粒子 $\Sigma^+\pi^+\pi^-$ e^+＋其它粒子	$(1.5\pm0.6)\%$ $(2.6\pm0.9)\%$ $(7.4\pm3.5)\%$ $(27\pm9)\%$ $(10\pm8)\%$ $(4.5\pm1.7)\%$	872 822 [illegible] 758 803
Ξ_c^+		2460 ± 19	$(4.3{+1.7 \atop -1.2})\times10^{-13}$ $c\tau=0.013$	$\Lambda K^-\pi^+\pi^+$ $\Sigma^0K^-\pi^+\pi^+$		781 729

附录3　共振态性质表

粒　子	$I^G(J^{PC})$	质量 (MeV)	宽度 (MeV)	主要衰变方式	分支比 (%)	最大衰变动量 (MeV/c)
无味介子						
$\rho(770)$	$1^+(1^{--})$	770 ± 3	153 ± 2	$\pi\pi$	≈100	359
				$\pi^\pm\gamma$	0.045 ± 0.005	372
				$\mu^+\mu^-$	0.0067 ± 0.0014	370
				e^+e^-	0.0044 ± 0.0002	385
				$\eta\gamma$		189
$\omega(783)$	$0^-(1^{--})$	782.0 ± 0.1	8.5 ± 0.1	$\pi^+\pi^-\pi^0$	89.3 ± 0.6	327
				$\pi^0\gamma$	8.0 ± 0.9	379
				$\pi^+\pi^-$	1.7 ± 0.3	365
				除$\pi^0\gamma$外中性衰变	$1.0^{+1.1}_{-0.6}$	
				$\pi^0\mu^+\mu^-$	0.010 ± 0.002	349
				e^+e^-	0.0071 ± 0.0003	391
				$\eta\gamma$		198

$\eta(958)$	$0^+(0^{-+})$	957.50 ± 0.24	0.21 ± 0.02	$\eta\pi^+\pi^-$	44.1 ± 1.6	231
				$\rho^0\gamma$	30.1 ± 1.4	169
				$\eta\pi^0\pi^0$	20.5 ± 1.3	237
				$\omega\gamma$	3.0 ± 0.3	159
				$\gamma\gamma$	2.16 ± 0.16	479
				$3\pi^0$	0.15 ± 0.03	430
				$\mu^+\mu^-\gamma$	0.011 ± 0.003	467
$f_0(975)$	$0^+(0^{++})$	976 ± 3	34 ± 6	$\pi\pi$	78 ± 3	468
				$K\bar{K}$	22 ± 3	
$a_0(980)$	$1^-(0^{++})$	983 ± 3	57 ± 11	$\eta\pi$		319
				$K\bar{K}$		
$\phi(1020)$	$0^-(1^{--})$	1019.41 ± 0.01	4.41 ± 0.05	K^+K^-	49.5 ± 1.0	127
				K_LK_S	34.4 ± 0.9	110
				$\rho\pi$	12.9 ± 0.7	181
				$\pi^+\pi^-\pi^0$	1.9 ± 1.1	462
				$\eta\gamma$	1.28 ± 0.06	362
				$\pi^0\gamma$	0.131 ± 0.013	501
				e^+e^-	0.031 ± 0.001	510
				$\mu^+\mu^-$	0.025 ± 0.003	499
				ηe^+e^-	$0.013^{+0.008}_{-0.006}$	362
				$\pi^+\pi^-$	0.008 ± 0.005	490

续表

粒　子	$I^G(J^{PC})$	质量 (MeV)	宽度 (MeV)	主要衰变方式	分支比 (%)	最大衰变动量 (MeV/c)
$h_1(1170)$	$0^-(1^{+-})$	1170 ± 40	335 ± 26	$\rho\pi$		310
$b_1(1235)$	$1^+(1^{+-})$	1233 ± 10	150 ± 10	$\omega\pi$	为主	350
$a_1(1260)$	$1^-(1^{++})$	1260 ± 30	$300-600$	$\rho\pi$	为主	377
				$\pi^{\pm}\gamma$		622
$f_2(1270)$	$0^+(2^{++})$	1274 ± 5	185 ± 20	$\pi\pi$	86^{+2}_{-1}	622
				$\pi^+\pi^-2\pi^0$	$6.4^{+1.2}_{-2.4}$	562
				$K\bar{K}$	$4.2^{+1.0}_{-0.6}$	398
				$2\pi^+2\pi^-$	2.8 ± 0.4	559
				$\eta\eta$	0.45 ± 0.10	323
				$\gamma\gamma$	0.0015 ± 0.0001	637
				$4\pi^0$	0.3 ± 0.1	564
$\eta(1280)$	$0^+(0^{-+})$	1279 ± 5	32 ± 10	$\eta\pi\pi$		476
$f_1(1235)$	$0^+(1^{++})$	1283 ± 5	25 ± 3	$\eta\pi\pi$	49 ± 6	482
				4π	40 ± 7	564
				$K\bar{K}\pi$	11 ± 3	302

$\pi(1300)$	$1^-(0^{-+})$	1300 ± 100	$200-600$	$\rho\pi$		406
				$\pi(\pi\pi)_{s波}$		612
$a_2(1320)$	$1^-(2^{++})$	1318 ± 5	110 ± 5	$\rho\pi$	70.1 ± 2.7	419
				$\eta\pi$	14.5 ± 1.2	534
				$\omega\pi\pi$	10.6 ± 3.2	361
				$K\bar{K}$	4.9 ± 0.8	434
				$\pi^\pm\gamma$	0.27 ± 0.06	652
				$\gamma\gamma$	0.0008 ± 0.0001	659
$f_0(1400)$	$0^+(0^{++})$	~1400	$150-400$	$\pi\pi$	93 ± 2	686
				$K\bar{K}$	7 ± 2	496
				$\eta\eta$		435
$f_1(1420)$	$0^+(1^{++})$	1422 ± 10	55 ± 3	$K\bar{K}\pi$		429
				$\eta\pi\pi$		568
$\eta(1430)$	$0^+(0^{-+})$	1440 ± 20	60 ± 30	$K\bar{K}\pi$		444
				$\eta\pi\pi$		579
$f_2'(1525)$	$0^+(2^{++})$	1525 ± 5	76 ± 10	$K\bar{K}$	为主	581
				$\pi\pi$		750
				$\eta\eta$		529
				$\gamma\gamma$	0.00014 ± 0.00005	763

续表

粒　子	$I^G(J^{PC})$	质量(MeV)	宽度 (MeV)	主要衰变方式	分支比 (%)	最大衰变动量 (MeV/c)
$f_1(1530)$	$0^+(1^{++})$	1527 ± 5	106 ± 14	$K^*\bar{K}+K\bar{K}^*$		313
$f_0(1590)$	$0^+(0^{++})$	1587 ± 11	175 ± 19	$\eta'(958)\eta$	为主	241
				$\eta\eta$		573
				$4\pi^0$		735
$\omega_3(1670)$	$0^-(3^{--})$	1668 ± 5	166 ± 15	3π		805
				5π		740
$\pi_2(1670)$	$1^-(2^{-+})$	1665 ± 20	250 ± 20	$f_2(1270)\pi$	53 ± 5	322
				$\rho\pi$	34 ± 6	645
				$\pi(\pi\pi)_{s波}$	9 ± 5	803
				$K^*\bar{K}+K\bar{K}^*$	4 ± 1.4	448
$\phi(1680)$	$0^-(1^{--})$	1685^{+75}_{-15}	130 ± 50	$K^*\bar{K}+K\bar{K}^*$		466
				$\omega\pi\pi$		625
				$K\bar{K}$		683
				e^+e^-		842
				$\pi^+\pi^-\pi^0$		814

$\rho_3(1690)$	$1^+(3^{--})$	1691 ± 5	215 ± 20	4π	71.1 ± 1.9	787
				2π	23.6 ± 1.3	834
				$K\bar{K}\pi$	3.8 ± 1.2	628
				$K\bar{K}$	1.6 ± 0.3	686
				$\eta\pi^+\pi^-$		728
$\rho(1700)$	$1^+(1^{--})$	1700 ± 20	235 ± 50	4π		792
				$\pi\pi$		838
				$K^*\bar{K}+K\bar{K}^*$		479
				$\eta\pi\pi$		733
				$\bar{K}K$		692
				e^+e^-		850
$f_2(1720)$	$0^+(2^{++})$	1721^{+2}_{-4}	138 ± 11	$K\bar{K}$	38^{+9}_{-19}	705
				$\eta\eta$	18^{+3}_{-13}	663
				$\pi\pi$	$3.9^{+0.2}_{-2.4}$	849
$f_2(2010)$	$0^+(2^{++})$	2011 ± 70	202 ± 65	$\phi\phi$		
$f_4(2050)$	$0^+(4^{++})$	2047 ± 11	204 ± 13	$\pi\pi$	17 ± 2	1014
				$K\bar{K}$	$0.7^{+0.3}_{-0.2}$	897
				$\eta\eta$	0.21 ± 0.08	864

续表

粒　子	$I^G(J^{PC})$	质量 (MeV)	宽度 (MeV)	主要衰变方式	分支比 (%)	最大衰变动量 (MeV/c)
$f_2(2300)$	$0^+(2^{++})$	2297 ± 28	149 ± 41	$\phi\phi$		529
$f_2(2340)$	$0^+(2^{++})$	2339 ± 55	319 ± 73	$\phi\phi$		573
			$c\bar{c}$ 介子			
$\eta_c(2980)$	$0^+(0^{-+})$	2979.6 ± 1.7	$10.3^{+3.8}_{-3.4}$	$K\bar{K}\pi$	5.5 ± 0.8	1379
				$\eta\pi\pi$	5.0 ± 1.1	1425
				$K^+K^-\pi^+\pi^-$	2.0 ± 0.3	1343
				$2(\pi^+\pi^-)$	1.2 ± 0.3	1457
				$p\bar{p}$	0.10 ± 0.02	1157
				$\eta'(958)\pi\pi$	4.1 ± 1.7	1320
				$K^{*0}K^-\pi^+$和$\bar{K}^{*0}K^+\pi^-$	2.0 ± 0.7	1274
				$K^*\bar{K}^*$	0.9 ± 0.5	1193
				$\phi\phi$	0.34 ± 0.12	1086
				$\rho\rho$	0.26 ± 0.09	1275
				$\gamma\gamma$	$0.06^{+0.06}_{-0.05}$	1490
$J/\psi(3097)$	$0^-(1^{--})$	3096.9 ± 0.1	0.068 ± 0.010	e^+e^-	6.9 ± 0.9	1548
				$\mu^+\mu^-$	6.9 ± 0.9	1545
				强子和辐射	86.2 ± 2.0	

$\chi_{c0}(3415)$	$0^+(0^{++})$	3415.1 ± 1.0	13.5 ± 5.3	$2(\pi^+\pi^-)$	3.7 ± 0.7	1679
				$\pi^+\pi^-K^+K^-$	3.0 ± 0.7	1580
				$3(\pi^+\pi^-)$	1.5 ± 0.5	1633
				$\pi^+\pi^-$	0.8 ± 0.2	1702
				$\gamma J/\psi$	0.7 ± 0.2	303
				K^+K^-	0.7 ± 0.2	1635
				$p\bar{p}\pi^+\pi^-$	0.5 ± 0.2	1320
$\chi_{c1}(3510)$	$0^+(1^{++})$	3510.6 ± 0.5	<1.3	$\gamma J/\psi$	27.3 ± 1.6	389
				$3(\pi^+\pi^-)$	2.2 ± 0.8	1683
				$2(\pi^+\pi^-)$	1.6 ± 0.5	1727
				$\pi^+\pi^-K^+K^-$	0.9 ± 0.4	1632
				$p\bar{p}\pi^+\pi^-$	0.14 ± 0.09	1381
				$p\bar{p}$		1483
$\chi_{c2}(3555)$	$0^+(2^{++})$	3556.3 ± 0.4	$2.6^{+1.2}_{-0.9}$	$\gamma J/\psi$	13.5 ± 1.1	430
				$2(\pi^+\pi^-)$	2.2 ± 0.5	1751
				$\pi^+\pi^-K^+K^-$	1.9 ± 0.5	1656
				$3(\pi^+\pi^-)$	1.2 ± 0.8	1707
				$p\bar{p}\pi^+\pi^-$	0.33 ± 0.13	1410
				$\pi^+\pi^-$	0.19 ± 0.10	1773
				K^+K^-	0.15 ± 0.11	1708
				$\gamma\gamma$	0.11 ± 0.06	1778
				$p\bar{p}$	0.009 ± 0.004	1510

续表

粒　子	$I^G(J^{PC})$	质量 (MeV)	宽度 (MeV)	主要衰变方式	分支比 (%)	最大衰变动量 (MeV/c)
ψ(3685)	$0^-(1^{--})$	3686.0±0.1	0.243±0.043	e^+e^- 和 $\mu^+\mu^-$ 强子和辐射	1.8±0.3 98.2±0.3	
ψ(3770)	(1^{--})	3769.9±2.5	25±3	e^+e^- $D\bar{D}$	0.0010±0.0002 为主	1885 242
ψ(4040)	(1^{--})	4040±10	52±10	e^+e^- $D\bar{D}$ $D\bar{D}^*(2010)$ $D^*(2010)\bar{D}$ $D^*(2010)\bar{D}^*(2010)$	0.0014±0.0004	2020 766 564 564 200
ψ(4160)	(1^{--})	4159±20	78±20	e^+e^-	0.0010±0.0004	2079
ψ(4415)	(1^{--})	4415±6	43±20	e^+e^-	0.0011±0.0006	2207
			$b\bar{b}$ 介子			
Υ(9460)	(1^{--})	9460.3±0.2	0.052±0.003	$\tau^+\tau^-$ $\mu^+\mu^-$ e^+e^-	3.0±0.4 2.6±0.2 2.5±0.2	4381 4729 4730
$\chi_{b0}(9860)$	$(\ ^{++})$	9859.8±1.3		Υ(9460)γ	<6	391

$\chi_{b1}(9890)$	(1^{++})	9891.9 ± 0.7		$\Upsilon(9460)\gamma$	35 ± 8	422
$\chi_{b2}(9915)$	(2^{++})	9913.2 ± 0.6		$\Upsilon(9460)\gamma$	22 ± 4	443
$\Upsilon(10023)$	(1^{--})	10023.3 ± 0.3	0.044 ± 0.009	$\Upsilon(9460)\pi^+\pi^-$	18.5 ± 0.8	475
				$\Upsilon(9460)\pi^0\pi^0$	8.8 ± 1.1	480
				$\chi_{b0}(9860)\gamma$	6.7 ± 0.9	131
				$\chi_{b1}(9890)\gamma$	6.6 ± 0.9	110
				$\chi_{b2}(9915)\gamma$	4.3 ± 1.0	162
				$\tau^+\tau^-$	1.7 ± 1.6	4683
				$\mu^+\mu^-$	1.4 ± 0.3	5011
				e^+e^-	1.4 ± 0.3	5012
$\chi_{b0}(10235)$	$(^{++})$	10235.3 ± 1.1		$\Upsilon(10023)\gamma$	6.9 ± 4.1	210
				$\Upsilon(9460)\gamma$	1.4 ± 1.0	746
$\chi_{b1}(10255)$	$(^{++})$	10255.2 ± 0.4		$\Upsilon(10023)\gamma$	25 ± 8	229
				$\Upsilon(9460)\gamma$	6.1 ± 1.7	764
$\chi_{b2}(10270)$	$(^{++})$	10269.0 ± 0.7		$\Upsilon(10023)\gamma$	19 ± 7	243
				$\Upsilon(9460)\gamma$	6.3 ± 1.8	777
$\Upsilon(10355)$	(1^{--})	10355.3 ± 0.5	0.026 ± 0.006	$\chi_{b2}(10270)\gamma$	13 ± 3	86
				$\chi_{b1}(10255)\gamma$	12 ± 3	100
				$\Upsilon(10023)$+其它粒子	10.1 ± 1.7	

续表

粒　子	$I^G(J^{PC})$	质量(MeV)	宽度 (MeV)	主要衰变方式	分支比 (%)	最大衰变动量 (MeV/c)
				$\chi_{b0}(10235)\gamma$	4.8±1.4	119
				$\Upsilon(9460)\pi^+\pi^-$	3.6±0.3	814
				e^+e^-	1.7±0.4	5178
				$\mu^+\mu^-$	1.6±0.4	5177
$\Upsilon(10580)$	(1^{--})	10580.0±3.5	24±2			
$\Upsilon(10860)$	(1^{--})	10865±8	110±13			
$\Upsilon(11020)$	(1^{--})	11019±8	79±16			
		奇异介子		$K^+=u\bar{s}, K^0=d\bar{s}, \bar{K}^0=\bar{d}s, K^-=\bar{u}s$		
$K^*(892)$	$\frac{1}{2}(1^-)$	带电892.1±0.3 中性896.2±0.3	51.3±0.8	$K\pi$	≈100	288
				$K^0\gamma$	0.23±0.02	310
				$K^{\pm}\gamma$	0.10±0.01	309
$K_1(1270)$	$\frac{1}{2}(1^+)$	1270±10	90±20	$K\rho$	42±6	62
				$K_0^*(1430)\pi$	28±4	81
				$K^*(892)\pi$	16±5	298
				$K\omega$	11±2	
				$Kf_0(1400)$	3±2	

$K_1(1400)$	$\frac{1}{2}(1^+)$	1401 ± 10	184 ± 9	$K^*(892)\pi$	94 ± 6	400
				$K\rho$	3 ± 3	297
				$Kf_0(1400)$	2 ± 2	
				$K\omega$	1 ± 1	283
$K^*(1415)$	$\frac{1}{2}(1^-)$	1415 ± 15	240 ± 20	$K^*(892)\pi$	为主	410
				$K\pi$	6.6 ± 1.3	613
$K_0^*(1430)$	$\frac{1}{2}(0^+)$	1429 ± 7	287 ± 23	$K\pi$	为主	621
$K_2^*(1430)$	$\frac{1}{2}(2^+)$	1426 ± 2	99 ± 3	$K\pi$	49.7 ± 1.2	619
				$K^*(892)\pi$	25.2 ± 1.7	418
				$K^*(892)\pi\pi$	13.0 ± 2.3	367
				$K\rho$	8.8 ± 0.8	324
				$K\omega$	2.9 ± 0.8	312
				$K^+\gamma$	0.24 ± 0.05	628
				$K\eta$	$0.14^{+0.49}_{-0.10}$	486
$K^*(1715)$	$\frac{1}{2}(1^-)$	1717 ± 27	200—400	$K\pi$	39 ± 3	781
				$K\rho$	31^{+7}_{-3}	574
				$K^*(892)\pi$	30^{+3}_{-7}	617

续表

粒　子	$I(J^P)$	质量(MeV)	宽度 (MeV)	主要衰变方式	分支比(%)	最大衰变动量 (MeV/c)
$K_2(1770)$	$\frac{1}{2}(2^-)$	~1770	136±18	$K_2^*(1430)\pi$ $K^*(892)\pi$ $Kf_2(1270)$ $K\eta$	为主	284 651 41 438
$K_3^*(1780)$	$\frac{1}{2}(3^-)$	1776±4	160±15	$K\rho$ $K^*(892)\pi$ $K\pi$ $K\eta$	44±4 27±3 19±1 11±5	616 655 813 719
$K_4^*(2075)$	$\frac{1}{2}(4^+)$	2074±14	210±50	$K\pi$ $K^*(892)\pi\pi$ $K^*(892)\pi\pi\pi$ $\rho K\pi$ $\omega K\pi$ $\phi K\pi$ $\phi K^*(892)$	10±1 9±5 7±5 6±3 5±3 3±1 1.4±0.7	966 809 775 751 744 616 402
粲,非奇异介子				$D^+=c\bar{d}, D^0=c\bar{u}, \bar{D}^0=\bar{c}u, D^-=\bar{c}d$		
$D^*(2010)^+$	$\frac{1}{2}(1^-)$	2010.1±0.6 $m_{D^{*+}}-m_{D^{*0}}$ =145.45±0.07	<2.0	$D^0\pi^+$ $D^+\pi^0$ $D^+\gamma$	49±8 34±7 17±11	40 39 136
$D^*(2010)^0$	$\frac{1}{2}(1^-)$	2007.1±1.4	<5	$D^0\pi^0$ $D^0\gamma$	52±7 48±7	44 137
$D_J(2420)^0$	$\frac{1}{2}(\ )$	2422±4	60±13	$D^*(2010)^+\pi^-$		354

粒　子	J^P	质量 (MeV)	宽度 (MeV)	主要衰变方式	分支比(%)	最大衰变动量 (MeV/c)
		N重子　$S=0$,	$I=\frac{1}{2}$, $N^+=uud$,	$N^0=udd$		
N(1440)	$\frac{1}{2}^+$	1400—1480	120—350	$N\pi$	50—70	397
				$N\pi\pi$	30—50	342
N(1520)	$\frac{3}{2}^-$	1510—1530	100—140	$N\pi$	50—60	456
				$N\pi\pi$	40—50	410
N(1535)	$\frac{1}{2}^-$	1520—1560	100—250	$N\pi$	35—50	467
				$N\eta$	45—55	182
				$N\pi\pi$	~10	422
N(1650)	$\frac{1}{2}^-$	1620—1680	100—200	$N\pi$	55—65	547
				$N\eta$	~1.5	346
				ΛK	~8	161
				$N\pi\pi$	20—35	511
N(1675)	$\frac{5}{2}^-$	1660—1690	120—180	$N\pi$	35—40	563
				$N\eta$	~1	374
				ΛK	~0.1	209
				$N\pi\pi$	60—65	529
N(1680)	$\frac{5}{2}^+$	1670—1690	110—140	$N\pi$	55—65	567
				$N\pi\pi$	35—45	532

续表

粒　子	J^P	质量(MeV)	宽度(MeV)	主要衰变方式	分支比(%)	最大衰变动量 (MeV/c)
N(1700)	$\frac{3}{2}$	1670−1730	70−120	$N\pi$	5−15	584
				$N\eta$	~4	400
				ΛK	~0.2	250
				$N\pi\pi$	80−90	547
N(1710)	$\frac{1}{2}^+$	1680−1740	90−130	$N\pi$	10−20	537
				$N\eta$	~25	410
				ΛK	~15	264
				ΣK	2−10	138
				$N\pi\pi$	<50	554
N(1720)	$\frac{3}{2}^+$	1690−1800	125−250	$N\pi$	10−20	594
				$N\eta$	~3.5	420
				ΛK	~5	278
				ΣK	2−5	162
				$N\pi\pi$	<75	561
N(2190)	$\frac{7}{2}^-$	2120−2230	200−500	$N\pi$	~14	888
				$N\eta$	~3	790
				ΛK	~0.3	712

N(2220)	$\frac{9}{2}^+$	2150—2300	300—500	Nπ Nη ΛK	~18 ~0.5 ~0.2	908 811 732
N(2250)	$\frac{9}{2}^-$	2130—2270	200—500	Nπ Nη ΛK	~10 ~2 ~0.3	923 831 754
N(2600)	$\frac{11}{2}^-$	2580—2700	>300	Nπ	~5	1126

Δ重子 $S=0$, $I=\frac{3}{2}$, $\Delta^{++}=uuu$, $\Delta^{+}=uud$, $\Delta^{0}=udd$, $\Delta^{-}=ddd$

Δ(1232)	$\frac{3}{2}^+$	1230—1234	110—120	Nπ Nγ	99.4 0.56—0.66	227 259
Δ(1620)	$\frac{1}{2}^-$	1600—1650	120—160	Nπ Nππ	25—35 65—75	526 488
Δ(1700)	$\frac{3}{2}^-$	1630—1740	190—300	Nπ Nππ	10—20 80—90	580 547
Δ(1900)	$\frac{1}{2}^-$	1850—2000	130—300	Nπ	5—15	710

续表

粒　子	J^P	质量 (MeV)	宽度 (MeV)	主要衰变方式	分支比(%)	最大衰变动量 (MeV/c)
Δ(1905)	$\frac{5}{2}^+$	1890—1920	250—400	Nπ ΣK Nππ	5—15 <3 <75	713 415 687
Δ(1910)	$\frac{1}{2}^+$	1850—1950	200—330	Nπ Nππ	15—25 <75	716 691
Δ(1920)	$\frac{3}{2}^+$	1860—2160	190—300	Nπ ΣK	15—20 ~5	722 431
Δ(1930)	$\frac{5}{2}^-$	1890—1960	150—350	Nπ	5—15	729
Δ(1950)	$\frac{7}{2}^+$	1910—1960	200—340	Nπ Nππ	35—45 <40	741 716
Δ(2420)	$\frac{11}{2}^+$	2380—2450	300—500	Nπ	5—15	1023
		Λ重子	$S=-1$,	$I=0$,	$\Lambda=uds$	
Λ(1405)	$\frac{1}{2}^-$	1405±5	40±10	Σπ	100	152
Λ(1520)	$\frac{3}{2}^-$	1519.5±1.0	15.6±1.0	N$\bar{K}$ Σπ Λππ	45±1 42±1 10±1	244 267 252

Λ(1600)	$\frac{1}{2}^{+}$	1560—1700	50—250	$N\bar{K}$ $\Sigma\pi$	15—30 10—60	343 336
Λ(1670)	$\frac{1}{2}^{-}$	1660—1680	25—50	$N\bar{K}$ $\Sigma\pi$ $\Lambda\eta$	15—25 20—60 15—35	414 393 64
Λ(1690)	$\frac{3}{2}^{-}$	1685—1695	50—70	$N\bar{K}$ $\Sigma\pi$ $\Lambda\pi\pi$ $\Sigma\pi\pi$	20—30 20—40 ～25 ～20	433 409 415 350
Λ(1800)	$\frac{1}{2}^{-}$	1720—1850	200—400	$N\bar{K}$ $\Sigma\pi$ $\Sigma(1385)\pi$ $N\bar{K}^{*}(892)$	25—40 已见 已见 已见	528 493 345
Λ(1810)	$\frac{1}{2}^{+}$	1750—1850	50—250	$N\bar{K}$ $\Sigma\pi$ $\Sigma(1385)\pi$ $N\bar{K}^{*}(892)$	20—50 10—40 已见 30—60	537 501 356
Λ(1820)	$\frac{5}{2}^{+}$	1815—1825	70—90	$N\bar{K}$ $\Sigma\pi$ $\Sigma(1385)\pi$	55—65 8—14 5—10	545 508 362

续表

粒　子	J^P	质量(MeV)	宽度(MeV)	主要衰变方式	分支比(%)	最大衰变动量 (MeV/c)
Λ(1830)	$\frac{5}{2}^-$	1810—1830	60—110	$N\bar{K}$	3—10	553
				$\Sigma\pi$	35—75	515
				$\Sigma(1385)\pi$	>15	371
Λ(1890)	$\frac{3}{2}^+$	1850—1910	60—200	$N\bar{K}$	20—35	599
				$\Sigma\pi$	3—10	559
				$\Sigma(1385)\pi$	已见	420
				$N\bar{K}^*(892)$	已见	233
Λ(2100)	$\frac{7}{2}^-$	2090—2110	100—250	$N\bar{K}$	25—35	751
				$\Sigma\pi$	～5	704
				$\Lambda\eta$	<3	617
				ΞK	<3	483
				$\Lambda\omega$	<8	443
				$N\bar{K}^*(892)$	10—20	514
Λ(2110)	$\frac{5}{2}^+$	2090—2140	150—250	$N\bar{K}$	5—25	757
				$\Sigma\pi$	10—40	711
				$\Lambda\omega$	已见	455
				$\Sigma(1385)\pi$	已见	589
				$N\bar{K}^*(892)$	10—60	524

$\Lambda(2350)$	$\frac{9}{2}^{+}$	2340—2370	100—250	$N\bar{K}$ $\Sigma\pi$	~12 ~10	915 867
Σ重子　$S=-1$,　$I=1$,　$\Sigma^{+}=uus$,　$\Sigma^{0}=uds$,　$\Sigma^{-}=dds$						
$\Sigma(1385)^{+}$ $\Sigma(1385)^{0}$ $\Sigma(1385)^{-}$	$\frac{3}{2}^{+}$	1382.8±0.4 1383.7±1.0 1387.2±0.6	36±1 36±5 39±2	$\Lambda\pi$ $\Sigma\pi$	88±2 12±2	208 127
$\Sigma(1660)$	$\frac{1}{2}^{+}$	1630—1690	40—200	$N\bar{K}$ $\Lambda\pi$ $\Sigma\pi$	10—30 已见 已见	405 439 385
$\Sigma(1670)$	$\frac{3}{2}^{-}$	1665—1685	40—80	$N\bar{K}$ $\Lambda\pi$ $\Sigma\pi$	7—13 5—15 30—60	414 447 393
$\Sigma(1750)$	$\frac{1}{2}^{-}$	1730—1800	60—160	$N\bar{K}$ $\Lambda\pi$ $\Sigma\pi$ $\Sigma\eta$	10—40 已见 <8 15—55	486 507 455 81
$\Sigma(1775)$	$\frac{5}{2}^{-}$	1770—1780	105—135	$N\bar{K}$ $\Lambda\pi$ $\Sigma\pi$ $\Sigma(1385)\pi$ $\Lambda(1520)\pi$	37—43 14—20 2—5 8—12 17—23	508 525 474 324 198

续表

粒子	J^P	质量 (MeV)	宽度 (MeV)	主要衰变方式	分支比(%)	最大衰变动量 (MeV/c)
$\Sigma(1915)$	$\frac{5}{2}^+$	1900—1935	80—160	$N\bar{K}$	5—15	618
				$\Lambda\pi$	已见	622
				$\Sigma\pi$	已见	577
				$\Sigma(1385)\pi$	<5	440
$\Sigma(1940)$	$\frac{3}{2}^-$	1900—1950	150—300	$N\bar{K}$	<20	637
				$\Lambda\pi$	已见	639
				$\Sigma\pi$	已见	594
				$\Sigma(1385)\pi$	已见	460
				$\Lambda(1520)\pi$	已见	354
				$\Delta(1232)\bar{K}$	已见	410
				$N\bar{K}^*(892)$	已见	320
$\Sigma(2030)$	$\frac{7}{2}^+$	2025—2040	150—200	$N\bar{K}$	17—23	702
				$\Lambda\pi$	17—23	700
				$\Sigma\pi$	5—10	657
				ΞK	<2	412
				$\Sigma(1385)\pi$	5—15	529
				$\Lambda(1520)\pi$	10—20	430
				$\Delta(1232)\bar{K}$	10—20	498
				$N\bar{K}^*(892)$	<5	438

$\Sigma(2250)$		2210−2280	60−150	$N\bar{K}$ $\Lambda\pi$ $\Sigma\pi$	<10 已见 已见	851 842 803
三重子 $S=-2$, $I=\frac{1}{2}$ $\Xi^0=uss$, $\Xi^-=dss$						
$\Xi(1530)^0$ $\Xi(1530)^-$	$\frac{3}{2}^+$	1531.8±0.3 1535.0±0.6	9.1±0.5 9.9±1.9	$\Xi\pi$	100	148
$\Xi(1690)$		1690±10	<50	$\Lambda\bar{K}$ $\Sigma\bar{K}$	已见 已见	240 51
$\Xi(1820)$	$\frac{3}{2}^-$	1823±5	24^{+15}_{-10}	$\Lambda\bar{K}$ $\Sigma\bar{K}$ $\Xi\pi$ $\Xi(1530)\pi$	大 小 小 大	400 320 413 234
$\Xi(1950)$		1950±15	60±20	$\Lambda\bar{K}$ $\Xi\pi$	已见 已见	522 518
$\Xi(2030)$		2025±5	20^{+15}_{-5}	$\Lambda\bar{K}$ $\Sigma\bar{K}$ $\Xi\pi$ $\Xi(1530)\pi$ $\Xi\pi\pi$	~20 ~80 小 小 小	589 533 573 421 536

续表

粒　子	J^P	质量 (MeV)	宽度 (MeV)	主要衰变方式	分支比(%)	最大衰变动量 (MeV/c)
				$\Lambda\bar{K}\pi$ $\Sigma\bar{K}\pi$	小 小	501 430
Ω重子　$S=-3$,　$I=0$,　$\Omega=sss$						
$\Omega(2250)^-$		2252 ± 9	55 ± 18	$\Xi^- \pi^+ K^-$ $\Xi(1530)^0 K^-$	已见 已见	531 437
粲重子　$\Lambda_c^+=udc$,　$\Sigma_c^{++}=uuc$,　$\Sigma_c^+=udc$,　$\Sigma_c^0=ddc$,　$\Xi_c^+=usc$						
$\Sigma_c(2455)^{++}$ $\Sigma_c(2455)^+$ $\Sigma_c(2455)^0$	$\frac{1}{2}^+$	2452.2 ± 1.7 2452.9 ± 3.4		$\Lambda_c^+\pi$	100	89 97

[General Information]
□□=□□□□□□□□□□
□□=□□□ □□□
□□=448
SS□=10072551
□□□□=1990□10□□1□

[illegible]3 [illegible]

[illegible]